Explorando as oficinas de sólidos

*Exploring the solid workshops*

Andréa Zander Vaiano

Departamento de Matemática (DMAT), Faculdade de Formação de Professores (FFP), Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

*andreazanderv@gmail.com*

orcid.org/[0000-0001-7082-6578](https://orcid.org/0000-0001-7082-6578)

June Cunha de Araujo

Colégio MV 1, São Gonçalo, Rio de Janeiro

[*junearaujo75@gmail.com*](mailto:junearaujo75@gmail.com)

[orcid.org/0000-0002-1214-2212](C:\\Users\\jufpe\\AppData\\Local\\Packages\\Microsoft.MicrosoftEdge_8wekyb3d8bbwe\\TempState\\Downloads\\orcid.org\\0000-0002-1214-2212)

Rosa García Márquez

Departamento de Matemática (DMAT), Faculdade de Formação de Professores (FFP), Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

*rosagmarquez@yahoo.com.br*

orcid.org/[0000-0003-3465-569X](https://orcid.org/0000-0003-3465-569X)

**Resumo.** O presente trabalho apresenta o relato de experiência na abordagem de geometria espacial realizada junto ao Curso Normal de uma escola pública de São Gonçalo/RJ. Em geral, o ensino de geometria espacial é focado exclusivamente em fórmulas e repetição de mecanismos não se despertando a habilidade visual do aluno, assim como a compreensão e estando desvinculado das aplicações no cotidiano e em outras ciências. A fim de potencializar a aprendizagem, buscamos articular história da geometria, lúdico e material concreto, permitindo uma melhor visualização dos elementos e suas relações, e consequentemente, uma abstração. O objetivo principal foi fazer com que os participantes repensassem e adequassem as experiências por que passaram, em suas futuras turmas, uma vez que as oficinas propostas oferecem tanto simplicidade quanto baixo custo.

**Palavras-chave:** Geometria espacial. Prática pedagógica. Teoria de van Hiele. História da geometria.

**Abstract.** This paper presents the experience report on the spatial geometry approach carried out along the Normal Course of a public school in São Gonçalo / RJ. In general, the teaching of spatial geometry is focused exclusively on formulas and repetition of mechanisms without awakening the student's visual ability, as well as understanding and being disconnected from applications in everyday life and in other sciences. In order to enhance learning, we seek to articulate the history of geometry, playfulness and concrete material, allowing a better visualization of the elements and their relations, and consequently, an abstraction. The main objective was to make the participants rethink and adapt the experiences they went through, in their future classes, since the proposed workshops offer both simplicity and low cost.

**Keywords**: Spatial geometry. Pedagogical practice. Hiele's theory. History of geometry.

Recebido: 01/10/2017 Aceito: 27/10/2017 Publicado: 06/11/2017

# 1. Introdução

Vestígios arqueológicos mostram que o homem paleolítico já representava figuras geométricas. Acredita-se que os egípcios foram os primeiros a utilizar conhecimentos geométricos empíricos na construção de pirâmides e outros monumentos, enquanto os gregos, a utilizar o raciocínio lógico e dedutivo na tentativa de formalizar a geometria plana e espacial, sendo Tales de Mileto (624 a.C. – 558 a.C.) o precursor.

Levando-se em conta as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais(BRASIL, 1998), a atividade escolar não deve “olhar para coisas prontas e definitivas, mas à construção e à apropriação de um conhecimento pelo aluno”. Essa ideia também era defendida pelo educador suíço Johann Pestalozzi (1746-1827) quando afirmava que “a vida educa. Mas a vida que educa não é uma questão de palavras, e sim de ação. É atividade.”.

A construção de sólidos em sala de aula permite a sua manipulação, compreensão e exploração, auxiliando a construção gradativa de conceitos geométricos de maneira recreativa, o que facilita o processo de ensino-aprendizagem. Neste sentido, através do presente trabalho, objetivamos apresentar oficinas desenvolvidas com os alunos normalistas, encontradas na literatura digital, impressa e em conhecimentos populares, tendo como base o legado de Pestalozzi, van Hiele e aportes de Gutierrez(1992). Tal levantamento tem, além do valor da divulgação, o intuito de ser um importante instrumento de incentivo a trabalhos manuais, buscando com isso novas possibilidades pedagógicas e tipos de interações que possam estimular o estudo de sólidos.

# 2. Referencial teórico

Desde os anos iniciais é muito falado sobre a importância de tocar, observar e identificar objetos que estão à nossa volta para uma melhor exploração do espaço (PESTALOZZI, 2006). A construção de sólidos geométricos feita pelos alunos descontrai o ambiente escolar, desmistifica a dificuldade que a visualização na lousa causa, ajuda na assimilação dos conceitos envolvidos, tais como o reconhecimento dos elementos e propriedades, bem como suas aplicações no cotidiano.

A dificuldade da visualização de sólidos, assim como a sua planificação, propriedades e conceitos é o que nos motiva ao levantamento de oficinas de sólidos. Por conta disso objetivamos oferecer uma coletânea de formas diferenciadas de oficinas que possam contribuir com professores e futuros professores, para repensarem e adequarem, a fim de proporcionar uma aprendizagem mais significativa de seus alunos.

# 2.1. Teoria de van Hiele e Gutierrez

A teoria de van Hiele foi elaborada em 1957 na dissertação de doutorado pelo casal de holandeses Dina van Hiele e Pierre van Hiele. É uma teoria de ensino e aprendizagem da geometria em forma construtiva e didática, composta basicamente por cinco níveis graduais de pensamento: visualização, análise, classificação ou dedução informal, dedução formal e rigor (MASON, 1997).

Gutierrez (1992) estendeu os níveis de van Hiele para além das figuras no plano. Para ele, a teoria de van Hiele tendo os mesmos níveis, serve de estrutura para a compreensão dos processos de aprendizagem da geometria espacial e abrange tanto a aquisição de habilidades, quanto a compreensão das relações entre conceitos. A visualização integra habilidades de: reconhecer um objeto, independente de cor, tamanho, textura ou posição, e suas propriedades; produzir imagens mentais; relacionar e comparar objetos, identificando semelhanças e diferenças entre eles; lembrar de um objeto e de suas características, quando este é rotacionado ou escondido, parcialmente ou totalmente. Gutierrez (1996) defende ainda a necessidade de se realizarem atividades em que se observem as conexões entre o bidimensional e o tridimensional.

Os níveis apresentados tanto na teoria de van Hiele quanto na adaptação de Gutierrez (1992)constituem um guia de aprendizagem e um instrumento de avaliação das habilidades dos alunos em geometria plana e espacial.

O professor tem um papel fundamental ao definir tarefas adequadas a fim dos alunos progredirem para níveis superiores do pensamento.

# 2.2. Referencial histórico

A geometria surgiu em várias civilizações antigas independentemente, de acordo com as suas necessidades, com aplicações na agricultura, arquitetura, engenharia e astronomia.

Entre 2000 a.C. e 1600 a.C. os babilônios já utilizavam seus conhecimentos geométricos, conquistados através da prática. Por ser a Babilônia um grande centro comercial entre os rios Tigre e Eufrates na época, a Matemática era mais avançada que a egípcia. Porém, inicialmente os historiadores acreditavam o contrário, pelo fato de serem encontradas tardiamente placas de argila babilônicas com conteúdos matemáticos, como por exemplo, o Plimpton 322 (aproximadamente entre 1800 e 1600 a.C.), que apresenta colunas, representando um cateto e a hipotenusa de triângulos retângulos de lados inteiros (EVES, 2002) e a tábua catalogada como YBC 7289 (1600 a.C.), que mostra o cálculo da raiz quadrada de 2, a partir das diagonais de um quadrado (STEWART, 2007).

A civilização egípcia acreditava que, quando um corpo morto fosse conservado, haveria vida após a morte. Então, a partir de suas necessidades, desenvolveram conhecimentos matemáticos avançados, bem como de engenharia, para construir túmulos. Dentre eles, se destaca a Pirâmide de Gizé, construída em cerca de 2600 a.C. para abrigar o corpo de um faraó. Em documentos egípcios antigos, tais como o Papiro de Rhind e o Papiro de Moscou, datados por volta de 1650 a.C. e 1850 a.C., respectivamente, foram encontrados problemas envolvendo volumes acompanhados de suas soluções.

Porém, tanto egípcios quanto babilônios, apesar de terem expressivos conhecimentos matemáticos, não possuíam nada formalizado. De acordo com Eves (2002), o poder desses povos foi diminuído por mudanças políticas e econômicas, dando abertura aos matemáticos gregos.

Os gregos melhoraram a geometria dos babilônicos, aportaram ideias cruciais para a compreensão sistemática da geometria, e uso na arquitetura, construção de navios, entre outros. Também, por serem grandes comerciantes, estavam em constante contato com os egípcios. Observando os cálculos realizados em construções de túmulos e monumentos, procuraram justificá-los através de demonstrações dedutivas rigorosas. O primeiro a fazer tentativa foi Tales de Mileto, negociante de azeite, que em 640 a.C. levou o que havia aprendido em suas viagens pelo Egito e pela Babilônia para a Grécia. Depois veio Pitágoras, discípulo de Tales, que fundou uma escola que era ao mesmo tempo semirreligiosa e semimatemática. Nesta escola se aprendia a adorar os números, pois se achava que os números eram a essência do universo. Outro importante grego que contribuiu na formalização da geometria foi Euclides, com sua obra-prima ‘Elementos’, onde reuniu resultados dos gregos desde Tales, representando, deste modo, o ápice da produção matemática da época.

**3. Procedimentos metodológicos**

A implementação das oficinas ocorreu em duas turmas de formação do curso normal do Colégio Estadual Pandiá Calógeras, localizado em São Gonçalo/RJ em junho de 2012, por representarem uma queixa constante dos alunos quanto às dificuldades visuais e teóricas básicas nos conceitos e propriedades de figuras planas, estudados em séries anteriores. Foram quatro encontros realizados em horário extraclasse, cada qual com duas horas de duração.

A elaboração das ações se deu em etapas: inicialmente com a discussão de fatos históricos que originaram e promoveram o desenvolvimento da geometria plana e espacial. Pretendemos com tal procedimento gerar uma reflexão nos participantes ao mostrar que tais conhecimentos foram imprescindíveis para resolver as necessidades práticas dos povos da Antiguidade, e que passou por várias transformações até chegar ao que é hoje, desmistificando o fato de que a Geometria não veio pronta nem acabada, sendo uma criação humana. A seguir, direcionou-se para a manipulação dos sólidos que seriam construídos, com a identificação e análise de suas propriedades, a fim de se obter uma maior familiarização. Em um terceiro momento, os participantes receberam materiais e instruções para a elaboração dos sólidos propostos e foram realizadas as oficinas, que detalharemos neste trabalho: oficina de planificação, oficina com jujubas e oficina de revolução.

# 3.1. Oficina de Planificação

A partir de planificações feitas em cartolina, confeccionamos os sólidos, conforme mostra a Figura 1. Escolhemos essa oficina por permitir a construção de vários poliedros e corpos redondos a partir de sua planificação, levando a observação da ligação existente entre a geometria plana e espacial, e melhorando deste modo, a percepção espacial. Centenas de modelos de planificação para a construção de poliedros podem ser encontradas no site criado por Gijs Korthals Altes (2013).



**Figura 1. Cilindro oblíquo, sua planificação e montagem final.**

Fonte: As autoras.

# 3.2. Oficina de Revolução

Essa é uma oficina que faz ligação entre a geometria plana e espacial. A ideia principal dessa oficina é trabalhar com figuras planas, que ao serem rotacionadas rapidamente em 360 graus em torno de um eixo que pode ser um palito de churrasco, por exemplo, geram um sólido (Figura 2).O destaque para essa oficina em relação às outras é a construção da esfera. Interessante também é a estimulação da criatividade do aluno, que se torna um agente construtor de seu conhecimento, no momento em que é convidado a criar as mais diversas figuras planas a serem giradas e ver a forma do sólido produzido. Essa atividade foi complementada com o *software* livre desenvolvido pela Unicamp/SP,que possibilita a construção e a visualização de um sólido de revolução no computador[[1]](#footnote-1).

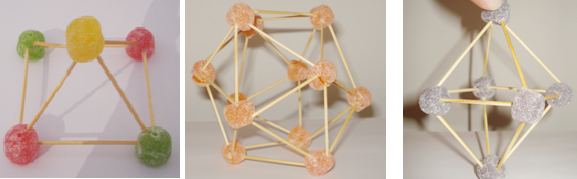


**Figura 2. Modelos para rotação (bandeirinhas) e seu respectivo sólido de revolução.**

Fonte: Extraído de Torezzan et al. (1999).

**3.3. Oficina com Jujubas**

Essa oficina utiliza as balas de goma e os palitos de dente como os vértices e as arestas do esqueleto do poliedro a ser construído, de acordo com a Figura 3. Além de serem feitos com material de baixo custo e oferecem estabilidade aos poliedros construídos, trazem descontração ao ambiente de sala de aula pela possibilidade de saborear as jujubas ao final do trabalho. Uma desvantagem é que corpos redondos não são possíveis de serem confeccionados nessa oficina.



**Figura 3. Estruturas de poliedros de Platão com palitos e jujubas.**

Fonte: As autoras.

Durante todo o procedimento foram feitos questionamentos, desencadeando discussões e conduzindo os normalistas a descobertas/redescobertas quanto às características e relações entre sólidos. Também, nos encontros foi mostrada a conexão entre a geometria ensinada em sala de aula e as situações do cotidiano. Por esse motivo, introduzimos exemplos que destacassem a importância de seu estudo, tais como indústria, comércio, agricultura e saúde, seja na confecção de armários, caixas d’água, embalagens de produtos e silos, bem como em tratamentos de saúde diversos, onde se utilizam volumes de fluidos. As oficinas apresentadas e outras delas podem ser encontradas em Araujo (2012).

**4. Considerações Finais**

No conjunto de ações propostas, observamos que a participação ativa do grupo de normalistas sob um ambiente dinâmico e lúdico, proporcionou a construção/reconstrução do conhecimento, suprindo deficiências de conceitos geométricos e estimulando a capacidade de criar e adaptar as atividades.

A etapa da discussão do surgimento da Geometria na Antiguidade em decorrência de sua necessidade em construções, medições de terra, astronomia, e sua transformação no decorrer dos anos até a forma em que é aplicada atualmente em diversos campos profissionais foi de extrema importância, uma vez que permitiu aos participantes o desenvolvimento de um olhar diferenciado do assunto, tornando-o mais agradável.

Ao final das ações desenvolvidas, os participantes demonstraram certa ansiedade em aplicar o que tinham aprendido em suas futuras turmas, dando sugestões de suas aplicações de forma indireta. Citamos como exemplo a construção dos sólidos aprendidos, obras de arte que requerem criatividade, persistência e paciência, em festas juninas e natalinas.

A participação ativa e o dinamismo das atividades visam uma melhor qualidade na aquisição do conhecimento, porém o professor tem papel importante como mediador no direcionamento das ações, para que se garanta uma aprendizagem efetiva.

**Referências**

ALTES, G.K. **Paper models of polyhedra**. Disponível em: <[http://www.korthalsaltes.com](http://www.korthalsaltes.com/gijs/)>. Acesso em: dez. 2013.

ARAUJO, J. **Explorando as oficinas de sólidos**. Monografia de Especialização em Ensino de Matemática. FFP/Uerj, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática– Ensino de terceiro e quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 3 ed., Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2002.

GUTIÉRREZ, A. **Exploring the links between van Hiele levels and 3-dimensional Geometry**. University of Valence, Spain, 1992. Disponível em: <<http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut92a.pdf>>. Acesso em: abr. 2017.

GUTIERREZ, A. **Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework**. University of Valence, Spain, 1996.Disponívelem: <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acessoem: ago. 2016.

MASON, M. The van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. **Journal for the Education of the Gifted** 21: 38-53, October, 1997.

PESTALOZZI, J.H. **Cartas sobreeducacióninfantil**. 3 ed. Madrid, España: Editorial Tecnos S.A., 2006.

# TOREZZAN, C. et al. Forma e volume de sólidos de revolução. UniversidadeEstadual de Campinas, Brasil, 1999. Disponívelem: <<https://m3.ime.unicamp.br/media/software/1230/index.html>>.Acessoem: abr. 2017.

STEWART, I. **Historia de las matemáticas enlos últimos 10.000 años**. Barcelona: Editora Critica, 2007.

1. Disponível em <http://m3.ime.unicamp.br/media/software/1230/index.html>. [↑](#footnote-ref-1)