

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

JOÃO RICARDO BARROCA MENDES

A CONCEPÇÃO DA VERDADE POR SATISFAÇÃO

RIO DE JANEIRO

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

**Programa de Pós-Graduação em
História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia
(HCTE)**

JOÃO RICARDO BARROCA MENDES

A Concepção da Verdade por Satisfação

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

Orientador: **Prof. Dr. Francisco Antonio de M. Accioli Doria**

Rio de Janeiro
2017

M537c

Mendes, João Ricardo Barroca

A Concepção da Verdade por Satisfação / João
Ricardo Barroca Mendes. -- Rio de Janeiro, 2017.
219 f.

Orientador: Francisco Antonio de M. Accioli
Doria.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do
Rio de Janeiro, Decania do Centro de Ciências
Matemáticas e da Natureza, Programa de Pós-Graduação
em História das Ciências e das Técnicas e
Epistemologia, 2017.

1. Teoria da Verdade. 2. Lógica Paraconsistente.
3. Paradoxo do Mentiroso. 4. Vagueza. I. Doria,
Francisco Antonio de M. Accioli , orient. II. Título.

**SUBSTITUIR
PELA
FOLHA
DE
ASSINATURAS**

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação a minha esposa, cujo apoio tornou possível que eu me dedicasse a ela, a meus pais, por tudo de bom que eu fizer na vida e ao meu orientador, Francisco Dória. Sem a sua generosa oferta de me orientar me concedendo liberdade para que eu seguisse minha própria linha de pesquisa, eu provavelmente não teria trocado os estudos solitários de décadas pela pesquisa acadêmica pública.

AGRADECIMENTO

Agradeço ao prof. Carlos Koehler, por seu encorajamento e ao prof. André Monat, por sua infinita boa vontade e simpatia. Agradeço a Deus por guiar meu caminho e aos filósofos vivos e mortos, que, com seus textos, conversaram comigo através das eras. Este trabalho é fruto deste diálogo feito na eternidade.

Learn what is true in order to do what is right

Thomas Huxley

RESUMO

Este trabalho apresenta uma concepção de verdade dentro da tradição clássica. Isto significa que ela tem a pretensão de capturar a noção preteorética da verdade. Esta concepção propõe uma estrutura ontológica que, em conjunto com o conceito de satisfação de Tarski, consegue explicar o que acontece entre uma proposição verdadeira e a realidade. Um sistema lógico paraconsistente, que pode formular a definição de verdade da concepção, é desenvolvido a partir dela. O sistema lógico é mais forte que o sistema **LP** de Graham Priest, uma vez que permite *Modus Ponens* e *Modus Tollens*, e é construído utilizando uma álgebra abstrata que incorpora ideias da lógica *fuzzy* de Lotfi Zadeh e da lógica relevante de Nuel Belnap. Além de ser paraconsistente, ele invalida vários dos chamados paradoxos da implicação. Em conjunto, concepção, definição e sistema lógico são resistentes tanto ao Paradoxo do Mentiroso quanto à Vingança, bem como ao paradoxo epistêmico de Saul Kripke e ao paradoxo não autorreferente de Stephen Yablo. A definição de verdade e o sistema lógico também permitem a definição de vagueza e, via a adaptação de algumas das ideias de Nicholas Smith, a resolução de *Sorites*.

Palavras-chave: definição de verdade, lógica paraconsistente, paradoxo do mentiroso, vagueza, *Sorites*.

ABSTRACT

This work presents a conception of truth that follows the classical tradition. This means that it is intended to capture the pretheoretical notion of truth. This conception proposes an ontological structure which, together with Tarski's concept of satisfaction, can explain what happens between a true proposition and reality. A paraconsistent logical system, which can formulate the conception's definition of truth, is developed from it. The logical system is stronger than Graham Priest's **LP** system, since it allows *Modus Ponens* and *Modus Tollens*. It is built from an abstract algebra that incorporates ideas from Lotfi Zadeh's fuzzy logic and Nuel Belnap's relevant logic. Besides being paraconsistent it invalidates several so-called paradoxes of implication. Together, conception, definition, and logical system are resistant to both the Liar's Paradox and Revenge, as well as Saul Kripke's epistemic paradox and Stephen Yablo's non-self-referent paradox. The definition of truth together with the logical system also allows a definition of vagueness and, by the adaptation of some of Nicholas Smith's ideas, a solution for *Sorites*.

keywords: definition of truth, paraconsistent logic, liar paradox, vagueness, Sorites.

SUMÁRIO

Introdução	1
Nota sobre o Estilo de Redação	5
1 A Verdade e suas teorias	11
1.1 A Clássica Concepção Clássica.....	12
1.1.1 Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.).....	13
1.1.2 Anselmo de Canterbury (1033 – 1109).....	22
1.1.3 Tomás de Aquino (1225 – 1274).....	25
1.1.4 Bernard Bolzano (1781 – 1848).....	32
1.2 Mudando de Assunto	37
1.2.1 Idealistas Coerentes	37
1.2.2 A Verdade Pragmática de James	46
1.3 A Verdade e os Fatos	56
1.3.1 Verdade e Fato são Um.....	57
1.3.2 Moore - uma Verdade, um Fato.....	61
1.3.3 A Correspondência de Russell	66
1.3.4 Wittgenstein do Tractatus	77
1.4 A Verdade sob Suspeita	84
1.5 Deflacionando a Verdade.....	93
1.5.1 Ramsey e a Verdade Redundante.....	93
1.5.2 A Verdade Removedora de Aspas.....	98
1.5.3 Um Mínimo de Verdade	99
1.6 Truthmaking – Os Fazedores de Verdades	101
1.7 Pluralismo – A Verdade é Legião.....	114
2 A Concepção da Verdade de Tarski.....	125
2.1 Os objetivos de Tarski em CTFL.....	130
2.2 O Caminho para a Definição.....	137

2.3 Tarski e a Linguagem Natural	143
2.4 LCC – A Linguagem do Cálculo das Classes	148
2.5 MLCC – A Metalinguagem do Cálculo das Classes	152
2.6 Resumo dos Conceitos de CTFL até aqui	165
2.7 Definições de Conceitos Importantes.....	169
2.7.1 Definições de Conceitos Metodológico-Dedutivos	170
2.7.2 Outros importantes conceitos metodológicos	179
2.8 Tentativas Sintáticas para definir Verdade.....	181
2.8.1 Definição Direta	181
2.8.2 Verdade como Deducibilidade	183
2.8.3 Lista de Sentenças	184
2.8.4 Definição Recursiva Direta	185
2.9 A Definição Semântica de Tarski	186
2.10 Justificando a Concepção Semântica de Tarski.....	189
2.10.1 Exemplo de uma Derivação de uma Sentença-T.....	189
2.10.2 Consequências Desejáveis da Definição 23.....	191
3 O Grande Mentiroso	197
3.1 Variedades de Mentirosos	199
3.2 Mentirosos Explosivos	207
3.3 Algumas Soluções para Mentirosos.....	210
3.3.1 O Ponto Fixo de Kripke.....	214
3.3.2 Uma Lógica para os Paradoxos.....	225
4 A Concepção da Verdade por Satisfação	233
4.1 Indo além de Tarski.....	250
4.2 Teoria da Verdade em Ω	279
4.2.1 Lattices e os Quatro Valores de Belnap.....	282
4.2.2 A álgebra do Sistema Ω	307

4.2.3 A Linguagem $\mathcal{L}_\Omega$	329
4.2.4 Sistema Dedutivo de Ω	339
4.2.5 Consequências desejáveis de Ω	347
5 Conclusão	383
Referencias	405

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Definição Metafísica da Verdade de Aristóteles	14
Quadro 2 - Definição Semântica da Verdade de Aristóteles	15
Quadro 3 - Definição de Verdade de Anselmo	24
Quadro 4 - Definição de Veritas in Intellectu de Aquinas	30
Quadro 5 - Definição de Veritas in Rebus de Aquinas	31
Quadro 6 - Definição da Verdade de Bolzano	35
Quadro 7 - Definição da Verdade por Coerência Idealista	45
Quadro 8 - Definição da Verdade de Willian James	55
Quadro 9 - Teoria Disjuntivista de Identidade da Verdade	60
Quadro 10 - Definição da Verdade de Moore	64
Quadro 11 - Teoria de Correspondência de Russell	75
Quadro 12 - Definição da Verdade do Tractatus	83
Quadro 13 - Definição da Verdade dos 'Positivistas Lógicos'	92
Quadro 14 - Símbolos modernos equivalentes aos usados em LCC	148
Quadro 15 - Correspondência entre LCC e notação moderna	150
Quadro 16 - Comparação entre notação tradicional e polonesa na aritmética	151
Quadro 17 – O uso de Parênteses versus a Notação Polonesa em LCC	151
Quadro 18 - Expressões LCC, nomes simbólicos MLCC e notação moderna	164
Quadro 19 - Axiomas da Lógica de Proposições	172
Quadro 20 - supremum e infimum no poset($S, \subseteq$)	288
Quadro 21 - Complemento dos elementos do lattice($S, \cup, \cap, \emptyset, \{1, 2\}$)	292
Quadro 22 - Tabela Verdade da Álgebra B2	294
Quadro 23 - Tabela verdade da álgebra L3	296
Quadro 24 - Negação em L4	299
Quadro 25 - Tabela Verdade da Disjunção e da Conjunção em L4	299
Quadro 26 - Comparação entre opções de Implicação	300
Quadro 27 - Negação Alternativa de A4	302
Quadro 28 - Tabela verdade do Silogismo Hipotético usando L4	304
Quadro 29 - Esquema de Axiomas e Regras de Inferência do Sistema T	305
Quadro 30 - Vetores de Condições de Satisfação de ' (Complemento)	326
Quadro 31 - Vetores de Condições de Satisfação de $\wedge$	327
Quadro 32 - Vetores de Condições de Satisfação de $\vee$	327

Quadro 33 - Vetores de Condições de Satisfação de $\mapsto$	327
Quadro 34 - Prova clássica do princípio ex contradictione quodlibet	339
Quadro 35 - Paradoxos da 'Implicação' Material	340
Quadro 36 - Algumas Implicações Inválidas em Ω	341
Quadro 37 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas Básicos	342
Quadro 38 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas do Fragmento da Implicação.....	343
Quadro 39 - Sistema Dedutivo de Ω – Regras de Inferência	343
Quadro 40 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas de Primeira Ordem.....	343
Quadro 41 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas Específicos da Teoria.....	345
Quadro 42 - Falsidade da Hipótese de a Contradição ser apta a ser verdadeira....	355
Quadro 43 - A 'implicação' material não implica em implicação real.....	356
Quadro 44 - Avaliação do 'paradoxo' da implicação [p.i. 2]: $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q} \rightarrow \mathbf{p}$	357
Quadro 45 - Avaliação de ex contradictione quodlibet [p.i. 1]: $\mathbf{p} \circ \sim \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$	358
Quadro 46 – Comparação $\mathbf{p} = \sim \mathbf{Tr}(\mathbf{p})$	359
Quadro 47 - Reductio ad absurdum	368

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Mapa do complexo de cinco-termos de Russell.....	73
Figura 2 - Ontologia de Wittgeinstein	79
Figura 3 - Correspondência entre linguagem e realidade	81
Figura 4 - Esquema de referências das sentenças T	138
Figura 5 - Tabelas Verdade da Lógica Forte de Kleene	216
Figura 6 - As três ênfases da Concepção Clássica	234
Figura 7 – Definição extensional da Verdade.....	250
Figura 8 - O que Traski criou.....	251
Figura 9 - Versão Modesta - Modelo não Padrão.....	261
Figura 10 - Versão Forte - Demanda Ontológica.....	263
Figura 11 - Poset não linearmente ordenado $(S, \subseteq)$	288
Figura 12 - Lattices das Álgebras B_2 , L_3 e L_4	298
Figura 13 - Lattice da Álgebra A_4	302
Figura 14 – Tipos de Sentenças.....	309
Figura 15 - Lógica L_4 de Belnap acrescida de valores fuzzy	311
Figura 16 - Vetores de Ω	321
Figura 17 - Operações para obtenção do vetor de comparação $\gamma\lambda$	322
Figura 18 - Opções de ordenação para Ω	324
Figura 19 - Estrutura semântica de Ω	329

INTRODUÇÃO

A Verdade é um conceito fundamental na Epistemologia e na Lógica e, indiretamente, em toda Filosofia e Ciência. No entanto, atualmente não existe uma concepção substantiva dentro da tradição clássica de Verdade que seja considerada inteiramente satisfatória. Esta situação dá credibilidade a concepções deflacionárias, a tentativas de usar o termo com significados incompatíveis com sua visão intuitiva e mesmo a negação da validade do conceito.

Parece então desejável a proposição de uma concepção de Verdade, dentro da tradição clássica, que seja defensável e fecunda. Se esta concepção não exibir os problemas das concepções Semântica, por Correspondência e *Truthmaking* e for possibilitar a solução de paradoxos e explicação de fenômenos como a Vagueza será um significativo avanço na Filosofia.

O objetivo geral do trabalho é, então, o de desenvolver uma concepção de verdade da tradição clássica que seja, potencialmente, superior às concepções atuais. O critério de superioridade será a capacidade de resolver problemas. Para que este objetivo seja alcançado, me proponho a, primeiro, contextualizar o trabalho, identificando diversas concepções de Verdade ao longo da história, em particular a Concepção Clássica da Verdade nas versões Semântica, Correspondência e *Truthmaking*. Uma teoria precisa ser examinada em mais detalhes que as outras, trata-se da Concepção Semântica tal como mostrada no artigo original de 1933 de Alfred Tarski. Em especial o conceito de Satisfação, tal como definido neste artigo deve ser analisado. A pesquisa bibliográfica ajudará a identificar alguns problemas e paradoxos que sirvam como testes para uma Concepção Clássica da Verdade. Isto é importante porque, o trabalho desenvolverá uma a concepção de verdade na tradição clássica e a concepção proposta deve ser capaz de resolver os problemas e paradoxos identificados.

Este trabalho será desenvolvido de acordo com duas hipóteses fundamentais. A primeira é que a intuição básica da Concepção Clássica está correta, mesmo que todas as tentativas de clarificar esta intuição sejam realmente problemáticas. Tal como Tarski, não pretendo usar uma palavra conhecida, 'verdade', para denotar uma nova noção, ao contrário, a concepção se propõe a esclarecer uma velha e conhecida

noção. Mas isto só faz sentido se a noção original, embora confusa e imprecisa, estiver fundamentalmente correta. A segunda hipótese, que deu origem a toda pesquisa, está relacionada com a noção de Condições de Satisfação. Esta noção é importante para a teoria de Atos da Fala de Searle. A mesma noção aparece como uma ferramenta intermediária na Concepção de Verdade de Tarski. A hipótese é que, se este conceito for colocado como ponto central de uma teoria da verdade e se for permitida que a Ontologia da Condição de Satisfação seja diferente da Ontologia do Significado da sentença, teremos uma Concepção Clássica que poderá resolver problemas conhecidos como, por exemplo, o Paradoxo do Mentiroso.

Em termos metodológicos, os objetivos do trabalho serão atingidos primeiramente por uma pesquisa exploratória, não exaustiva, das diversas concepções de verdade ao longo da história de modo a (1) contextualizar o trabalho, listando diversas concepções de verdade ao longo da história e (2) identificar problemas e paradoxos de Concepções Clássicas da Verdade que possam servir de testes para uma concepção de verdade. Não há necessidade de uma análise de todos os argumentos e contra-argumentos sobre qualidades e defeitos das teorias. Basta que o autor tenha reconhecido uma questão como um problema e tenha tentado resolvê-la para que esta questão seja candidata a ser um teste da nova concepção. Em segundo lugar, a será feita a análise da Concepção de Verdade de Tarski tal como proposta no artigo original de 1933, na sua versão em de 1956 em Inglês. A análise focará nos capítulos 2 e 3. Em terceiro lugar vou derivar uma versão preliminar da nova concepção a partir da concepção de Tarski de forma a demonstrar respeitabilidade da proposta, para só então desenvolve-la como de forma autônoma. Finalmente, a proposta será testada em seu poder de solução dos problemas e paradoxos das concepções atuais.

Como o conceito de verdade é um conceito filosófico fundamental, é natural que uma nova concepção tenha impacto em várias áreas da Filosofia. Uma vez que a hipótese seja justificada pela pesquisa, e os objetivos alcançados, acredito que este trabalho servirá de base para pesquisas futuras. Em especial uma Metafísica que resolva problemas como a identidade no tempo, contrafactuais e lógica modal, e uma Epistemologia que inclua, por exemplo, uma solução para o problema de demarcação em Filosofia da Ciência.

Este trabalho é, formalmente, um projeto de dissertação. Espera-se, normalmente, de tal projeto, que ele seja uma consolidação de estudos em bibliotecas, sem a necessidade de originalidade. Há poucas décadas atrás ele poderia ser chamado de 'tese de mestrado'. Creio que esta designação seria mais adequada já que, de fato, encerra uma tese e se propõe a validá-la. Isto não significa que ele se coloca em pé de igualdade com o fruto de um trabalho de doutorado. As restrições de um programa de mestrado, e as minhas intenções de pesquisa futura, impuseram limites ao que este trabalho desenvolve. Foi impossível, por exemplo, analisar a história das concepções de verdade, ou mesmo das concepções clássicas da verdade, de uma forma que fizesse justiça a fecundidade do assunto. Assim a reconstrução histórica do capítulo 1 deve ser avaliada apenas pela sua capacidade de contextualizar o trabalho e lhe fornecer fundamentos. Em relação a este último papel devo reconhecer uma limitação adicional. Problemas importantes das concepções existentes foram deixados de fora da lista de problemas de teste da teoria. Há um motivo específico para isto, que vai além das limitações normais de um trabalho de mestrado. O fato é que partes significativas de meu programa de pesquisa, do qual este trabalho é apenas um recorte, ainda se encontram dentro de um nível insuficiente de maturidade. Por exemplo, para que eu pudesse demonstrar como a teoria aqui proposta lida com o problema dos contrafactuais, minha teoria da referência, que dá suporte a minha semântica modal, teria que estar pronta. Como ela ainda apresenta problemas, não poderei demonstrar como a teoria pode tratar contrafactuais. Este foi o caso também na solução de Sorites, que ignora a possibilidade de Vagueza de ordem superior, pois esta discussão precisa de complementos vindos de uma Epistemologia que ainda não existe. Desta forma, me restringi a demonstrar a capacidade imediata da teoria em resolver problemas, usando aqueles que não exigissem a utilização de teorias complementares.

Em termos de estrutura do trabalho, o Capítulo 1 fornece uma antologia das concepções de verdade que considere mais relevantes. O nível de detalhe do estudo variou tremendamente, sendo ditado pelos objetivos do trabalho. Sempre que possível segui a ordem cronológica das teorias. No século XX, porém, as várias correntes se sobrepuseram de forma a forçar adaptações neste critério. A antologia começa com as concepções clássicas de Aristóteles, Anselmo de Canterbury, Tomás de Aquino e Bernard Bolzano. Depois são analisadas duas concepções de natureza não clássica.

A primeira é a dos Idealistas Ingleses do século XIX, com foco nas ideias de F. H. Bradley. A segunda foi a concepção pragmática de William James. Em seguida documento o ressurgimento de teorias de intuição clássica. Primeiramente a Teoria da Identidade, inspirada por Gottlob Frege e depois, sucessivamente, as teorias de Correspondência de George Edward Moore e de Bertrand Russell e a teoria pictórica de Wittgenstein. Após Wittgenstein analiso como as críticas do Círculo de Viena à Metafísica geram uma visão da verdade como um conceito social. Um tipo diferente de esvaziamento do conceito de verdade é analisado a seguir. Trata-se da escola deflacionária, representada na antologia por Frank P. Ramsey, Willard Van Orman Quine e Paul Horwich. Um último renascimento da intuição clássica, *Truthmaking*, é mostrado a seguir usando a obra de seu mais famoso defensor, David M. Armstrong. O capítulo encerra com a visão pluralista da verdade de Michael P. Lynch.

No capítulo 2, apresentarei uma revisão bastante ampla da Concepção Semântica da Verdade de Tarski. O artigo original de Tarski é brilhante, mas não é uma leitura fácil. Assim, para proporcionar um terreno sólido onde minha própria proposta procurei tornar a proposta de Tarski a mais clara possível, em especial os capítulos 2 e 3 de seu artigo.

O Capítulo 3 examinei os diversos paradoxos da família do Mentiroso, que inclui Vingança, o paradoxo não autorreferente de Yablo e o paradoxo epistêmico de Kripke. O capítulo também explica porque este tipo de paradoxo é importante, mostrando como sua presença faz com que uma teoria inteira se torne trivial, ou seja, ela passa a provar qualquer coisa. Ele também cita soluções que definem as sentenças paradoxais como não-gramaticais e como não tendo sentido e uma solução que tenta mostrar que o argumento que leva ao paradoxo é falho. Atenção especial é dada à solução paracompleta de Saul Kripke, que define que as sentenças paradoxais não têm valor verdade e à solução paraconsistente de Graham Priest que aceita que as sentenças são paradoxais e tenta mostrar um caminho de como raciocinar na presença de paradoxos.

Finalmente, o capítulo 4 proporá a nova concepção e demonstrará como ela possibilita lidar com alguns problemas e paradoxos que perturbam outras teorias substantivas. O capítulo introduz a concepção, constrói uma álgebra baseada nela. Esta álgebra, por sua vez suporta a construção de uma linguagem e um sistema dedutivo.

NOTA SOBRE O ESTILO DE REDAÇÃO

O estilo de redação deste trabalho seguiu as preferências de seu autor e não da comunidade acadêmica a que pertence. Embora ele seja aderente a todos os padrões e regulamentos aplicáveis, sendo, portanto, isento de impedimento para sua apresentação e aprovação neste aspecto, um respeito decente às opiniões da comunidade me obriga a justificar minhas escolhas. Com este propósito coloquei esta nota na Introdução do trabalho.

Padrões como ABNT NBR 6023:2002 e ISO690 silenciam, corretamente, sobre o estilo de redação de textos científicos. Não há, por exemplo, nenhuma obrigatoriedade do uso da 3ª pessoa do singular, ou proibição de usar as primeiras pessoas. Mesmo no manual para elaboração e normalização de dissertações e teses da UFRJ, aparece somente a orientação de que “o resumo deve ser redigido em só parágrafo, de preferência, na 3ª pessoa do singular” (PAULA, LINDEN, *et al.*, 2014, p. 24). O uso da 3ª pessoa do singular, assim, é apenas recomendado e somente para o resumo, e não para todo o texto. Na ausência de regras formais, para alunos de alunos de mestrado e doutorado, as preferências pessoais da comunidade acadêmica são o fator predominante na escolha de certos recursos estilísticos. Alguns livros são esclarecedores sobre os princípios que norteiam as escolhas estilísticas predominantes nesta comunidade:

“Sua pesquisa impõe-se por si mesma. A linguagem que a reveste limita-se à descrição de seus passos e à transmissão de seus resultados, testemunhando intrinsecamente a modéstia e a cortesia a um bom trabalho. Sua finalidade é expressar, e não impressionar”.

(CERVO, BERVIAN e SILVA, 2007, p. 110)

O uso da 3ª pessoa do singular, desta forma, é justificado pela ideia de que a “pesquisa impõe-se por si mesma” e de que a finalidade da linguagem acadêmica é “expressar, e não impressionar”. Chamarei o estilo advogado por Cervo e adotado pela prática da comunidade de “estilo recomendado”. Duas coisas podem ser questionadas sobre sua visão subjacente. A primeira é se o estilo advogado é realmente necessário para a produção de bons textos e a segunda é se ele realmente caracteriza boa comunicação.

Uma breve análise histórica pode indicar a resposta à primeira pergunta. Segundo Sheldrake (2004) de formas de redação extremamente impessoais, como o uso da 3ª pessoa do singular na forma passiva só se tornou comum no final do século 19, tendo sido concebido para dar uma aparência mais objetiva, impessoal e profissional aos textos científicos. Isto era compatível com um certo etos positivista, enfraquecido entre os filósofos, mas ainda forte entre os cientistas. Sheldrake também comenta que o auge deste estilo foi entre 1920 e 1970, quando começou a ser fortemente questionado, particularmente nos Estados Unidos.

De qualquer forma, algumas das maiores obras da literatura acadêmica foram escritas em um estilo muito mais pessoal, usando tanto a 1ª pessoa do singular quanto a 1ª pessoa do plural. Isaac Newton escreveu seu “Principia” ainda em latim, usando a 1ª pessoa do singular, como mostra a tradução abaixo.

Hitherto I have laid down the definitions of such words as are less known, and explained the sense in which I would have them to be under stood in the following discourse. I do not define time, space, place and motion, as being well known to all. Only I must observe that the vulgar conceive those quantities under no other notions but from the relation they bear to sensible objects. (NEWTON, 2015, p. posição 243)

O seminal artigo “*On sense and reference*” de Gottlob Frege pode figurar como exemplo do uso da 1ª pessoa do plural. No trecho abaixo este estilo não é usado para passar, como se poderia supor, uma informação redundante e irrelevante de que o texto teria mais de um autor, uma vez que Frege escreve sozinho. Em vez disso, a 1ª pessoa do plural tem um uso estilístico importante. Frege convida o leitor a compartilhar seu raciocínio. Neste trecho, por exemplo, é fundamental que o leitor compartilhe as intuições colocadas.

The reference of a proper name is the object itself which we designate by its means; the idea, which we have in that case, is wholly subjective; in between lies the sense, which is indeed no longer subjective like the idea, but is yet not the object itself. (FREGE, 1960, p. 60)

Poder-se-ia acrescentar a estes dois exemplos uma enorme quantidade de outras obras-primas da ciência e filosofia que desobedecem ao estilo recomendado. Assim pode-se responder negativa e definitivamente à pergunta se este estilo é realmente necessário para a produção de bons textos acadêmicos.

No entanto, ainda poderia permanecer o argumento, formulado em nossa segunda questão, de que, embora não necessário, o estilo seria benéfico.

A comunicação acadêmica é apenas um tipo, entre vários, da comunicação em geral. O que se entende como objetivos gerais de um processo de comunicação tem origem na obra o orador romano Marcus Tullius Cicero (KEITH e LUNDBERG, 2014). Para Cícero estes objetivos são:

- *Docere* (ensinar ou informar) – prover informação que parece útil, esclarecer um ponto obscuro ou mesmo ensinar algo.
- *Movere* (motivar ou persuadir) – mudar opiniões ou atitudes. Isto exige a preocupação com as emoções e o processo de raciocínio dos receptores da comunicação.
- *Conciliare* (se envolver com o público) ou *delectare* (encantar ou entreter) – envolver o público com o próprio discurso. Este objetivo facilita os outros dois na medida em que auxilia a manutenção da atenção durante raciocínios longos ou difíceis e ajuda a tornar o receptor mais aberto aos argumentos.

É evidente que o estilo recomendado é completamente voltado para *docere*, e que relega outros aspectos da boa comunicação. A ideia de que a pesquisa se impõe por si mesma e que a função do texto acadêmico é a mera comunicação objetiva representa uma visão um tanto ingênua da comunicação acadêmica. De qualquer forma ela empobrece a comunicação em relação aos outros dois objetivos.

O uso do estilo recomendado pode facilitar a publicação de um texto, mas pode igualmente limitar seu impacto. Um caso particularmente ilustrativo é narrado por Moore (2000). Moore compara o impacto de dois trabalhos seminais em biologia:

- *Studies on the chemical nature of the substance inducing transformation of pneumococcal types* (AVERY, MACLEOD e MCCARTY, 1944)
- *Molecular structure of nucleic acids: a structure for deoxyribose nucleic acid* (WATSON e CRICK, 1953)

É interessante comparar as avaliações de Moore sobre estes dois trabalhos.

The experiments reported by Avery et al. were technically thorough and their conclusions were well founded. Nevertheless, the paper by Avery et al. was neither widely accepted nor appreciated by most people in the scientific community

(MOORE, 2000, p. 24)

Unlike virtually all other research reports of its time, the paper by Watson and Crick was an accessible and entertaining paper that -- in the tradition of Galileo Galilei and Charles Darwin -- could be read and understood by educated laypeople.

(MOORE, 2000, p. 23)

Moore argumenta que um fator preponderante nestes diferentes impactos foi a diferença nos estilos retóricos dos dois artigos. Enquanto Watson e Crick mostram-se confiantes tanto na validade dos resultados quanto na sua importância Avery, Macleod e McCarty são modestos e reconhecem a possibilidade de dúvidas. Eles parecem acreditar que sua pesquisa se impõe por si mesma e não precisa se preocupar com, por exemplo, mudar opiniões. Em comparação, um comentário de Moore é particularmente esclarecedor quanto ao estilo de Watson e Crick.

Watson and Crick lured their readers with first-person statements that emphasized their activities (e.g., "We wish to put forward..." "We wish to suggest...") and, by implication, their rejection of the supposition that data can speak for themselves.

(MOORE, 2000, p. 25)

O resultado final é que Watson e Crick receberam um prêmio Nobel enquanto os autores de outro grande artigo tiveram seu trabalho subapreciado. Este caso, entre outros, dá suporte a ideia de que o estilo usualmente recomendado não é particularmente adequado para a comunicação acadêmica.

Isaac Newton, Frege e muitos outros escreveram obras seminais desobedecendo normas como a proibição do uso das 1ª pessoas do singular e do plural. Além disso, o caso do artigo de Watson e Crick mostra o poder de estilos alternativos que incluem não só o objetivo *docere*, mas também *movere* e até *delectare*, na definição do impacto de uma obra.

É minha opinião que o estilo recomendado é pernicioso para a boa comunicação e, uma vez que não há obrigatoriedade formal para sua adoção, não o utilizei. Quando parecer apropriado, poderei utilizar a 3ª pessoa do singular e passar a ideia de isenção, no entanto, utilizarei, por exemplo, a 1ª pessoa do singular para deixar claro minhas opiniões e a 1ª pessoa do plural para convidar o leitor a concordar com um raciocínio.

Outro ponto potencial de crítica é o uso de termos técnicos em Inglês. Como quase a totalidade das minhas fontes ou foram escritas em Inglês ou me foram disponibilizadas neste idioma, confesso que, em alguns casos, tenho que procurar na literatura para descobrir o equivalente em Português. Frequentemente encontrei traduções desajeitadas como portador da verdade para *truth-bearer*, fazedor da verdade para *truth-maker* e apto a ser verdadeiro para *true-apt* ou *truth-apt*. A bela língua portuguesa não pode vencer a concisão espartana anglo-saxã e frequentemente preferi esta característica. Em alguns casos a tradução simplesmente não está disponível. No texto, por diversas vezes eu me refiro a concepção *Truthmaking*. Traduzir este termo como concepção de fabricação da verdade seria ofensivo e a teoria de ‘fazedores da verdade’ de verdade é independente da concepção citada.

Neste texto eu abuso do uso de citações longas. Isto é totalmente proposital e diria até ideológico. Eu tenho uma desconfiança natural em relação a fontes secundárias, preferindo usá-las apenas para facilitar e contextualizar minha interpretação dos textos originais. Como, neste trabalho, eu me torno uma fonte secundária, se torna minha obrigação suportar minha visão. Apenas apontar a referência é suficiente em alguns casos, mas frequentemente me parece mais adequado que eu forneça as partes exatas dos textos originais que suportem minha interpretação.

1 A VERDADE E SUAS TEORIAS

‘O que é a verdade? disse Pilatos, zombando, e não esperou por uma resposta’. Com estas palavras Sir Francis Bacon iniciou seu ensaio ‘*Of Truth*’ e eu acho que é um bom lugar para começar. Afinal, é minha ambição fornecer uma resposta e convido o leitor a esperar por ela. No mesmo ensaio, Bacon comenta:

Truth may perhaps come to the price of a pearl, that showeth best by day; but it will not rise to the price of a diamond, or carbuncle, that showeth best in varied lights.

(BACON, 2016, p. 8)

Eu compartilho, em parte, o espírito desta citação. O conceito de verdade tem sido rebaixado ao de mera opinião em que as variadas ‘luzes’ são igualmente válidas e é um de meus objetivos resgatar a dignidade do conceito de verdade. No entanto, a epistemologia não obteve método melhor de chegar à verdade do que o da crítica intersubjetiva das diversas opiniões e seu teste diante da realidade fenomenológica, ou seja, a realidade como a representamos. Desta forma, conhecer o que já se pensou sobre a verdade parece ser o passo natural para descobrir a verdade sobre a Verdade.

Este capítulo mostra uma pesquisa exploratória sobre as diversas teorias da verdade. A pesquisa não será nem profunda e nem exaustiva. Livros inteiros poder ser escritos, e de fato foram, sobre qualquer uma das teorias abordadas. O nível e a abrangência da pesquisa serão o necessário para contextualizar o trabalho e gerar os subsídios para sua conclusão. As teorias serão mostradas de forma razoavelmente cronológica, embora, no século XX, este critério apresente problemas. Prefiro a análise do trabalho de um único pensador representativo do que o resumo do que vários pensadores têm em comum. Há dois motivos para isto. Em primeiro lugar, o trabalho de um pensador tende a ser mais interessante do que o mínimo denominador comum de vários pensadores. A análise do que Bertrand Russell tem a dizer sobre verdade é muito mais rica do que a análise das características gerais da Teoria da Correspondência. Em segundo lugar, é mais fácil obter uma visão consistente a partir de um único pensador do que de uma escola. Já é difícil, por exemplo, acompanhar as mutações do pensamento William James. Tentar criar uma visão consistente do que é a verdade para o Movimento Pragmático é uma tarefa impossível.

1.1 A CLÁSSICA CONCEPÇÃO CLÁSSICA

A ideia básica da Concepção Clássica da Verdade é captar nossa noção intuitiva de verdade. Algo é verdade, ao que parece, quando é suportado, de alguma forma, pela realidade. Se eu creio que está chovendo e, quando olho para fora, vejo que está chovendo, chego à conclusão que minha crença é verdadeira. Se vejo que está fazendo sol, chego à conclusão que minha crença é falsa. A sentença ‘todos os cisnes são brancos’ não é suportada pela realidade, uma vez que há cisnes negros. Estas coisas são puro bom senso e parece surpreendente que seja tão difícil, para a Filosofia, chegar a uma conclusão de como transformar esta intuição em uma definição formalmente correta.

A Concepção Clássica teve muitas formulações através da Antiguidade, Idade Média e período pós-Medieval. Há diferenças importantes entre elas. Por vezes a realidade que suporta a verdade é a realidade suprema que o cristão vê apenas em Deus. Em outros casos a realidade é a nossa mundana, mas ela é formada por uma ontologia que contem coisas como Universais e Particulares.

No entanto, ao acompanhar as muitas nuances e variações dessa concepção neste período, a classificação mais útil é dividi-las em duas versões: Metafísica e Semântica. Explicarei esta classificação adiante. Chamo a atenção que apenas em casos excepcionais pode-se colocar uma versão como estando em disputa contra a outra. No contexto das primeiras concepções clássicas, esta distinção costuma ser mais de ênfase do que de questões teóricas profundas. De fato, a origem desta distinção pode ser atribuída a dois conjuntos diferentes de passagens do mesmo autor: Aristóteles.

1.1.1 Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.)

Um *truth-bearer* é qualquer entidade a qual se pode atribuir que é verdadeira ou falsa. Crenças, pensamentos, julgamentos, proposições, declarações e sentenças são exemplos de entidades que podem ser tomados como *truth-bearer*. Por outro lado, um *truth-maker* é ‘algo no mundo que faz as verdades serem verdadeiras’ (ARMSTRONG, 1989). Estes elementos usualmente estão presentes nas definições clássicas.

A precursora da versão metafísica medieval encontra-se no *De Interpretatione*. Não é realmente uma definição de verdade, mas todos os elementos necessários já estão lá: os *truth-bearers*, os *truth-makers* e a relação entre eles.

Now spoken sounds are symbols of affections in the soul, and written marks symbols of spoken sounds. And just as written marks are not the same for all men, neither are spoken sounds. But what these are in the first place signs of – affections of the soul – are the same for all; and what these affections are likenesses of actual things are also the same. These matters have been discussed in the work on the soul and do not belong to the present subject.

Just as some thoughts in the soul are neither true nor false while some are necessarily one or the other, so also with spoken sounds. For falsity and truth have to do with combination and separation.

(ARISTOTLE e ACKRILL, 2002, p. *De Int.* 1: 16a04–11)

Se interpretarmos esta passagem como uma teoria da verdade, os *truth-bearers* primários seriam o que Aristóteles chama de afeições mentais. Não é completamente claro o que ele queria dizer com esta expressão, mas a tradução ‘pensamento’ parece se ajustar de forma suficientemente boa em muitos casos. Observe que as construções linguísticas seriam apenas *truth-bearers* secundários, pois são sinais de afetos mentais. De qualquer forma, para Aristóteles, o atributo ‘verdadeiro’ também pode ser aplicado a elas. De fato, como Lagerlund (2011) observa, em textos antigos e medievais da versão metafísica, muitas entidades podem receber este atributo: proposições (no sentido original em latim, a grosso modo, o que é agora conhecido como uma sentença propositiva), julgamentos mentais, *dícta* ou mesmo ações e objetos. A protodefinição de Aristóteles usa a ideia de semelhança (*ὁμοιώματα* ou *omoiómata*) com coisas reais (*πράγματα* ou *prágmata*) e o texto sugere o que ele quer dizer por semelhança: falsidade e verdade têm a ver com combinação e separação.

A citação não oferece muitos esclarecimentos a respeito dos *truth-makers*, a não ser dizer que são as coisas atuais ou reais (prágmata). Mais adiante tentarei explicitar o pensamento de Aristóteles contido nesta protodefinição.

Künne (2005) criou definições semiformais da verdade que ajudam a resumir as ideias de um pensador. Irei usar ou adaptar este tipo de definição ao longo deste trabalho. No caso de Aristóteles, eu proponho a definição mostrada no Quadro 1 para a Versão Metafísica.

Definição Metafísica da Verdade de Aristóteles
• $\forall x$ (x é uma afeição da alma/símbolo das afeições na alma verdadeira $\leftrightarrow$ x é semelhante as coisas reais, de forma que o objeto e a propriedade que são combinados [separados] de acordo com x são combinados [separados]) • $\forall x$ (x é uma afeição da alma/símbolo das afeições na alma falsa $\leftrightarrow$ x não é semelhante as coisas reais, de forma que o objeto e a propriedade que são combinados [separados] de acordo com x não são combinados [não separados])

Quadro 1 - Definição Metafísica da Verdade de Aristóteles

Esta versão é chamada Metafísica porque liga diretamente a propriedade de algo ser verdadeiro com uma explicação baseada na ontologia de Aristóteles. Como veremos, o que chamei de objetos são Indivíduos ou Particulares e o que chamei de propriedades são Universais. Para Aristóteles, Indivíduos podem, ou não, estar combinados a Universais na realidade. É esta passagem para a teoria Metafísica que faz com que a definição seja substantiva.

Nenhuma concepção de Verdade foi mais duradoura em sua influência do que a de Aristóteles e uma boa parte deste sucesso se deve ao fato que nenhuma Metafísica foi mais duradoura em sua influência do que a de Aristóteles. Além disso, é profundamente satisfatório que uma definição de Verdade esteja ancorada na ontologia básica da realidade.

A Versão Semântica é exemplificada por esta famosa passagem da Metafísica:

To say of what is that it is not, or of what is not that it is, is false, while to say of what is that it is, and of what is not that it is not, is true.

Metaphysics, (1011b25)

No Quadro 2 esta versão está transformada em uma definição explícita seguindo o estilo de Künne.

Definição Semântica da Verdade de Aristóteles
• $\forall x (x \text{ é uma elocução}^1 \text{ verdadeira} \leftrightarrow x \text{ afirma do que é que é ou do que não é que não é}).$ • $\forall x (x \text{ é uma elocução falsa} \leftrightarrow x \text{ afirma do que é que não é, ou do que não é que é})$

Quadro 2 - Definição Semântica da Verdade de Aristóteles

Uma Versão Semântica utiliza a capacidade da linguagem de representar a realidade. Naturalmente, os *truth-bearers* primários tendem a ser sentenças ou mesmo elocuições. Esta versão, da mesma forma que a Versão Metafísica, sugere que há uma relação entre o que está sendo dito e o que existe na realidade. No entanto, como David (2015) observa, a relação não é explicitamente mencionada. Isto é deixado para ser resolvido pela capacidade da linguagem. Também ausente está qualquer menção do aspecto da realidade que é responsável pela veracidade do que está sendo dito, ou seja, a especificação dos *truth-makers*. Esta elusividade, frequentemente, é útil, pois há problemas difíceis na especificação da natureza do relacionamento e na definição do que, no mundo, é ligado as palavras por este relacionamento. A Versão Semântica capta adequadamente a intuição prefilosófica da verdade sem se comprometer com detalhes específicos. Evidentemente, para que uma Versão Semântica se torne substantiva, é necessário que ela seja complementada por uma teoria da semântica. No caso de Aristóteles, prover a teoria semântica é praticamente o mesmo que prover uma explicação da Versão Metafísica.

¹ Eu utilizo aqui a palavra elocução como uma tradução de utterance no sentido de um sentence-token.

Na explicação a seguir utilizarei principalmente a visão de Crivelli (2004) cotejada pelas obras originais: *De Interpretatione* (ARISTOTLE, 1955) e *Metaphysics* (ARISTOTLE, 1933).

Segundo Crivelli, para Aristóteles os Universais são objetos reais que não são nem mentais nem linguísticos. Para que um Universal exista ele deve, em algum momento, ter sido aplicado a pelo menos dois indivíduos. Se, após isto, ele for aplicado a pelo menos um indivíduo, ele continua existindo. Se este indivíduo desaparecer a situação é menos clara. De qualquer forma, um Universal é um *πρᾶγμα* (pragma), objeto, coisa entidade e não um conceito. Um indivíduo também é um *πρᾶγμα*.

Now of actual things some are universal, others particular (I call universal that which is by its nature predicated of a number of things, and particular that which is not; man, for instance, is a universal, Callias a particular). So it must sometimes be of a universal that one states that something holds or does not, sometimes of a particular.

(ARISTOTLE e ACKRILL, 2002, p. 17a37-17b16)

Desta forma, sabemos que existem pelo menos dois tipos de entidades fundamentais na realidade: Particulares e Universais. Um nome pode ser um símbolo de um pensamento, que, por sua vez, pode ser semelhante a um Universal ou a um Particular. Uma elocução é um símbolo de um pensamento que pode ser verdadeiro ou falso. Como veremos, este tipo de pensamento não é semelhante nem a um Universal e nem a um Indivíduo. Além disso, nem todos os tipos de se sentenças podem ser verdadeiras ou falsas.

Every sentence is significant (not as a tool but, as we said, by convention), but not every sentence is a statement-making sentence, but only those in which there is truth or falsity. There is not truth or falsity in all sentences: a prayer is a sentence but is neither true or false. The present investigation deals with the statement-making sentence; the others we can dismiss, since consideration of them belongs rather to the study of rhetoric or poetry.

The first single statement-making sentence is the affirmation, next is the negation. The others are single in virtue of a connective.

(ARISTOTLE e ACKRILL, 2002, p. 17a1-17a9)

A expressão que Ackrill traduz como *statement-making sentence* é, em grego, λόγον ἀποφαντικόν (lógon apofantikón). Ross (ARISTOTLE, 1955), por sua vez, traduz como uma proposição. A tradução de Ackrill, embora menos fluida, é preferível, pois a palavra proposição tem uma carga filosófica que não necessariamente se aplica ao termo usado por Aristóteles. É interessante notar que, embora a semântica aristotélica trate predominantemente de sentenças propositivas, Aristóteles reconhece que existem outros atos ilocucionários, como o ato diretivo de fazer uma oração a um deus. Austin e Searle (SEARLE, 1995) recuperaram, desenvolveram e formalizaram esta ideia.

Aristóteles lista três grandes tipos de sentenças propositivas, que podem ser verdadeiras ou falsas. Dois destes tipos são sentenças propositivas simples: a afirmação (ex. Sócrates é homem) e a negação (ex. Nem todo animal é racional). O tipo restante cobre as sentenças propositivas que, de uma forma não fiel a Aristóteles, chamarei de complexas. As sentenças declarativas complexas são tornadas um todo pela introdução de um conectivo lógico (ex. Sócrates é homem e nem todo animal é racional). Nesta exposição tratarei apenas das sentenças propositivas afirmativas.

Para Aristóteles, as expressões linguísticas (nomes, verbos, negações, afirmações, declarações e sentenças) são sinais em relação as afeições da alma. Essas afeições, por sua vez, têm algum tipo de semelhança com as coisas reais. Como não estamos particularmente interessados nas afeições da alma de Aristóteles, é possível tomar diretamente as expressões linguísticas como símbolos das coisas reais. Podemos então considerar nomes, por exemplo, como símbolos de Universais ou de Particulares. As sentenças propositivas, por outro lado, devem ser símbolos de algo. Um caminho para entender este algo é pela via da Análise, porque, ao contrário dos nomes, as sentenças possuem partes que tem significado.

Em primeiro lugar, o objeto de uma afirmação ou de uma negação contém necessariamente dois componentes. O primeiro é simbolizado por um nome: o sujeito. Às vezes se afirma (ou se nega) que algo se aplica a um Universal e às vezes a um Particular. Então um dos dois componentes, que é simbolizado pelo sujeito, pode ser um Universal ou um Particular. O outro componente é simbolizado pelo predicado. Este predicado, necessariamente contém um verbo e um nome.

A verb is what additionally signifies time, no part of it being significant separately; and it is a sign of things said of something else. It additionally signifies time: 'recovery' is a name, but 'recovers' is a verb, because it additionally signifies something's holding now. And it is always a sign of what holds, that is, holds of a subject.

(ARISTOTLE e ACKRILL, 2002, p. 16b6-16b10)

Além de seu significado específico, que o diferencia de outros verbos, um verbo tem duas outras características semânticas: (1) ele vincula o que está sendo dito ao tempo presente e (2) ele sinaliza que algo está sendo dito sobre uma coisa. Para Aristóteles, o que entendemos como verbos no passado ou no futuro não são realmente verbos, mas inflexões de verbos. A forma básica de uma sentença declarativa é falar sobre o tempo presente. E a principal função do verbo é ligar o que está sendo dito no predicado ao sujeito. O nome que aparece no predicado é obrigatoriamente um Universal, já que não se pode atribuir um Particular a nada.

Assim a sentença declarativa básica sempre será composta de um nome, que simboliza ou um Universal ou um Particular, um verbo, que serve de ligação deste nome a um segundo nome, e este segundo nome, que necessariamente simboliza um Universal. Desta forma, o objeto não simples, para o qual a sentença como um todo é um símbolo, é composto de um Universal ou um Particular que é ligado a um Universal de um modo específico. Crivelli identifica estes objetos compostos com estado de coisas (*states of affairs*):

Some composite objects that are true or false are states of affairs. A state of affairs, which is an object, is composed of two further objects: one of the objects of which it is composed is a universal, the other is either a universal or an individual. A state of affairs is true when and only when the objects of which it is composed are reciprocally combined in the relevant way; it is false when and only when the objects of which it is composed are reciprocally divided in the relevant way. For example, the state of affairs that Socrates is seated is composed of the universal seated and of the individual Socrates; it is true when and only when the universal seated is combined in the relevant way with Socrates, i.e. when and only when Socrates is seated; it is false when and only when the universal seated is divided in the relevant way from Socrates, i.e. when and only when Socrates is not seated.

(CRIVELLI, 2004, p. 4)

Creio que esta identificação é razoável, e Crivelli a defende bem, mas assim como a palavra proposição, a expressão *state of affairs* tem uma carga filosófica que não necessariamente se aplica ao texto de Aristóteles. Prefiro, neste caso, me manter literal em relação a Aristóteles e simplesmente reconhecer a existência de um objeto composto com as características requeridas. O texto abaixo provê evidência suficiente da existência deste objeto para Aristóteles.

The terms 'being' and 'non-being' are employed firstly with reference to the categories, and secondly with reference to the potency or actuality of these or their non-potency or nonactuality, and thirdly in the sense of true and false. This depends, on the side of the objects, on their being combined or separated, so that he who thinks the separated to be separated and the combined to be combined has the truth, while he whose thought is in a state contrary to that of the objects is in error. This being so, when is what is called truth or falsity present, and when is it not? We must consider what we mean by these terms. It is not because we think truly that you are pale, that you are pale, but because you are pale we who say this have the truth. If, then, some things are always combined and cannot be separated, and others are always separated and cannot be combined, while others are capable either of combination or of separation, 'being' is being combined and one, and 'not being' is being not combined but more than one.

(ARISTOTLE, 1933, p. 1051a-1051b)

Com esta discussão, já podemos, pelo menos para as sentenças afirmativas simples, mostrar a equivalência das versões semântica e metafísica da definição de verdade de Aristóteles.

Nos termos da versão metafísica, uma afeição da alma afirmativa é verdadeira quando esta estrutura mental, simbolizável por dois nomes ligados por um verbo, é semelhante a um objeto existente, que é composto de um Universal ou de um Particular combinado a um Universal na forma pensada. A sentença é falsa se o objeto composto não existe, ou seja, o Universal ou o Particular simbolizado pelo sujeito não existe combinado ao Universal na forma pensada.

Nos termos da versão semântica, uma sentença declarativa afirmativa, composta por um nome no papel de sujeito e um predicado composto por um verbo e um nome, afirma que existe um objeto composto em que um Universal ou um Particular simbolizado pelo sujeito é combinado ao Universal simbolizado pelo nome no

predicado da forma definida pelo verbo. Esta sentença é verdadeira se este objeto composto existe conforme a afirmação e falsa se ele não existe, contrariando a afirmação.

Evidentemente, neste caso, as duas versões dizem praticamente a mesma coisa. Mostrar esta equivalência para qualquer tipo de sentença coberto pela semântica de Aristóteles não seria uma tarefa fácil e extrapolaria o propósito deste capítulo. No entanto o exemplo deve demonstrar que, uma vez que se acrescenta uma teoria semântica a uma versão semântica de uma definição de verdade, é possível obter uma versão metafísica equivalente.

A semântica de Aristóteles permite até mesmo dar respostas para problemas clássicos com o conceito de verdade. Em *Categorias* 10, 13b12–33, Aristóteles provê uma solução para sentenças declarativas que possuir termos singulares sem referência, como no caso: 'O atual Rei de França é calvo'.

It might, indeed, very well seem that the same sort of thing does occur in the case of contraries said *with* combination, 'Socrates is well' being contrary to 'Socrates is sick'. Yet not even with these is it necessary always for one to be true and the other false. For if Socrates exists one will be true and one false, but if he does not both will be false; neither 'Socrates is sick' nor 'Socrates is well' will be true if Socrates himself does not exist at all. As for possession and privation, if he does not exist at all neither is true, while not always one or the other is true if he does. For 'Socrates has sight' is opposed to 'Socrates is blind' as possession to privation; and if he exists it is not necessary for one or the other to be true or false (since until the time when it is natural for him to have it both are false), while if Socrates does not exist at all then again both are false, both 'he has sight' and 'he is blind'. But with an affirmation and negation one will always be false and the other true whether he exists or not. For take 'Socrates is sick' and 'Socrates is not sick': if he exists it is clear that one or the other of them will be true or false, and equally if he does not; for if he does not exist 'he is sick' is false but 'he is not sick' true. Thus, it would be distinctive of these

(ARISTOTLE e ACKRILL, 2002, p. 13b12–33)

Para que a sentença 'O atual Rei de França é calvo' seja verdadeira, deve existir um objeto composto em que o Particular simbolizado pelo sujeito 'O atual Rei de França' esteja combinado ao Universal simbolizado pelo nome 'calvo'. Mas como o Particular não existe, ele não pode estar combinado da maneira descrita pelo verbo com o Universal. O objeto composto referido pela sentença não existe e ela é, portanto, falsa. A negação desta sentença, 'O atual rei de França não é calvo', por outro lado, seria verdadeira, pois afirma que não existe o objeto composto da combinação do Particular com o Universal.

1.1.2 Anselmo de Canterbury (1033 – 1109)

Além desta tradição aristotélica, outra tradição informou teorias medievais: a Neoplatônica. É através da visão de Agostinho que esta tradição, que liga verdade e ser, entra no pensamento medieval. Novamente, não devemos assumir a necessária oposição conceitual entre tradições. O próprio Aristóteles, obviamente isento da possibilidade de influência Neoplatônica, fala de verdade em um objeto quando afirma, em *De Interpretatione* 1051a, que os termos ‘ser’ e ‘não-ser’ são empregados no sentido de verdadeiro e falso. No entanto, além de ligar verdade e ser, a tradição agostiniana vê Deus como a única verdade real e todas as outras como emanando dele. Este conceito está completamente ausente em Aristóteles, mas aparece em Tomás de Aquino misturada à tradição puramente aristotélica.

Na visão de Catarina Novaes (LAGERLUND, 2011), a teoria da verdade de Anselmo de Canterbury (1033 - 1109) é diretamente influenciada pela abordagem neoplatônica-agostiniana. O conceito de retidão é central para Anselmo: algo possui retidão se é da forma que deveria ser, ou seja, se está conforme o desígnio de Deus para esta coisa. Para Anselmo, alguma coisa é verdadeira se possui retidão. Em *De Veritas*, Anselmo analisa a verdade de muitos potenciais *truth-bearers*: declarações, pensamentos, vontade, sentidos, ser etc. Para nosso propósito, a mais importante é sobre a verdade de uma afirmação.

Em *De Veritate* (ANSELM, HOPKINS e RICHARDSON, 2000), Anselmo admite que não classificamos uma afirmação como verdadeira se ela, por exemplo, afirma que o que é, não é. Assim a teoria de Anselmo é compatível com nossas intuições sobre a Verdade. No entanto, o mais importante é que este tipo de sentença cumpre o que deveria cumprir: ela faz uma afirmação que tem retidão. Quando uma sentença afirma que o que é, é, ela faz o que deveria em dois aspectos: (1) ela, como sentença, cumpre, como deveria, o papel de comunicar uma afirmação (que poderia até ser falsa) e (2) ela, como afirmação, cumpre, como deveria, o papel de comunicar do que é, que é e do que não é, que não é. É sobre este segundo aspecto de retidão que, normalmente, julgamos se uma sentença é verdadeira ou falsa.

A verdade de Anselmo é relacional. Mas de forma diferente da versão metafísica de Aristóteles, a relação não é entre a sentença e objetos na realidade. De fato, Anselmo explicitamente descarta este tipo de correspondência.

T. When is a statement true?

S. When what it states, whether affirmatively or negatively, is the case. I mean what it states even when it denies that what-is-not is; for even then it expresses what is the case (quemadmodum res est).

T. Then, does it seem to you that the thing stated is the truth of the statement?

S. No.

T. Why not?

S. Because nothing is true except by participating in truth; and so, the truth of something true is in that true thing. But the thing stated is not in the true statement, and thus must not be called its truth; rather, it must be called the cause of the statement's truth. Therefore, it seems to me that the truth of the statement must be sought only in the statement itself.

De Veritate (ANSELM, HOPKINS e RICHARDSON, 2000, p. 165)

Partindo da premissa que, para uma sentença ser verdadeira ela precisa participar da Verdade, necessariamente a verdade desta sentença não pode estar em outra coisa. Se a verdade da sentença estivesse em uma relação semântica com a realidade mundana, ou seja, dependesse do objeto referenciado pela sentença, a verdade da sentença estaria externa a ela, o que contraria a premissa de Anselmo. Ainda assim, Anselmo admite que o objeto referenciado seria a causa da verdade da sentença. Esta conexão me parece suficiente para incluir a teoria de Anselmo dentro da Concepção Clássica da Verdade, embora a intuição prefilosófica da verdade, neste caso, pode ser vista como meramente acidental em relação ao conceito central da verdade de Anselmo.

Eu acredito que Anselmo não precisa elaborar sobre a relação de causalidade entre o objeto e a sentença porque ele sempre pode usar a vontade de Deus para explicar como funciona essa relação. Para Anselmo, tudo o que existe, só existe pela conformidade com a vontade de Deus. Uma sentença afirmativa só é conforme a vontade de Deus se ela afirma do que é, que é. Portanto, a vontade de Deus fornece a ligação entre a sentença e o objeto. Não há necessidade de um modelo semântico ou de explicar como o significado da sentença pode ter semelhança com a realidade. O Quadro 3 mostra a definição de verdade de Anselmo seguindo o estilo de Künne. Note que a definição não especifica nenhum *truth-bearer*. Ela pode ser aplicada a qualquer coisa.

Definição de Verdade de Anselmo
• $\forall x (x \text{ é verdadeiro} \leftrightarrow x \text{ possui retidão, ou seja, é da forma que deveria ser conforme o desígnio de Deus para } x).$ • $\forall x (x \text{ é falso} \leftrightarrow x \text{ não possui retidão, ou seja, não é da forma que deveria ser conforme o desígnio de Deus para } x)$

Quadro 3 - Definição de Verdade de Anselmo

Segundo esta definição, mesmo afirmações falsas possuem verdade uma vez que elas fazem o que ela está de acordo com o desígnio de Deus para uma declaração: expressar algo. O que normalmente chamamos de verdade de uma afirmação é acidental, enquanto a retidão da expressão pertence naturalmente a ela. O próprio Anselmo admite que não estamos acostumados a pensar dessa maneira. No entanto, em sua análise sobre a verdade de um pensamento encontramos ideias mais aceitáveis. Um pensamento, neste caso, não é uma proposição completa, mas apenas uma representação de um objeto na mente. Anselmo argumenta que chamamos uma representação mental de verdadeira quando existe aquilo que nós representamos como existente. Uma representação mental somente tem retidão quando isto acontece, pois é este o desígnio de Deus para uma representação mental da realidade.

Talvez a principal dificuldade de entender as ideias de Anselmo sobre a verdade está no fato que o conceito de retidão sempre precisa ser contextualizado. Uma sentença pode ter retidão enquanto uma mera comunicação e não ter retidão enquanto uma afirmação. De fato, de um certo ponto de vista, tudo que existe, até mesmo um objeto, é verdadeiro. Anselmo afirma que não há nada, em qualquer tempo ou lugar, que não esteja na Verdade Suprema, ou que não tenha recebido da Suprema Verdade aquilo que é. O que existe não pode, estritamente falando da sua mera existência, existir se não for desígnio de Deus que exista. No entanto algo pode existir e, de forma secundária, não cumprir o desígnio de Deus para ele. Assim, a teoria de Anselmo dá suporte atribuição de verdade ou falsidade a objetos como nas expressões ‘uma verdadeira obra de arte’ ou ‘um amigo falso’.

1.1.3 Tomás de Aquino (1225 – 1274)

Tomás de Aquino (1225 - 1274) foi um pensador profundo e sutil que tentou resolver todos os problemas que ele pôde encontrar, a fim de criar uma filosofia abrangente e coerente. É impossível fazer justiça a todas as nuances da concepção da verdade de Aquino em apenas algumas linhas. Assim eu irei me limitar a alguns aspectos de seu pensamento que, na minha avaliação, mais informou pensadores posteriores. É claro que, para isso, preciso incluir sua famosa definição: '*Veritas est adaequatio rei et intellectus*' (a verdade é a adequação entre a coisa e o intelecto). Contudo, antes de nos oferecer esta definição, em seus *Quaestiones disputatae de Veritate*, Aquino nos fornece um outra.

First of all, it is defined according to that which precedes truth and is the basis of truth. This is why Augustine writes: 'The true is that which is'; and Avicenna: 'The truth of each thing is a property of the act of being which has been established for it'. Still others say: 'The true is the undividedness of the act of existence from that which is'.

Truth is also defined in another way—according to that in which its intelligible determination is formally completed. Thus, Isaac writes: 'Truth is the conformity of thing and intellect'; and Anselm: 'Truth is a rectitude perceptible only by the mind'. This rectitude, of course, is said to be based on some conformity. The Philosopher says that in defining truth we say that truth is had when one affirms that 'to be which is, and that not to be which is not'.

(AQUINAS, 1952, p. Quaestio 1 Quaeritur I)

A primeira destas definições é da tradição agostiniana que analisamos no trabalho de Anselmo, apesar de Aquinas citar este pensador na segunda definição. Este é o tipo de definição que relaciona verdade e ser. Já vimos que esta relação se faz em conexão com Deus. Os dois elementos estão presentes em Aquinas, mas não exatamente da mesma maneira que em Anselmo.

A segunda definição, por outro lado, é de tradição aristotélica. Künne (2005) expressa a opinião de que Aquinas se enganou a atribuí-la a Isaac Israeli, um neoplatônico que viveu no norte da África no início do século X. Nenhuma das definições que, segundo Muckle (1933), são encontradas no Livro das Definições de Israeli inclui a fórmula citada por Aquinas. Künne atribui esta fórmula a Avicenna, que é citado por Aquinas

na primeira definição. De qualquer forma, ele reconhece que a fórmula é anterior a Aquinas, citando como exemplos:

- A concordância da afirmação e da coisa produz a verdade, enquanto a sua discordância produz a falsidade – de um comentador das Categorias de Aristóteles que escreveu na segunda metade do sexto século.
- A verdade consiste no ajustamento (acordo) de estado mentais e coisas – de Johannes Philoponus, outro comentador das Categorias, que escreveu no início do século VI.
- A verdade é o ajuste do conhecedor ao conhecido – de Proclus, escrevendo no meio do século V.
- Uma impressão é verdadeira quando está de acordo com o objeto apresentado, mas falsa quando está em discordância – de Carneades, chefe da Academia cética ainda no século II.

As duas definições de Aquinas estão relacionadas às duas facetas de sua filosofia sobre a verdade: *veritas in rebus* (verdade ontológica ou verdade no ser) e *veritas in intellectu* (verdade lógica ou verdade no intelecto). Estas duas facetas correspondem a influência agostiniana e a influência aristotélica, mas a síntese é original de Aquinas. Aristóteles podia falar de *veritas in rebus*, mas não em relação a objetos como universais e particulares, mas somente para um tipo de especial de objeto composto pela junção de um particular (ou universal) e um universal. As teorias de Anselmo podem ser interpretadas como codificando a tradição clássica, mas é necessário um esforço considerável para sair da ideia geral que retidão é baseada em algum tipo de conformidade e chegar a fórmula aquiniana de *adaequatio*.

Wippel (1989) afirma que para entendermos adequadamente as conexões entre *veritas in rebus* e *veritas in intellectu* em *Quaestiones disputatae de Veritate* (escrito entre 1256 e 1259) devemos utilizar conceitos de um texto anterior, de 1252: *Scriptum super libros Sententiarum*. Nesta obra Aquinas explica que um nome pode ter como significado três tipos diferentes de coisas:

- O primeiro tipo tem o seu ser total e completamente fora da mente. Aquinas oferece como exemplo entidades completas, como seres humanos e pedras.
- Um segundo tipo não tem de realidade de forma independentemente da mente. Aquinas oferece como exemplos sonhos ou fantasias.
- O terceiro tipo tem um fundamento na realidade extra mental, mas depende da operação do intelecto para sua realização completa. Aquinas oferece como exemplos os Universais e o tempo. Um Universal tem fundamento na realidade extra mental, mas o que faz dele ser um Universal depende de uma operação mental.

Aquinas, nesta obra, classifica a verdade dentro deste terceiro tipo. A verdade, para ser verdade, tem um fundamento na realidade extra mental, mas depende da operação do intelecto para sua realização. Mas esta observação se aplica perfeitamente somente a *veritas in intellectu*. Ueeda (UEEDA, 1996) fornece mais uma informação importante no entendimento da teoria como um todo. Estudando diretamente as *Quaestiones disputatae de Veritate*, Ueeda diz que, em Aquinas, o conceito de Ser é único e especial. Ele inclui implicitamente todos os outros conceitos de forma que nada é externo ao ser. Todos os seres têm em comum o fato de que são. Aquinas usa o termo *ens* (ser) para designar este aspecto mais geral e comum dos seres. Evidentemente o termo *ens* não é rico o suficiente para expressar todo o conteúdo do que é um ser real. Cada ser tem aspectos específicos. Mas entre o nível destes conceitos e o nível do *ens*, cinco conceitos expressam modos de ser que são, como *ens*, inespecíficos a todos os seres. Eles são chamados Transcendentais e são:

- *Res* (objeto, coisa) - o aspecto de ser que tem a sua essência. Todos os seres possuem essências. Em outras palavras, ser capaz de possuir uma essência é um aspecto do ser comum a todos os seres.
- *Unum* (um) - aspecto do ser indiviso em si mesmo. Os seres possuem unidade. O fato de ser um todo completo é um aspecto do ser comum a todos os seres.
- *Aliquid* (algo) - aspecto de ser separado de outros seres. Aquinas diz que da mesma forma que um ser é *unum*, sem divisão em si, ele dito *aliquid* na medida em que existe separado de outros seres.
- *Bonum* (bom) – aspecto correspondente ao poder apetitivo.
- *Verum* (verdade) - aspecto correspondente ao poder cognoscente.

Estes dois últimos requerem explicação mais detalhada. Eles nem são total e completamente fora da mente e nem são totalmente dependentes da mente. No entanto, o terceiro tipo de significado para um nome, na classificação citada por Wippel, não parece ser abrangente o suficiente para abranger *Bonum*. Lembremos que este tipo tem um fundamento na realidade extra mental, mas depende da operação do intelecto para sua realização completa, ou perfeição. Este tipo de nome expressa a participação conjunta do mental e do extra mental, mas ele precisa ser generalizado para permitir as duas direções de realização.

Tanto *Verum* quanto *Bonum* são transcendentais relacionais, que se unem o mental e o extra mental. Os dois tornam algo perfeito, ou seja, permitem sua realização completa. *Verum* torna perfeito o extra mental em um aspecto conceitual ou inteligível, enquanto o *Bonum* torna perfeito o mental em um aspecto da realidade extra mental. Como consequência, *Bonum* é primariamente predicado às coisas e só secundariamente à faculdade de apetição. *Verum*, por outro lado, é primariamente predicado ao intelecto e só secundariamente às coisas. Se esta visão está correta, sendo *Verum* uma relação de adequação entre mental e extra mental, a fórmula '*Veritas est adaequatio rei et intellectus*' se aplica tanto à coisa quanto ao intelecto, mas *veritas in intellectu* é a aplicação primária e *veritas in rebus* é a aplicação secundária. Ueeda analisa a verdade em Aquinas tanto no intelecto humano quanto no divino. Ele provê duas citações importantes de Aquinas:

But truth predicated of things because of their relation to the human intellect is, as it were, accidental to those things; for, supposing that the human intellect did not or could not exist, things would still remain essentially the same. But truth predicated of things because of their relation to the divine intellect is inseparably attendant on them, for they cannot exist except by reason of the divine intellect which keeps bringing them into being. Again, truth is primarily in a thing because of its relation to the divine intellect, not to the human intellect, because it is related to the divine intellect as to its cause, but to the human intellect as to its effect in the sense that the latter receives its knowledge from things. For this reason, a thing is said to be true principally because of its order to the truth of the divine intellect rather than because of its relation to the truth of a human intellect.

(AQUINAS, 1952, p. Quaestio 1 Quaeritur IV)

Just as truth consists in an equation of thing and intellect, so falsity consists in an inequality between them. Now, as was said, a thing is related to divine and human intellects. In regard to everything that is positively predicated of things or found in them, it is related to the divine in one way as the measured to its measure; for all such things come from the divine intellect's art. A thing is related in another way to the divine intellect: as a thing known is related to the knower. In this way even negations and defects are equated to the divine intellect, since God knows all these even though He does not cause them.

(AQUINAS, 1952, p. Quaestio 1 Quaeritur X)

Há dois tipos de verdades em relação ao intelecto divino. A verdade dos seres criados, em relação ao intelecto divino prático, é essencial a existência destes seres. Eles existem porque Deus pensa neles como verdadeiros. Como qualquer aspecto da verdade, ela é também neste caso, primariamente predicada ao intelecto e só secundariamente a coisa. Mas este é um tipo especial de *veritas in rebus* porque a coisa não pode existir sem ser verdadeira no intelecto divino prático. Deus possui também um intelecto divino especulativo, que pensa sobre o que não produz. Este segundo tipo é mais semelhante a *veritas in intellectu* é do ser humano, mas é infalível.

Assim como em Anselmo, em Aquinas não há nada, em qualquer tempo ou lugar, que não esteja na verdade divina. Se algo existe, então é verdadeiro para Deus e vice-versa. No entanto, existe também a *veritas in rebus* para o intelecto humano. Um homem pode imaginar algo e depois criar esta coisa no mundo extra mental. O exemplo mais comum é o do escultor que pensa no formato da estátua e depois a executa. A estátua terá *veritas in rebus* na medida em que ela corresponder a imagem que o artesão teve para ela. Evidentemente, a estátua pode continuar existindo mesmo que o escultor pare de pensar nela, ou mesmo ele pereça. Diferente da verdade em relação ao intelecto divino prático, a verdade da estátua em relação ao intelecto do escultor é acidental a ela.

A teoria *veritas in intellectu* de Aquinas parece ser a primeira, entre as que vimos, que mereceria o nome de teoria da correspondência e a crítica mais conhecida a este tipo de teoria se evidencia. Com toda a sua sofisticação, Aquinas não esclarece o funcionamento da relação de *adequatio*. Esta relação permanece misteriosa. No entanto, há algo interessante em sua teoria da verdade que tem ressonância na

moderna teoria de termos vagos. Aquinas, em sua quarta via, ou prova, da existência de Deus, como mostra a citação abaixo, explicitamente fala que existem graus de verdade. A relação de *adaequatio* seria mais ou menos perfeita, gerando graus maiores ou menores de verdade. As modernas teorias de correspondência, por outro lado, parecem carecer desta flexibilidade. Isto é verdade certamente para a teoria de Wittgenstein no *Tractatus*.

The fourth way is taken from the gradation to be found in things. Among beings there are some more and some less good, true, noble and the like. But "more" and "less" are predicated of different things, according as they resemble in their different ways something which is the maximum, as a thing is said to be hotter according as it more nearly resembles that which is hottest; so that there is something which is truest, something best, something noblest and, consequently, something which is uttermost being; for those things that are greatest in truth are greatest in being, as it is written in *Metaph.* ii.

(AQUINAS, 1947, p. First Part Question: 2 Article: 3)

O que vimos sobre *veritas in intellectu* pode ser sumarizado no Quadro 4.

Definição de <i>Veritas in Intellectu</i> de Aquinas
• $\forall x$ (x é uma entidade no intelecto verdadeira $\leftrightarrow$ x é adequado a um ser extra mental y de modo que o modo de ser <i>Verum</i> torne y perfeito na relação com x). • $\forall x$ (x é uma entidade no intelecto falsa $\leftrightarrow$ x não é adequado a nenhum ser extra mental y de modo que o modo de ser <i>Verum</i> torne y perfeito na relação com x).

Quadro 4 - Definição de *Veritas in Intellectu* de Aquinas

Embora a noção de *veritas in intellectu* como *adaequatio* ou correspondência tenha sobrevivido, Künne observa que a noção de *veritas in rebus* caiu em descrédito já no século XVII, jamais retomando seu prestígio. Esta noção é sumarizada no Quadro 5.

Definição de <i>Veritas in Rebus</i> de Aquinas
• $\forall x$ (x é um objeto verdadeiro $\leftrightarrow$ x é adequado a uma entidade y em um intelecto de modo que o modo de ser <i>Verum</i> torne x perfeito na relação com y). • $\forall x$ (x é um objeto falso $\leftrightarrow$ x não é adequado a uma entidade y em um intelecto de modo que o modo de ser <i>Verum</i> torne x perfeito na relação com y).

Quadro 5 - Definição de *Veritas in Rebus* de Aquinas

Veritas in rebus parece ser passível de ser relativa a um intelecto específico. A imagem da estátua pertence apenas a mente do escultor. Mas também é possível que *Veritas in rebus* seja compartilhada por uma comunidade. Se todos tiverem a mesma noção do que seria um amigo, a expressão ‘um verdadeiro amigo’ pode designar uma pessoa que é adequada ao conceito de amigo de forma perfeita. *Veritas in rebus* parece ser útil para uma teoria semântica mais completa na medida que as sentenças ‘É verdade que Searle é um gênio’ e ‘Searle é um verdadeiro gênio’ não parecem ter o mesmo significado. De fato, a teoria de atos da fala de Searle mostra uma simetria semelhante da que existe entre *veritas in intellectu* e *veritas in rebus*.

Searle (1995) define que uma das características mais importantes de um ato da fala é a direção de ajuste. Dois exemplos de atos da fala são os atos assertivos, que comprometem o falante de que algo é o caso, e os atos diretivos, que tentam fazer o destinatário da comunicação executar uma ação. As asserções são os atos da fala a que normalmente atribuímos o predicado verdade e, naturalmente, a direção de ajuste deste ato é palavra-para-mundo. Se eu digo ‘o gato está sobre o tapete’, e o gato está sobre o muro, então a minha fala deveria ser ajustada para corresponder ao estado do mundo, e não o contrário. Este tipo de ato encaixa perfeitamente no modelo *veritas in intellectu*. No entanto, no caso dos atos diretivos a direção de ajuste é mundo-para-palavra. Se eu ordeno que os alunos se calem, então é o mundo que deve mudar para se ajustar ao conteúdo proposicional da minha fala. Embora esta não seja exatamente a mesma ideia de *veritas in rebus*, este caso mostra que existe muito mais do que a mera atribuição de verdade a uma sentença no relacionamento entre fala e mundo.

1.1.4 Bernard Bolzano (1781 – 1848)

David (2015) sugere que, após a Idade Média, é como se a concepção clássica fosse demasiado óbvia para merecer qualquer discussão filosófica aprofundada. Ele menciona que esta atitude se aplica a Descartes (1596-1650), Spinoza (1632 - 1677), Locke (1632 - 1704), Hume (1711 - 1776) e até certo ponto a Kant (1724-1804). O próximo autor que merece ser mencionado, dentro da história da teoria clássica é Bernard Bolzano. O simbolismo das datas que definem o período de vida de Bolzano deve ser notado. Em 1781, ano que Bolzano nasceu, foi publicada a primeira edição da Crítica da Razão Pura de Kant. Bolzano falece em 1848, no mesmo ano e apenas um mês após o nascimento de Friedrich Ludwig Gottlob Frege. Bolzano parece ser uma ponte entre a Escolástica, o Iluminismo e a Filosofia Analítica.

A principal importância de Bolzano para este trabalho é sua influência indireta. Beaney (2013) ressalta sua influência direta sobre Kazimierz Twardowski (1866-1938), fundador da Escola Lvov-Varsóvia, que, por sua vez, alimentou a tradição analítica posterior através de Alexius Meinong (1853-1920) e Alfred Tarski (1902-83), entre outros.

Bolzano realizou uma importante inovação ao utilizar proposições como *truth-bearers* primários. Na verdade, ele parece ter sido o primeiro filósofo a elaborar, em sua obra *Theory of Science* (BOLZANO e BERG, 1973), uma teoria do que hoje chamamos de proposições. Antes de Bolzano, a verdade era, normalmente, um atributo de sentenças ou de objetos mentais. O sentido medieval do termo *propositio* é, aproximadamente, o mesmo que o de uma sentença propositiva em termos modernos. Bolzano utiliza este termo no sentido medieval. Para as proposições em sentido moderno ele usa o termo alemão *Satz an sich* (sentença em si). Sua explicação deixa claro ao que ele se refere em cada caso. Mesmo assim, o uso dos termos originais pode ser confuso ao leitor moderno e o tradutor da citação abaixo preferiu traduzir *Satz an sich* como *proposition in itself* e *propositio* como *assertion*.

In order to indicate as clearly as possible to my readers what I mean by a proposition in itself (*Satz an sich*), I shall begin by explaining first what I call an assertion or a proposition expressed in words. I use this term to designate a verbal statement [...] if it is an instrument of asserting or maintaining something, if it is therefore always either true or false, one of the two, in the ordinary sense of these words [...]. Thus, for example, I call the following

series of words, "God is omnipotent," an assertion. [...] there are also propositions that are not presented in words, but which someone is merely thinking, and I call these propositions in thought. But just as in the term, "an asserted proposition," I am obviously distinguishing the proposition itself from its assertion; so in the term, "a proposition in thought," I am also distinguishing the proposition itself from the thought of it. Now what I call a proposition in itself is precisely what one necessarily has to represent by the word, proposition, in order to be able to make this distinction along with me. It is what one must think of as a proposition if one is still able to ask whether anyone has or has not asserted it, has or has not thought it. This is also what I understand by just the word, proposition, when, for the sake of brevity, I use it without the addition of in itself. In other words, then: I understand by a proposition in itself any statement that something is or is not, indifferently whether this statement is true or false, whether or not anyone has put it into words, whether or not it has even been thought.

(BOLZANO e BERG, 1973, p. 47-48, grifo nosso)

Uma asserção é uma proposição expressa em palavras e não a própria proposição. Da mesma forma, um pensamento sobre uma proposição não é a própria proposição. Autores anteriores tentaram lidar com as mesmas questões que preocupavam Bolzano com relação ao uso de sentenças e pensamentos como *truth-bearers* primários. Em primeiro lugar, tanto uma asserção quanto um pensamento ocupam uma posição no tempo, mas há um sentido em dizer que pelo menos certas verdades são eternas. Além disso, podem existir verdades que nunca foram e nunca serão faladas e nem mesmo pensadas. Bolzano cita a solução de Leibniz.

Leibniz explicitly notes in the Dial. de connexione inter verba et res (Oeuvres philosophiques publiees par Raspe) that propositions do not all have to be thought, and he uses the two expressions, *propositio* and *cogitatio possibilis*, as synonymous.

(BOLZANO e BERG, 1973, p. 52-53)

Beaney (2013) explica que a solução de Leibniz resolve os dois problemas, mas é genérica demais, uma vez que nem todo pensamento é uma proposição. Quando Paris ou meu filho aparecem no meu pensamento, eu não estou pensando em algo que pode ser caracterizado como verdadeiro ou falso e Bolzano toma justamente esta característica como essencial em uma proposição. Uma proposição seria então, o que

um pensamento, real ou potencial, expressa quando é passível de ser verdadeiro ou falso.

(1) It will be conceded to me that in connection with very many propositions, [...] there are certain objects they are concerned with, i.e. in reference to which something is asserted in these propositions. [...] But if there are certain objects with which a proposition is concerned, there must be within it an idea that refers to these objects, encompasses them. For it is only by virtue of this that it comes to be concerned with those objects and no others. [...] Now let me call the idea in a proposition of the objects it asserts something about the proposition's object-idea or subject-idea or its basis.

(2) The further concession will be made to me that, if not all, surely very many propositions assert a certain property of the objects they concern. [...] Moreover, they must also contain a distinct idea by which those first two are connected with each other, an idea, then, which indicates that the objects considered in the proposition have the property cited in it. [...] I will be permitted to call the idea of the property asserted of the proposition's objects the property-idea or predicate-idea occurring in it, or the assertive part. The idea that ties these two together, however, I call the proposition's connective or copula. Three components that undeniably occur in a large number of propositions are, then, a subject-component [Unterlage], a predicate-component [Aussagetheil] and a copula [Bindeglied].

(BOLZANO e BERG, 1973, p. 169-170)

Em outras palavras, uma proposição contém três partes:

- Uma ideia-sujeito - que é simbolizada em uma asserção simples pelo sujeito e correspondo ao objeto que é o assunto da proposição.
- Uma ideia-predicado - que é simbolizada em uma asserção simples pelo predicado e correspondo a uma propriedade.
- Uma ideia-cópula – que é simbolizada em uma asserção simples pelo verbo 'é' e corresponde a união da propriedade ao objeto. É pela cópula que a propriedade é atribuída, pela proposição, ao objeto.

A partir destes conceitos, a definição de verdade de Bolzano aparece naturalmente.

Ein Satz ist wahr, wenn jeder Gegenstand, der dem Subjecte des Satzes untersteht, eine Beschaffenheit hat, die dem Prädicate untersteht. [A proposition is true if [and only if] every object which falls under its subject has a property which falls under the predicate.]

(BOLZANO, 1775, p. 105 apud KÜNNE, 2005 p.109)

O Quadro 6 é uma adaptação da versão de Künne (2005):

Definição da Verdade de Bolzano
• $\forall x [x \text{ é uma proposição verdadeira} \leftrightarrow$ $\exists y (y \text{ cai sob a ideia-sujeito de } x)$ & $\forall y (y \text{ cai sob a ideia-sujeito de } x \rightarrow$ $\exists z (z \text{ cai sob a ideia-predicado de } x$ & $y \text{ possui } z))]$. • Uma proposição que não é verdadeira é falsa.

Quadro 6 - Definição da Verdade de Bolzano

Bolzano será o último filósofo da tradição clássica da verdade que adota o estilo que Künne chama de correspondência baseada em objetos. Este estilo representa uma das possíveis respostas ao problema da falsidade colocado pelos sofistas e registrado por Platão. Uma excelente explicação deste problema é encontrada no livro *Logical Forms* (CHATEAUBRIAND, 2001). Parece natural encarar a conexão entre uma asserção e a realidade em termos de uma descrição. Uma declaração verdadeira, então, descreveria um determinado aspecto do mundo. O problema então seria explicar em qual sentido uma asserção falsa faria uma descrição sobre o mundo. Este problema é até mais abrangente do que parece uma vez que uma asserção falsa pode ser transformada em uma asserção verdadeira pela operação de negação. ‘Theaetetus está voando’ é falsa, mas ‘Theaetetus não está voando’ é verdadeira.

O problema é ainda mais evidente em declarações sobre existência. Como a sentença falsa 'A montanha dourada existe' pode descrever realidade? E o que a sentença verdadeira 'A montanha dourada não existe' está corretamente descrevendo? A primeira sentença parece afirmar o ser de um não-ser e a segunda parece afirmar um não-ser de um ser, o ser que ela supostamente descreve.

A solução de Platão é encarar a declaração implícita de não existência em uma falsidade como uma declaração de falta de adequação. Para isto precisamos de dois componentes (ex. um particular e um universal, uma ideia-sujeito e uma ideia-predicado etc.) em que podemos declarar que um componente se ajusta ou não ao outro e pode ser ou não o caso deste ajuste. 'Theaetetus está voando' afirma a conexão entre dois componentes existentes no mundo, o objeto Theaetetus e a forma Voando.

Chateaubriand acrescenta uma sofisticação nesta solução uma vez que ela ainda afirma algo que não existe, ou seja, a própria conexão entre os componentes. A não participação do objeto Theaetetus na forma Voando não precisa ser vista como uma falta de conexão, que seria um nada, mas como a participação na forma Outra-coisa-que-não-seja- Voando, que seria a combinação da forma Alteridade e a forma Voando.

De qualquer modo, esta solução é adequada principalmente para sentenças do tipo sujeito-predicado (ex. 'a possui F' ou 'a é F'), em que o sujeito, assim como o predicado, correspondem, de forma independente da sentença, a algo na realidade. Esta é a estrutura de toda a Lógica Aristotélica, que só foi abandonada após a revolução de Frege e Russell. Como falar sobre a verdade neste estilo de teoria é falar sobre os objetos componentes, este estilo merece o nome de 'correspondência baseada em objetos', embora eu esteja deliberadamente evitando o uso da palavra 'correspondência' para descrever as teorias clássicas até agora. Dentro do possível, para evitar confusões entre teorias de correspondência no sentido estrito (que veremos mais tarde) e teorias de correspondência no sentido amplo (que abrangem as teorias que acabamos de mostrar), eu reservo a palavra 'correspondência' para o primeiro tipo de teoria. Estas teorias, como veremos, dão ênfase não a objetos, mas a fatos, e por isto são chamadas por Künne de teorias de correspondência baseada em fatos.

1.2 MUDANDO DE ASSUNTO

No início da seção 1.1 eu afirmei que a ideia básica da Concepção Clássica da Verdade é captar nossa noção intuitiva de verdade. Naturalmente este comentário levanta a questão se existem teorias que não tentam captar nossa noção intuitiva e a resposta é afirmativa. Por motivos variados, existiram filósofos que abandonaram nossas intuições sobre o tema e propuseram redefinir o termo verdade para que tivesse outros significados. Esta seção comentará sobre duas destas concepções: a versão do Idealismo Britânico de uma Teoria da Coerência e o Pragmatismo de Willian James. A primeira teoria surge de compromissos ontológicos enquanto a segunda surge de uma necessidade de fundamentar o conceito de verdade de forma epistêmica.

1.2.1 Idealistas Coerentes

Para um idealista, a realidade tem um caráter mental ou ideal. Esta é uma característica ontológica e não psicológica. Para um materialista, existe no mundo, por exemplo, ondas eletromagnéticas de um certo comprimento. A sensação de vermelho é o resultado da interação destas ondas com um sistema biológico. Um idealista pode inverter esta equação. O que existe na realidade é a cor vermelha. As ondas eletromagnéticas são abstrações que nos ajudam a compreender a realidade. Existem diversos tipos de idealismo e este exemplo pode não ser aplicável para todos. Mas o que todos têm em comum é que o que é real pode ser pensado. Não apenas podemos pensar sobre o real, mas pensar o real. Alguns idealistas colocam o real na mente de um ser supremo, mas isto não é necessário. Assim como um materialista pode acreditar que as coisas físicas existem por si mesmas, um idealista pode pensar que o mental existe por si mesmo. Nossas mentes específicas seriam apenas um fragmento da realidade mental e totalmente contínua a ela. Este é o caso dos Idealistas Britânicos de tradição hegeliana, que tiveram uma breve, mas importante, influência no mundo de língua inglesa do século XIX, tendo mesmo sobrevivido ao início do século XX. De particular interesse para este trabalho são os nomes de F. H. Bradley (1846–1924) e H. H. Joachim (1868–1938) que se dedicaram ao conceito de verdade. Nesta seção vou seguir de perto a visão de Johnson (1992) sobre a teoria de verdade dos idealistas britânicos, embora minha leitura seja, ocasionalmente, ligeiramente diferente da dele.

Para um idealista, o conceito intuitivo de que um pensamento é verdadeiro quando representa adequadamente a realidade externa é problemático. Não há o independente do mental, do qual o mental é mera representação. Na verdade, um objeto mental pode ser verdadeiro em si mesmo sem que ninguém jamais tenha pensado nele e, como veremos, no caso dos idealistas britânicos, a única coisa realmente verdadeira é um objeto mental impossível de ser pensado. O mental é independente da mente. Assim os dois lados e a relação do *adequatio* são problemáticos para o idealista. A visão dos idealistas britânicos sobre a concepção clássica é exemplificada por este comentário de Bradley.

Mr. Joachim in his interesting work on The Nature of Truth did, I think, well to discuss once more that view for which truth consists in copying reality. It is a view which, for myself, I have been accustomed to treat as exploded, but it is a natural way of taking things, and, I suppose, can never cease to be popular. [...] The above view is natural, but, even as it stands, seems hardly consistent with itself, for how the past or future can be copied is at least not evident. [...] But, not to dwell on this, the whole theory goes to wreck in principle and at once on a fatal objection. Truth has to copy facts, but on the other side the facts to be copied show already in their nature the work of truth-making. The merely given facts are, in other words, the imaginary creatures of false theory. They are manufactured by a mind which abstracts one aspect of the concrete known whole, and sets this abstracted aspect out by itself as a real thing.

(BRADLEY, 1914, p. 107-108)

Bradley tem a confiança de afirmar, no início do século XX, que a concepção clássica foi explodida. Com o ocaso da metafísica medieval, a inexistência de uma formulação que superasse dificuldades e paradoxos gerou, e ainda gera, descrença de que tal formulação seja possível. Bradley cita uma destas dificuldades, ou seja, o velho problema de Aristóteles das proposições sobre o futuro. No entanto, a real causa de sua objeção não é este tipo de dificuldade, mas a própria noção de fatos independentes do mental.

Entendida a necessidade dos idealistas, vamos colocar a solução, a teoria da coerência, da forma mais crua possível, de modo a destacar sua implausibilidade e a dimensão do problema que seus defensores tem que contornar: uma proposição (ou sentença ou julgamento etc.) é verdadeira se ela tem coerência com um todo especificado. Não se trata aqui de defender o princípio da não contradição e dizer que

uma verdade tem a propriedade de, necessariamente, se conformar com um conjunto de outras verdades. A coerência aqui não seria uma propriedade da verdade, mas a essência do que é verdade.

A objeção inicial a esta definição, tal como está, é óbvia e eu não posso colocá-la melhor do que Moritz Schlick:

If one is to take coherence seriously as a general criterion of truth, then one must consider arbitrary fairy stories to be as true as a historical report, or as statements in a textbook of chemistry, provided the story is constructed in such a way that no contradiction ever arises. I can depict by help of fantasy a grotesque world full of bizarre adventures: the coherence philosopher must believe in the truth of my account provided only I take care of the mutual compatibility of my statements, and also take the precaution of avoiding any collision with the usual description of the world, by placing the scene of my story on a distant star, where no observation is possible. Indeed, strictly speaking, I don't even require this precaution; I can just as well demand that the others have to adapt themselves to my description; and not the other way round. They cannot then object that, say, this happening runs counter to the observations, for according to the coherence theory there is no question of observations, but only of the compatibility of statements.

(SCHLICK, 1959, p. 215-216)

Se entendermos coerência como a mera consistência entre uma proposição e um conjunto de outras proposições a teoria se torna absurda. Como Schlick destaca, podemos fabricar um conjunto de proposições sobre uma civilização em outra galáxia, de forma que estas proposições sejam extremamente detalhadas (embora talvez seja preciso o talento de um Tolkien) e coerentes e que também sejam totalmente consistentes com todas as proposições da Ciência, inclusive sobre a história da Terra. Uma fantasia totalmente criada, sem qualquer informação objetiva para suportá-la, deveria ser declarada verdadeira por ter consistência interna.

Mas a coerência dos Idealistas não é mera consistência lógica entre um conjunto de proposições, mas uma característica imanente da realidade. A verdade não é apenas coerente, ela é abrangente no sentido de abarcar toda a realidade. A verdade é uma expressão da própria realidade como um todo. A verdade perfeita é toda a verdade.

Truth is an ideal expression of the Universe, at once coherent and comprehensive. It must not conflict with itself, and there must be no suggestion which fails to fall inside it. Perfect truth in short must realize the idea of a systematic whole. And such a whole, we saw (Chap. VII), possessed essentially the two characters of coherence and comprehensiveness.

(BRADLEY, 1914, p. 223)

Bradley provê duas justificações de porque a verdade deve necessariamente ser a expressão da realidade como um todo. A primeira é claramente hegeliana. Se adotarmos um objeto da realidade como sujeito de uma proposição, imediatamente este objeto deve contradizer a si mesmo. O objeto e seu oposto, em um processo dialético, formam uma nova unidade. Esta unidade também contradiz a si mesmo. Este processo continua até abarcar toda a realidade. Para compreendermos corretamente um único objeto, precisaríamos compreender o Universo como um todo.

The whole reality is so immanent and so active in every partial element, that you have only to make an object of anything short of the whole, in order to see this object pass beyond itself. The object visibly contradicts itself and goes on to include its complementary opposite in a wider unity. And this process repeats itself as long as and wherever the whole fails to express itself entirely in the object. Hence the two principles of coherence and comprehensiveness are one. And not only are they one but they include also the principle of non-contradiction. The order to express yourself in such a way as to avoid visible contradiction, may be said in the end to contain the whole criterion.

(BRADLEY, 1914, p. 223)

No entanto, o idealismo britânico foi mais do que um mero comentário de Hegel. O misticismo exagerado deste foi moderado pelo temperamento anglo-saxão. Bradley alega que a visão citada acima nunca o satisfaz. Ele concedia a Hegel que grande parte dos objetos parciais se desenvolvem indefinidamente para além de si mesmos, por discrepância interna, mas ele se recusava a ver este processo dialético ocorrendo em todo e qualquer caso.

Sua justificativa de que a verdade é aplicável apenas para o todo segue um caminho ligeiramente diferente. A mente humana é contínua com o Universo, e nós experienciamos a realidade de forma que ela vai além de cada objeto. Um objeto sempre é visto como pertencente a um contexto maior e se relacionando com ele.

Para Bradley isto demonstrava que um objeto de nossa experiência é sempre algo defeituoso. E assim não podemos dizer a verdade sobre ele.

The object before me is not the whole of Reality, nor is it the whole of what I experience. The Universe (I must assume this here) is one with my mind, and not only is this so, but the Universe is actually now experienced by me as beyond the object. [...] Hence, as against this fuller content present in feeling, the object before me can be experienced as defective. There is an unspecified sense of something beyond, or there may even arise the suggestion in idea of the special complement required. We may perhaps hesitate to say that the defective object itself suggests its own completion, and we may doubt whether the process should be called Dialectic. [...] The important point is that with the object there is present something already beyond it, something that is capable both of demanding and of furnishing ideal suggestions, and of accepting or rejecting the suggestions made.

(BRADLEY, 1914, p. 225)

Há um toque de empiricismo no final desta citação. Nosso conhecimento é norteado pelo todo da realidade que age de forma a aceitar ou rejeitar algumas de nossas hipóteses e sugerir outras. Esta segunda versão, embora mais palatável em termos de exigências metafísicas, me parece mais fraca do que a primeira como justificativa de que a verdade só pode ser atribuída ao todo da realidade. Bradley provê argumentos complementares para fortalecer sua posição. Não precisamos estudar estes argumentos. A conclusão, nos dois tipos de justificação, é a mesma.

You have here a whole which at the same time is each and all of its parts, and you have parts each of which makes a difference to all the rest and to the whole. [...] The aspects of coherence and comprehensiveness are each a way in which this one principle appears and in which we seek further to realize it. [...] Judgement, on our view, transcends and must transcend that immediate unity of feeling upon which it cannot cease to depend. Judgement has to qualify the Real ideally. And the word 'idea' means that the original unity has so far been broken. This is the fundamental inconsistency of judgement which remains to the end unremoved, and which in principle vitiates more or less all ideas and truth.

(BRADLEY, 1914, p. 231)

O todo não é apenas formado por suas partes, mas ele está em cada uma de suas partes e cada parte faz diferença intrínseca para todas as outras partes. Estas ideias são, no mínimo, contra intuitivas e precisam ser explicadas. Em seu ensaio sobre a teoria monística da verdade, Russell explica esta ideia, e outras, usando o recurso de reduzi-las a um princípio geral que ele atribui aos idealistas. Segundo Russell, eles sustentam o que ele chama de axioma das relações internas: toda relação está fundamentada na natureza dos termos relacionados. Se existe uma relação aRb , então existe algo nas naturezas dos dois objetos a e b , em virtude do qual eles possuem a relação R . Ao contrário da forma que costumamos pensar, a relação R não é algo que conecta dois objetos independentes, ou seja, a relação R não é externa aos objetos. A relação R é parte da natureza dos objetos envolvidos. Em outras palavras, ela é interna a eles. Se minha cópia do livro 'Intencionalidade' de Searle está à esquerda de minha caneta, então estar à esquerda de minha caneta é, de alguma forma, parte da natureza do livro.

The doctrines we have been considering may all be deduced from one central logical doctrine, which may be expressed thus : "Every relation is grounded in the natures of the related terms." Let us call this the axiom of internal relations. If this axiom holds, the fact that two objects have a certain relation implies complexity in each of the two objects, i.e. it implies something in the "natures" of the two objects, in virtue of which they have the relation in question. According to the opposite view, which is the one that I advocate, there are such facts as that one object has a certain relation to another, and such facts cannot in general be reduced to, or inferred from, a fact about the one object only together with a fact about the other object only.

(RUSSELL, 1910, p. 160-161)

Embora Bradley negue que suporte esta doutrina, dizendo que, embora as relações internas são 'mais verdadeiras' que as externas, elas não são 'verdadeiras no final', ele frequentemente parece se comprometer com ela.

[...] But this is to assume that a thing's relations, which make all the difference to other things, or at least all the difference beyond itself, make no difference whatever to itself. And this assumption, if it is tenable, seems at least not free from difficulty.

(BRADLEY, 1914, p. 43)

De qualquer forma, é difícil fazer sentido das ideias de Joachim e Bradley sem este axioma. Com ele, no entanto, a teoria é derivada naturalmente.

It follows at once from this axiom that the whole of reality or of truth must be a significant whole in Mr. Joachim's sense. For each part will have a nature which exhibits its relations to every other part and to the whole; hence, if the nature of any one part were completely known, the nature of the whole and of every other part would also be completely known; while conversely, if the nature of the whole were completely known, that would involve knowledge of its relations to each part, and therefore of the relations of each part to each other part, and therefore of the nature of each part. It is also evident that, if reality or truth is a significant whole in Mr. Joachim's sense, the axiom of internal relations must be true. Hence the axiom is equivalent to the monistic theory of truth.

(RUSSELL, 1910, p. 161)

Não importa que par de objetos escolhemos, sempre podemos pensar algum tipo de relação entre eles, mesmo que seja uma relação complexa envolvendo vários objetos. Cada objeto se relaciona de alguma forma com todos os outros. Se cada parte tem, em sua natureza, as suas relações com todas as outras partes e com o todo, conhecer completamente uma única parte significa conhecer todas as outras. Cada parte faz diferença para todas as outras porque as relações são internas a cada parte. As relações entre os objetos fazem parte da natureza de cada objeto. Como a descrição completa de cada parte é o todo, o todo é cada uma de suas partes. A coerência dos Idealistas não é mera consistência lógica entre um conjunto de proposições, mas uma característica imanente a realidade. A verdade não é a coerência com um conjunto especificado de proposições (ou sentenças ou julgamentos etc.), mas a coerência da própria realidade. Só existe, e só pode existir, uma verdade.

Coherence is not to be interpreted as formal consistency. Coherence of form, irrespective of the matter cohering, is mere validity: at most a negative condition (or *sine qua non*) of the complete truth, which the coherence-notion professes to grasp. The coherence, which is truth, is the concrete character of a significant whole, in which form and matter cannot be severed from one another, nor intelligibly considered apart. And nothing short of the one all-inclusive significant whole ideal or absolute experience can be completely coherent in this sense of the term.

(JOACHIM, 1906, p. 170)

Mas e quanto as proposições do tipo ‘o gato está no tapete’, que costumamos pensar como verdadeiras ou falsas? De que forma a teoria dos idealistas lida com estas proposições?

Hence truth for the coherence-notion is the character of ideal or absolute experience; and any partial experience (e. g. human knowledge) is true more or less, according as it exhibits a character more or less approximating to the complete coherence,

(JOACHIM, 1906, p. 170)

Estas proposições são apenas parcialmente verdadeiras conforme se aproximem mais ou menos da coerência completa. À luz do que vimos até agora, isto é plausível para as proposições que consideramos verdadeiras. Se vemos o gato sobre o tapete e dizemos que ele está sobre o tapete, estamos encarando o gato e o tapete como objetos isolados que estão em uma relação externa a eles. Isto está longe da verdade única dos idealistas. A verdade que o gato está sobre o tapete é apenas uma verdade parcial. A teoria se torna menos plausível quando consideramos as proposições que tomamos como falsas. Se vemos o gato sobre o tapete, a ideia de que ele está em nosso colo é, segundo a teoria, apenas parcialmente falsa. Afinal, se esta proposição fosse totalmente falsa a proposição de que o gato não está no nosso colo seria totalmente verdadeira, e só há uma verdade, que é a verdade total.

Em seu ensaio, Russell provê uma grande quantidade de argumentos, vários na forma de *reductio ad absurdum*, contra esta teoria. Não vou repeti-los aqui. Minha própria posição é que, de todas as teorias que vimos até agora ou que veremos a seguir, esta é a que é mais exigente e que tem menos a oferecer. Para que ela sequer faça sentido, precisamos aceitar a posição metafísica de que a realidade é ideal. Precisamos também tomar como correto o axioma das relações internas ou outra justificativa de porquê conhecer completamente uma única parte da realidade significa conhecer todas as outras e porque o todo é cada uma de suas partes. Precisamos abrir mão completamente de nossa intuição prefilosófica e aceitar a verdade como coerência. Precisamos aceitar que proposições como ‘1=1’ são apenas parcialmente verdadeiras e proposições como ‘1=7’ são apenas parcialmente falsas. Em troca, recebemos apenas uma teoria que é, ela própria, se correta, parcialmente falsa. Não é oferecida nenhuma solução para paradoxos e problemas epistemológicos. Parece que a questão principal não é a maneira como esta teoria pode ser criticada, mas porque

alguém a adotaria em primeiro lugar. Encerro esta seção com uma última citação do ensaio de Russell.

The position which I have been trying to represent is always considered, by those who hold it, a very difficult one to apprehend; so much so that the word " crude " has been consecrated to those arguments and philosophies which do not accept this position. As I believe that the more "crude" a philosophy is, the nearer it comes to being true, I cannot hope to persuade idealists that I have understood their position;

(RUSSELL, 1910, p. 152)

O Quadro 7 resume a teoria da verdade por coerência idealista.

Definição da Verdade por Coerência Idealista
• A única verdade é a coerência da experiência ideal ou absoluta. • $\forall x$ [x é uma proposição mais ou menos verdadeira conforme ela exiba um caráter mais ou menos aproximado à coerência completa].

Quadro 7 - Definição da Verdade por Coerência Idealista

1.2.2 A Verdade Pragmática de James

Kirkham (1995) comenta que Peirce e James são notoriamente inconsistentes em suas observações sobre a verdade. Uma situação que se torna pior que o necessário para comentadores que tentam torná-los não só autoconsistentes, mas também consistentes um com o outro. Nesta seção focarei em William James e tentarei mostrá-lo de uma forma que seja não só razoavelmente consistente, mas também interessante, tentando escapar trivializações. Diferente de minha opinião sobre os idealistas, eu acredito que uma avaliação justa da obra de James tem pontos a oferecer para o desenvolvimento de uma teoria da verdade. No entanto, apresentar a teoria da verdade de James desta forma não é tarefa fácil. Usando as palavras de Hookway (2016), o estilo de James é caracteristicamente animado, oferecendo formulações contrastantes, slogans envolventes e alegações intrigantes que frequentemente ofendem o senso comum. Kirkham teoriza que a origem deste estilo é o fato que James cresceu filosoficamente em uma época em que ambiguidade, indireção e um estilo cheio de metáforas e rococó eram características padrão de expressão filosófica. Infelizmente, este tipo de expressão torna James um alvo fácil para interpretações estereotipadas. A citação abaixo, por exemplo, sugere uma filosofia ingênua em que dizer que uma crença é verdadeira significa que o mesmo que dizer que ela permite orienta bem o comportamento.

'The true,' to put it very briefly, is only the expedient in the way of our thinking, just as 'the right' is only the expedient in the way of our behaving.

(JAMES, [1907] 1987, p. 583)

Russell, em sua *History of Western Philosophy* (RUSSELL, 2004) oferece exatamente este tipo de interpretação. Ele diz que, como consequência da definição de James, pode acontecer que a sentença 'A existe' seja verdadeira sem que, de facto, exista um A. Se a hipótese de Papai Noel existir gera satisfação no sentido mais amplo da palavra, então a sentença 'Papai Noel existe' é verdadeira ainda que Papai Noel não exista. Esta *reductio ad absurdum* é quase uma transcrição de outra citação de James.

If the hypothesis of God works satisfactorily in the widest sense of the word, it is true.

(JAMES, [1907] 1987, p. 618)

Apesar desta interpretação pouco lisonjeira, Russell, tinha James em alta conta e conhecia os pontos principais de sua filosofia. Ele percebia, por exemplo, que o pragmatismo representa, por um lado, um método e um hábito da mente e por outro, uma teoria sobre o que constitui a verdade (RUSSELL, 1910) e, de fato, compartilhava de muitos dos valores do método pragmático. James definiu este método como uma maneira de resolver disputas filosóficas que de outra forma poderiam ser intermináveis.

I wish now to speak of as the pragmatic method. The pragmatic method is primarily a method of settling metaphysical disputes that otherwise might be interminable. Is the world one or many?—fated or free?—material or spiritual?—here are notions either of which may or may not hold good of the world; and disputes over such notions are unending. The pragmatic method in such cases is to try to interpret each notion by tracing its respective practical consequences. What difference would it practically make to any one if this notion rather than that notion were true? If no practical difference whatever can be traced, then the alternatives mean practically the same thing, and all dispute is idle. Whenever a dispute is serious, we ought to be able to show some practical difference that must follow from one side or the other's being right.

(JAMES, [1907] 1987, p. 506, grifo nosso)

Sua ideia básica é que, se duas noções filosóficas em disputa não geram diferença prática então a disputa entre elas é ociosa. Em outras partes do texto, James chega a dizer que, neste caso, apesar de poderem ter nomes diferentes, as duas teorias significam exatamente a mesma coisa e a disputa é puramente verbal. Mas, a ideia de que duas teorias com as mesmas consequências práticas dizem a mesma coisa me parece uma das hipérboles de James. Infelizmente James não é muito preciso na descrição do método e, para explica-lo, ele recorre principalmente a exemplos em que a solução pragmática resolve alguma disputa. Em alguns casos, o método clarifica a questão, mostrando que ela se baseia em ambiguidades e assim a dissolve. Em outros casos, a disputa é resolvida em favor da opção que tenha melhores 'consequências práticas'. Estes casos são mais questionáveis uma vez que os Pragmatistas nunca esclarecem muito bem o que eles reconhecem como consequências práticas ou como descobri-las (HOOKWAY, 2016). O chamado 'método pragmático' me parece mais um lema ou um princípio do que realmente um método estruturado. É usando o

Pragmatismo como um princípio que interpreto a citação de que, se não existe diferença prática alguma entre duas alternativas, elas significam a mesma coisa, e toda disputa é ociosa. Elas 'significam' a mesma coisa não do ponto de vista semântico, mas do ponto de vista que elas são vazias de importância. O Pragmatista não deve dar importância a elas. O subtítulo do livro '*Pragmatism*' é '*a new name for some old ways of thinking*'. Eu concordo com Russell de que este título mostra uma modéstia excessiva, mas minha interpretação desta parte do adágio pragmático é realmente a de que ele é uma velha maneira de pensar. James me parece estar simplesmente recomendando a *epoché* dos céticos gregos. É perfeitamente aceitável silenciar sobre disputas que, não tendo nenhuma consequência prática, ou tendo exatamente as mesmas consequências, não podem ser decididas. E é da mesma forma que interpreto a teoria da verdade de James.

But the great assumption of the intellectualists is that truth means essentially an inert static relation. When you've got your true idea of anything, there's an end of the matter. You're in possession; you know; you have fulfilled your thinking destiny. You are where you ought to be mentally; you have obeyed your categorical imperative; and nothing more need follow on that climax of your rational destiny. Epistemologically you are in stable equilibrium.

Pragmatism, on the other hand, asks its usual question. "Grant an idea or belief to be true," it says, "what concrete difference will its being true make in any one's actual life? How will the truth be realized? What experiences will be different from those which would obtain if the belief were false? What, in short, is the truth's cash-value in experiential terms?"

The moment pragmatism asks this question, it sees the answer: True ideas are those that we can assimilate, validate, corroborate and verify. False ideas are those that we can not. That is the practical difference it makes to us to have true ideas; that, therefore, is the meaning of truth, for it is all that truth is known-as.

This thesis is what I have to defend. The truth of an idea is not a stagnant property inherent in it. Truth happens to an idea. It becomes true, is made true by events. Its verity is in fact an event, a process: the process namely of its verifying itself, its verification. Its validity is the process of its validation.

(JAMES, [1907] 1987, p. 579, grifo nosso)

James nos instiga a perguntar que experiências serão diferentes se uma crença for verdadeira ou se for falsa. Se não há diferença prática entre assumir a verdade ou a falsidade da crença, então a disputa entre estas duas opções é ociosa e o método pragmático recomenda a *epoché*, a suspensão do julgamento. No entanto, esta passagem vai além da mera *epoché* ao sugerir uma visão dinâmica da verdade. Uma ideia torna-se verdadeira por um processo que envolve assimilação, validação, corroboração e verificação. A *epoché* é a postura recomendada se o processo não permite uma conclusão. Ao definir a verdade em termos epistêmicos como justificação e verificação, James se afasta da possibilidade de usar a suspensão do julgamento dentro da concepção clássica da verdade. Ele explicitamente descarta uma visão ontológica em que a verdade seria uma relação entre dois termos. Criticar a definição pragmática pressupondo a existência de relações como esta inevitavelmente gerará contradições e equívocos.

É verdade que James tenta se posicionar de forma compatível com a intuição de que um julgamento é verdadeiro quando está de acordo com a realidade.

Truth, as any dictionary will tell you, is a property of certain of our ideas. It means their 'agreement,' as falsity means their disagreement, with 'reality.' Pragmatists and intellectualists both accept this definition as a matter of course.

(JAMES, [1907] 1987, p. 572)

Mas sua interpretação do que significa este acordo com a realidade difere tão significativamente da tradição clássica que seria incorreto incluí-la nela.

They begin to quarrel only after the question is raised as to what may precisely be meant by the term 'agreement,' and what by the term 'reality,' when reality is taken as something for our ideas to agree with.

(JAMES, [1907] 1987, p. 572)

Esta alteração com os 'Intellectualistas' é profunda. Para ele, concordar, no sentido mais amplo, com a realidade significa ser guiado por ela. E ser guiado é um processo e não um estado.

To 'agree' in the widest sense with a reality can only mean to be guided either straight up to it or into its surroundings, or to be put into such working touch with it as to handle either it or something connected with it better than if we disagreed. Better either intellectually or practically! And often agreement will

only mean the negative fact that nothing contradictory from the quarter of that reality comes to interfere with the way in which our ideas guide us elsewhere. To copy a reality is, indeed, one very important way of agreeing with it, but it is far from being essential. The essential thing is the process of being guided.

(JAMES, [1907] 1987, p. 579, grifo nosso)

No entanto, o comentário que ‘copiar’ a realidade é, de fato, uma maneira muito importante de concordar com ela, sugere que colocar James em oposição total a tradição clássica também é uma posição incorreta. Para entender estes pontos precisamos analisar melhor como a realidade nos guia.

Between the coercions of the sensible order and those of the ideal order, our mind is thus wedged tightly. Our ideas must agree with realities, be such realities concrete or abstract, be they facts or be they principles, under penalty of endless inconsistency and frustration. [...]

Any idea that helps us to deal with either the reality or its belongings, that doesn't entangle our progress in frustrations, that fits, in fact, and adapts our life to the reality's whole setting, will agree sufficiently to meet the requirement. It will hold true of that reality.

(JAMES, [1907] 1987, p. 578-579, grifo nosso)

A realidade guia diretamente, por coerções de ordem sensível, ou de forma indireta, por coerções de ordem ideal. Quando seguimos estas coerções lidamos com a realidade de forma intelectual ou praticamente superior do que se nós discordássemos. Vamos começar analisando como a realidade guia a concordância diretamente.

The popular notion is that a true idea must copy its reality. Like other popular views, this one follows the analogy of the most usual experience. Our true ideas of sensible things do indeed copy them. Shut your eyes and think of yonder clock on the wall, and you get just such a true picture or copy of its dial. [...]

You perceive that there is a problem here. Where our ideas cannot copy definitely their object, what does agreement with that object mean?

(JAMES, [1907] 1987, p. 572-573, grifo nosso)

James inclui nosso conceito intuitivo de verdade em sua teoria quando diz que copiar uma realidade é, de fato, uma maneira de concordar com ela. De forma não muito ortodoxa, James iguala nossa concepção intuitiva de concordância com a realidade

(*assimilationem cogniti et cognoscentis*) com a proposição de que a ideia verdadeira deve copiar sua realidade. No entanto, James acaba por validar esta versão grosseira da teoria clássica. Nossa ideia de que o relógio está pendurado na parede é, para James, uma cópia da experiência de ver o relógio pendurado na parede. Parece que nada valida, corrobora e verifica uma ideia de forma tão forte quanto o testemunho de nossos sentidos. Assim a verdade de nossa ideia de que o relógio está pendurado na parede é derivada do fato dela ser uma cópia da experiência real. Esta concordância direta entre a ideia e a realidade, por meio da ‘cópia’ da experiência real, é o modo mais básico em que somos guiados no processo de criar verdades. A coerção da realidade aqui parece ser máxima, ainda que não absoluta.

James trabalha com dois postulados que suportam sua visão da verdade.

I am, of course, postulating here a standing reality independent of the idea that knows it. I am also postulating that satisfactions grow *pari passu* with our approximation to such reality. [...]. Can we imagine a man absolutely satisfied with an idea and with all its relations to his other ideas and to his sensible experiences, who should yet not take its content as a true account of reality? The matter of the true is thus absolutely identical with the matter of the satisfactory. You may put either word first in your ways of talking; but leave out that whole notion of satisfactory working or leading (which is the essence of my pragmatistic account) and call truth a static logical relation, independent even of possible leadings or satisfactions, and it seems to me you cut all ground from under you.

(JAMES, 2013 , p. 1297, grifo nosso)

Estes postulados são chamados por Chisholm (1992) de postulado metafísico e postulado epistêmico.

- Postulado metafísico: existe uma realidade permanente independente das nossas ideias.

Chisholm traduz formalmente este postulado como: a propriedade acreditar-que-p é tal que, ela é verdadeira se e somente se p. Nesta versão ele parece implicar a importante platitude: ‘é verdade que p, se e somente se, p’. Mas talvez Chisholm esteja lendo muito na premissa de James de que existe uma realidade independente de nós.

- Postulado epistêmico: nossas crenças tenderão, cada vez mais, a ‘conformar-se à realidade’ se formos guiados por suas coerções.

Chisholm traduz formalmente este postulado como: se p, então, quanto mais nós, investigamos a questão de saber se p, mais próximo estaremos em acreditar que p. Mas, novamente, ele parece estar indo além das declarações de James.

Existe uma realidade permanente independente das nossas ideias e quanto mais formos guiados por suas coerções, cada vez mais nossas ideias se conformarão a ela. Se a verdade é conformidade com a realidade, então crenças verdadeiras serão úteis e crenças úteis serão verdadeiras (JAMES, 1907). Aparentemente esta conclusão dependeria de que o processo ocorresse em toda sua potencialidade. Mas lembremos que, pelo método pragmático, se não podemos distinguir quando uma ideia só parece verdadeira e quando ela é verdadeira, então esta distinção é ociosa. Usando a teoria pragmática, a mecânica newtoniana se tornou verdadeira no século XVII, mesmo que em um momento posterior verificamos que ela se tornou falsa. Mas ainda não chegamos no momento de discutir este tipo de verdade.

Por enquanto vimos apenas as coerções diretas de ordem sensível. Existem outras.

But matters of fact are not our only stock in trade. Relations among ideas form another sphere where true and false beliefs obtain, and here the beliefs are absolute, or unconditional. When they are true they bear the name either of definitions or of principles. It is either a principle or a definition that 1 and 1 make 2, that 2 and 1 make 3, and so on; that white differs less from gray than it does from black; that when the cause begins to act the effect also commences. Such propositions hold of all possible 'ones,' of all conceivable 'whites' and 'grays' and 'causes'. The objects here are mental objects. Their relations are obvious at a glance, and no sense-verification is necessary. Moreover, once true, always true, of those same mental objects. Truth here has an 'eternal' character. If you can find a concrete thing anywhere that is 'one' or 'white' or 'gray,' or an 'effect,' then your principles will everlastingly apply to it. The only risk is in the finding.

(JAMES, 1907, p. 145, grifo nosso)

As verdades da lógica e da matemática, entre outras, se referem a realidade mental. A coerção aqui é tão absoluta que nossas crenças são incondicionais e eternas. Os resultados das coerções sensíveis, por outro lado, são revisáveis.

A teoria se torna mais interessante quando analisamos a coerção indireta.

I am lost in the woods and starved, and find what looks like a cow-path, it is of the utmost importance that I should think of a human habitation at the end of it, for if I do so and follow it, I save myself. The true thought is useful here because the house which is its object is useful. [...]

Our experience meanwhile is all shot through with regularities. One bit of it can warn us to get ready for another bit, can 'intend' or be 'significant of' that remoter object. The object's advent is the significance's verification. Truth, in these cases, meaning nothing but eventual verification, is manifestly incompatible with waywardness on our part. Woe to him whose beliefs play fast and loose with the order which realities follow in his experience: They will lead him nowhere or else make false connections.

By 'realities' or 'objects' here, we mean either 'things' of common sense, sensibly present, or else common-sense relations, such as dates, places, distances, kinds, activities. Following our mental image of a house along the cow-path, we've actually come to see the house; we get the image's full verification. Such simply verified leadings are certainly the originals and prototypes of the truth- process. Experience offers indeed other forms of truth-process, but they are all conceivable as primary verifications arrested, multiplied or substituted one for another.[...]

Indirect as well as direct verifications pass muster. Where circumstantial evidence is sufficient, we can go without eye-witnessing. Just as we here assume Japan to exist without ever having been there, because it works to do so, everything we know conspiring with the belief, and nothing interfering, so we assume that thing to be a clock. We use it as a clock, regulating the length of our lecture by it. The verification of the assumption here means its leading to no frustration or contradiction.

(JAMES, 1907, p. 143-144, grifo nosso)

Esta citação esclarece que as coerções sensíveis validam ideias não só sobre 'coisas' sensivelmente presentes, mas também relações de senso comum, como datas, lugares, distâncias, tipos, atividades etc. Mas o principal tema é a validação indireta.

As regularidades da realidade exercem coerção sobre nós uma vez que falsas ideias levam a conclusões que não se materializam, e isto nos é prejudicial. Ignorar ideias verdadeiras, por outro lado, nos impedem de chegarmos a conclusões úteis. É o contato direto com o objeto da conclusão que valida a ideia de uma regularidade. Mas

James deixa claro que onde evidência circunstancial é suficiente, ela serve como verificação sem que ocorra o contato direto com o objeto. Não é necessário ir ao Japão para verificar a ideia de que o Japão existe.

É na coerção indireta da realidade sobre as nossas ideias que se torna justificável simplificar a teoria de James como a verdade é o que é útil de acreditar. No entanto, mesmo aqui temos que tomar cuidado com o que James quer dizer com útil. Útil pode ter um sentido tanto intelectual quanto prático.

Quando nenhuma experiência direta valida nossas ideias, a satisfação prática é realmente usada por James. Este é o caso da proposição de que Deus existe.

Empiricism sticks to the external senses. Pragmatism is willing to take anything, to follow either logic or the senses and to count the humblest and most personal experiences. She will count mystical experiences if they have practical consequences. She will take a God who lives in the very dirt of private fact—if that should seem a likely place to find him.

Her only test of probable truth is what works best in the way of leading us, what fits every part of life best and combines with the collectivity of experience's demands, nothing being omitted. If theological ideas should do this, if the notion of God, in particular, should prove to do it, how could pragmatism possibly deny God's existence? She could see no meaning in treating as 'not true' a notion that was pragmatically so successful. What other kind of truth could there be, for her, than all this agreement with concrete reality?

(JAMES, [1907] 1987, p. 522, grifo nosso)

Nenhuma coerção sensível ou as coerções da realidade mental que nos dão a lógica e matemática podem decidir a verdade ou a falsidade desta proposição. Mas a utilidade prática da ideia da existência de Deus valida a verdade desta proposição. Se James invocar seu postulado epistêmico de que nossas crenças tenderão, cada vez mais, a 'conformar-se à realidade' se formos guiados por suas coerções, ele pode inclusive responder à acusação de que defende que 'Deus existe' é verdade mesmo se Deus não existir. Se a realidade nos cria coerções para que pensemos que 'Deus existe', pelo postulado epistêmico, ele existe.

Parece razoável que, para boa parte das nossas ideias, ter utilidade intelectual ou utilidade prática aumente o seu grau de verificação.

Experience is a process that continually gives us new material to digest. We handle this intellectually by the mass of beliefs of which we find ourselves already possessed, assimilating, rejecting, or rearranging in different degrees. Some of the apperceiving ideas are recent acquisitions of our own, but most of them are common-sense traditions of the race.

(JAMES, 2013 , p. 587)

Total conflux of the mind with the reality would be the absolute limit of truth, there could be no better or more satisfying knowledge than that.

(JAMES, 2013 , p. 1284)

Temos satisfação intelectual quando nossas ideias recebem suporte umas das outras e das coerções sensíveis e mentais. James pode bem questionar o que mais se pode exigir de uma teoria de verdade.

Aqui é interessante voltarmos a interpretação de Chisholm do postulado epistêmico. Ele utiliza o conceito de investigação racional, que eu interpreto como o processo de sermos guiados pela satisfação intelectual. A versão do postulado epistêmico de Chisholm diz: se p , então, quanto mais nós investigarmos a questão de saber se p , mais próximo estaremos em acreditar que p e vice-versa (CHISHOLM, 1992). Poderíamos incluir a satisfação prática no critério da investigação racional, mas parece mais claro deixá-la separada. Com estas considerações podemos finalmente resumir a teoria de James em uma definição formal da verdade como a do Quadro 8.

Definição da Verdade de Willian James
• $\forall x$ [x é uma crença verdadeira $\leftrightarrow$ somos coagidos intelectual e praticamente pela realidade para acreditarmos em x]. • $\forall x$ [x é uma crença falsa $\leftrightarrow$ somos coagidos intelectual e praticamente pela realidade para não acreditarmos em x]. • Se a realidade não exerce coerção para acreditarmos em x ou acreditarmos em $\neg x$, então devemos suspender nosso julgamento.

Quadro 8 - Definição da Verdade de Willian James

1.3 A VERDADE E OS FATOS

Em sua tese de dissertação, Jeremy Wyatt sintetiza muito bem as diferenças distintivas das versões baseadas em objetos (OC) e baseadas em fatos (FC) da teoria clássica.

(OC) 'a is F' is true iff the property F-ness to which 'is F' refers corresponds to/fits a, the object to which 'a' refers.

[...]

(FC) 'a is F.' is true iff 'a is F' corresponds to a certain fact Φ .

(WYATT, 2014, p. 27-28)

Nas versões da teoria clássica desde Aristóteles até Bolzano, ou nenhuma noção de correspondência era apresentada, no caso da versão semântica, ou era utilizada a correspondência com objetos. Universais são entidades que podem ser gêneros, propriedades ou relações que são comuns a vários Particulares, que também são entidades. Podem existir também certos objetos que são a união de um Universal a um Particular de determinado modo. A discussão sobre Universais e Particulares dominaram a Metafísica por séculos. Evidentemente havia variações importantes. Para Platão os Universais têm existência anterior e independente a dos objetos e conceitos particulares (*universalia ante res*). Para Aristóteles os Universais também são entidades *reais*, mas sua existência é totalmente dependente dos Particulares que os instanciam (*universalia in rebus*). Os Nominalistas negam a existência de Universais, definindo-os como entidades meramente linguísticas. Para eles, um Universal nomeia um conjunto de particulares que são semelhantes em algum aspecto. Ainda assim, um Nominalista poderia pensar que '*a é F*' é verdade se o objeto designado por *a* é um dos objetos nomeados por *F*. Como a lógica da tradição Aristotélica tinha a forma de frases atribuindo um predicado a um sujeito, qualquer versão da correspondência com objetos da ontologia sustentava adequadamente o conceito de verdade. Com a lógica moderna, no entanto, ocorreram mudanças importantes. Existência, por exemplo, deixou de ser encarada como um predicado atribuído a um objeto. Assim, qualquer teoria da verdade baseada em objetos passou a ter problemas em explicar a verdade de sentenças como 'John Rogers Searle existe'. Quando a teoria clássica teve seu renascimento no século XX, ela teve de ser colocada em termos de correspondência com fatos e não com entidades.

1.3.1 Verdade e Fato são Um

Entre 1899 e 1906 G. E. Moore e Bertrand Russell eram adeptos da teoria de identidade da verdade, embora ambos eventualmente tenham abandonado esta tese. (KÜNNE, 2005). No entanto, a Teoria da Identidade foi revivida no final do século XX tomando vários caminhos. Esta seção tem o objetivo de demonstrar uma versão consistente desta teoria sem se ater a um autor específico.

Inicialmente vou caracterizar esta teoria usando a visão de Baldwin (1991). Segundo este autor, tal qual o *adequatio* de Aquinas, a verdade de um julgamento consiste em uma relação entre ele e a realidade, mas a única relação suficientemente boa para a verdade é a identidade. Esta teoria, então, é a tese de que a verdade de um julgamento consiste na identidade do conteúdo do julgamento com um fato.

[...] the "identity" theory of truth. What is this? It is basically the thesis that the truth of a judgement consists in the identity of the judgement's content with a fact. This does not sound promising at first, but it can appear sensible. The judgement that snow is white is true if and only if it is a fact that snow is white. Hence, one might say, the truth of the judgement consists in its content's being a fact, and thus in its content's being identical with a fact—the fact that snow is white. Approached in this way the identity theory appears similar to the redundancy theory. I think this is right. Where they differ is over an assumption, rejected by the redundancy theory, which the identity theory inherits from the correspondence theory, that the truth of a judgement consists in a relationship between it and reality. What the identity theorist holds is that the only relationship good enough for truth is identity. In this way, therefore, the identity theory can be seen as a limiting case of the correspondence theory, though I shall usually contrast them.

(BALDWIN, 1991, p. 35-36, grifo nosso)

Nesta citação Baldwin compara a teoria da Identidade tanto com uma teoria deflacionária quanto com uma teoria substantiva de correspondência. Veremos as duas teorias adiante. Por enquanto basta notar que a teoria da identidade parece ser um compromisso entre uma teoria de correspondência, mais exigente e substantiva, e uma teoria totalmente deflacionária.

A teoria da identidade surgiu de uma interpretação particular do texto de Frege em *The Thought: A Logical Inquiry* (FREGE, 1956). Embora, no contexto do texto, esta interpretação me pareça um pouco forçada, irei reconstruí-la usando principalmente a versão de Dodd e Hornsby (1992). A passagem mais relevante do texto de Frege está colocada a seguir.

A correspondence, moreover, can only be perfect if the corresponding things coincide and are, therefore, not distinct things at all. It is said to be possible to establish the authenticity of a banknote by comparing it stereoscopically with an authentic one. But it would be ridiculous to try to compare a gold piece with a twenty-mark note stereoscopically. It would only be possible to compare an idea with a thing if the thing were an idea too. And then, if the first did correspond perfectly with the second, they would coincide. But this is not at all what is wanted when truth is defined as the correspondence of an idea with something real. For it is absolutely essential that the reality be distinct from the idea. But then there can be no complete correspondence, no complete truth. So nothing at all would be true: for what is only half true is untrue. Truth cannot tolerate a more or less.

(FREGE, 1956, p. 291, grifo nosso)

Frege está criticando a teoria que uma ideia é verdadeira se ela estiver em uma relação de correspondência com um fato. Qualquer relação de correspondência, entre coisas distintas seria apenas aproximada, pois apenas em uma relação em que as duas partes relacionadas coincidissem, a correspondência seria perfeita. Caso contrário deveríamos admitir graus de verdade conforme a relação de correspondência fosse mais ou menos adequada. Mas, segundo a interpretação padrão da teoria de Frege, a verdade não pode tolerar graus. Assim a única relação aceitável para fazer o papel de correspondência seria a própria identidade. No entanto, esta mera conclusão está longe de ser uma teoria e precisa ser suplementada.

Na verdade, Frege nunca teve a intenção de oferecer uma Teoria de Identidade. Frege é explícito em dizer que não só não tem a intenção de oferecer uma definição de verdade, mas que tal definição é impossível. Para ele, verdade é algo primitivo.

So the attempt to explain truth as correspondence collapses. And every other attempt to define truth collapses too. For in a definition certain characteristics would have to be stated. And in application to any particular case the question would always arise whether it were true that the characteristics were present. So one goes round in a circle. Consequently, it is probable that the content of the word "true" is unique and undefinable.

(FREGE, 1956, p. 291)

Para se definir uma Teoria de Identidade, não parece promissor utilizar sentenças como truth-bearers primários, uma vez que é absurdo dizer que uma sentença é idêntica a um fato. O caminho parece ser definir a verdade de uma sentença como a identidade do conteúdo da sentença com um fato (GASKIN, 2016). Dodd e Hornsby usam mais uma pequena pista no texto original de Frege para definir a natureza deste conteúdo: *A fact is a thought that is true*. (FREGE, 1956, p. 307). Para Frege, existem dois níveis de significado: sentido e referência. Os nomes ‘estrela matutina’ e ‘estrela vespertina’ tem sentidos diferentes, a primeira obviamente envolve algo com a ideia de manhã enquanto a segunda envolve algo com a ideia de tarde. Mas as duas expressões se referem ao mesmo objeto físico, que é o planeta Vênus. Dodd e Hornsby escolhem o nível do sentido para a teoria da identidade. Da mesma forma que Vênus é um objeto material, o estado das coisas designado pela declaração ‘Vênus é um planeta’ seria material e ambos estariam no nível da referência. Um fato não seria a mesma coisa que este tipo de estado de coisas já que estaria no nível do sentido. Assim a identidade existe entre o nível do sentido do conteúdo de uma sentença, ou seja, um pensamento, e um fato.

No entanto, há mais um problema a resolver. Frege não iguala um fato a qualquer pensamento, mas apenas aqueles pensamentos que são verdadeiros. O problema então é explicar o que é falsidade. Stewart Candlish e Nic Damnjanovic (2011) citam uma solução que, a meu ver, preserva o caráter primitivista do pensamento de Frege sobre a verdade. Trata-se da visão disjuntivista. Disjuntivismo, neste contexto, é a posição de que o conteúdo de uma sentença verdadeira é fundamentalmente diferente do conteúdo de uma sentença falsa. Ou seja, os pensamentos verdadeiros são um tipo de entidade, que são os fatos, e os pensamentos falsos são algum outro tipo distinto de entidade, que podemos chamar de ‘não fatos’. Assim como, para Frege,

verdade e falsidade são conceitos primitivos demais para serem definidos, fatos, não fatos e a distinção entre eles são conceitos primitivos.

Esta opção não é, e claro, a única disponível para um adepto da Teoria da Identidade, mas tem a vantagem de ser suficientemente diferente tanto das teorias de correspondência quanto das teorias deflacionárias e, ao mesmo tempo, não desviar muito do pensamento original de Frege. Note que esta teoria não é, e nem pode ser, uma definição de verdade. O Quadro 9 apenas resume a teoria.

Teoria Disjuntivista de Identidade da Verdade
• $\forall x (x \text{ é um pensamento verdadeiro} \leftrightarrow x \text{ é um fato}).$ • $\forall x (x \text{ é pensamento falso} \leftrightarrow x \text{ é um não-fato}).$

Quadro 9 - Teoria Disjuntivista de Identidade da Verdade

1.3.2 Moore - uma Verdade, um Fato

Quando George Edward Moore ministrou suas conferências no Morley College, em Londres, na virada do ano de 1910 para 1911, tanto ele quanto Russell já haviam abandonado a Teoria da Identidade. De importância especial para nossa revisão histórica é a décima-quinta destas conferências, intitulada '*True and False Beliefs*' (MOORE, 2004). Nela Moore coloca os principais pontos de sua versão da Teoria da Correspondência.

Ao invés de sentenças ou proposições, Moore escolhe crenças como os seus truth-bearers primários e ele tenta construir uma teoria a partir do sentido ordinário das palavras 'verdadeiro' e 'falso' quando as usamos para dizer que uma crença é verdadeira ou falsa.

Ele coloca as bases de sua teoria em um exemplo mundano que repetirei aqui. Suponha que um de meus amigos acredite que eu viajei de férias. Não importa como ele formou esta crença. Talvez eu tenha comentado minha intenção de viajar e ele tenha tentado entrar em contato comigo em minha casa e falhado. Isto não lhe dá a certeza de que eu viajei, mas pode ser suficiente que ele forme a crença de que este é o caso. Agora digamos que eu tenha viajado de férias. Moore nota que eu ter realmente viajado para minhas férias é a condição necessária e suficiente para a verdade da crença do meu amigo. Similarmente, eu não ter viajado de férias é a condição necessária e suficiente para a falsidade desta mesma crença. Inicialmente, Moore é modesto em relação ao que podemos concluir disso.

If, therefore, we are to find a correct definition of these senses of the words 'true' and 'false' it must be a definition which does not conflict with the statement that these conditions are necessary and sufficient conditions. But the statement that these conditions are necessary and sufficient does not in itself constitute a definition.

(MOORE, 2004, p. 275)

Ele nota que estas condições necessárias e suficientes não são, por si mesmas, uma definição de verdade. No entanto, nenhuma definição de verdade pode contradizer estas condições. Se atribuirmos 'verdadeiro' ou 'falso', no sentido ordinário destas palavras, à crença de meu amigo, não pode ser o caso que uma definição de verdade

atribua verdade à sua crença que eu viajei de férias sem que eu tenha viajado de férias, ou que atribua falsidade a esta crença se eu viajei de férias.

Moore naturalmente admite que se algum pensador estiver usando estas palavras em um sentido completamente diferente, pode ser que, nesse sentido, estas condições necessárias e suficientes não se apliquem. Mas ele nota que se uma doutrina usa um termo conhecido em um sentido que não seja o usual, então esta doutrina não pode fazer objeção a condições impostas a doutrinas que capturem o sentido comum destas palavras.

Muitos Filósofos gostam de usar termos como realidade, liberdade ou verdade em um sentido completamente diferente do normal. Se estas palavras estiverem sendo usadas como termos técnicos isto não é problema. Mas deve-se tomar o devido cuidado de jamais misturar os dois sentidos em um mesmo argumento. Se uma pessoa define o significado da palavra 'maçã' como o mesmo de pecado, não se pode inferir daí que exista qualquer questão moral envolvida em comer esta fruta. Misturar sentidos diferentes do mesmo termo é obviamente falacioso. Um pensador pode reutilizar o termo 'verdade' para designar o que desejar. No entanto, as conclusões a que ele chegar serão pertinentes apenas para aqueles que se interessem no conceito que ele designou usando a palavra verdade. Para as pessoas que usam o termo no sentido ordinário, no entanto, estas conclusões serão, provavelmente, irrelevantes.

Moore introduz sua nova teoria criticando sua teoria anterior.

We may assert: 'To say that the belief that I have gone away is true, is the same thing as to say that I have gone away' [...] But nevertheless it is, I think, quite plain that the two facts in question are not strictly speaking the same fact [...]. When we assert: 'The belief that I have gone away is true', we mean to assert that this belief has some property, which it shares with other true beliefs: the possession by it of this property is the fact asserted. But in merely asserting 'I have gone away', we are not attributing any property at all to this belief-far less a property which it shares with other true beliefs., We are merely asserting a fact, which might quite well be a fact, even if no one believed it at all. Plainly, I might have gone away, without my friend believing that I had; and if so, his belief would not be true, simply because it would not exist.

(MOORE, 2004, p. 275-276)

As proposições ‘a crença de meu amigo de que eu viajei de férias é verdadeira’ e ‘eu viajei de férias’ são claramente diferentes. Na primeira expressamos que a crença tem alguma propriedade que ela compartilha com outras crenças verdadeiras e tudo isto está ausente na segunda.

No entanto estas duas proposições parecem estar relacionadas. Se a crença de meu amigo é verdadeira, esta crença tem com o fato que eu viajei de férias uma relação diferente de qualquer outro fato. Moore propõe nomear esta relação de ‘correspondência’, embora ele receie que este nome seja percebido como implicando outras relações homônimas. Ele deixa claro que por ‘correspondência’ ele designa somente uma relação em particular. O tipo de relação que se mantém entre a crença de meu amigo e o fato que eu viajei de férias, e que não se aplica entre esta crença e qualquer outro fato.

Moore acredita que tudo que resta a fazer é generalizar esta ideia para chegar a uma definição de verdade: uma crença é verdadeira se existe no Universo um fato ao qual corresponde e é falsa se ela não corresponde a nenhum fato no Universo.

‘To say that this belief is true is to say that there is in the Universe a fact to which it corresponds; and that to say that it is false is to say that there is not in the Universe any fact to which it corresponds’: And this statement I think, fulfils all the requirements of a definition — a definition of what we actually mean by saying that the belief is true or false.

(MOORE, 2004, p. 277)

Obviamente as condições que consideramos necessárias e suficientes para a verdade ou falsidade de uma crença são consequências diretas desta definição. A relação que Moore chamou de ‘correspondência’ conecta a crença de meu amigo de que eu fui viajar, no caso dela ser verdadeira, e somente neste caso, com o fato que eu fui viajar. Se ela é verdadeira, então o fato existe. Se é falsa, então ele não existe. Se o fato existe, então ela é verdadeira. Se o fato não existe, então ela é falsa. Assim o fato de eu ter realmente viajado para minhas férias é a condição necessária e suficiente para a verdade da crença do meu amigo.

É evidente na definição acima que a relação de correspondência é de um para um. Na conferência anterior, ‘Beliefs and Propositions’, Moore é ainda mais explícito.

In saying that there is such a relation, we imply that every true belief has some relation to one fact, and one fact only — every different true belief having the relation in question to a different fact.

(MOORE, 2004, p. 256)

O capítulo de Künne (2005) sobre Moore recebe o nome de *Moorean prodigality* e a necessidade de um fato para cada crença parece ser vista como uma desvantagem da teoria. Não vejo razão para isto. No entanto, outra crítica parece mais justificada. A teoria de Moore parece pouco explicativa, quase a ponto de ser circular. Parece que o que caracteriza a relação de correspondência entre uma crença e um fato é justamente que esta relação é aquela que faz a crença ser verdadeira. Moore escapa da acusação de circularidade apenas por deixar a relação completamente indefinida. Künne formaliza de forma detalhada o insight de Moore. O Quadro 10 resume esta formalização.

Definição da Verdade de Moore
• $\forall x [x \text{ é uma crença verdadeira} \rightarrow \exists_1 y (Fato(y) \ \& \ xCy)]$. Com a condição que: $\forall f [Fato(f) \rightarrow \forall b \forall d ((Crença(b) \ \& \ bCf$ $\ \& \ Crença(d) \ \& \ dCf) \rightarrow b = d)]$ • $\forall x [x \text{ é uma crença falsa} \leftrightarrow \nexists y (Fato(y) \ \& \ xCy)]$.

Quadro 10 - Definição da Verdade de Moore

A relação de correspondência entre a crença x e o fato y é simbolizada por xCy . O sinal $\exists_1$ implica que o fato correspondente a crença x é o único que existe que satisfaz a condição da definição. Finalmente, a condição adicional acrescenta que quando um fato corresponde a uma crença ele corresponde somente a esta crença.

Künne acrescenta uma advertência pertinente. Se uma pessoa acredita, mas sem muita confiança, que ‘George Eliot escreveu *Middlemarch*’ corresponde a um fato, então esta crença é corresponde exatamente ao mesmo fato que a crença confiante de outra pessoa de que ‘George Eliot escreveu *Middlemarch*’. Quando Moore fala

sobre uma crença ele fala sobre algo que pode ser compartilhado entre várias pessoas. Caso contrário, o mesmo fato corresponderia a duas crenças: uma tentativa, no caso da primeira pessoa, e uma confiante, no caso da segunda pessoa. Não é este o caso. As crenças de Moore parecem estar para cada ato de crença assim como um tipo de sentença (*sentence-type*) está para uma ocorrência de sentença (*sentence-token*).

1.3.3 A Correspondência de Russell

Assim como G. E. Moore, entre 1899 e 1906, Bertrand Russell era adepto da teoria de Identidade da verdade. No entanto, em algum ponto entre 1906 e 1909 seu pensamento se move em direção a uma teoria de correspondência baseada em múltiplas relações. Esta nova fase começa publicamente em 1910, no ensaio '*On the Nature of Truth and Falsehood*' (RUSSELL, 1910), quando ele faz a primeira tentativa de formalizar a teoria, e dura até suas palestras de 1918, registradas em '*The Philosophy of Logical Atomism*' (RUSSELL e PEARS, 2010 [1918]), quando ele faz a última tentativa de aprimorar suas intuições sobre o tema (DOLNICK, 2012). Não vou dar atenção às numerosas mudanças que Russell fez em sua teoria ao longo destes anos. Minha intenção é mostrar a ideia geral por traz destas diversas versões. Por isto, vou apresentar uma síntese de sua teoria de múltiplas relações, baseada em meu entendimento sobre seus textos. Usarei, além das duas fontes acima, a versão de 1912 em '*The Problems of Philosophy*' (RUSSELL, 1998 [1912]) e a versão de 1913 em '*Theory of knowledge: the 1913 manuscript*' (RUSSELL, EAMES e BLACKWELL, 1992). Me atarei a explicar a teoria em relação a formulas atômicas, uma vez que Russell jamais teve sucesso em estender sua análise de múltiplas relações a frases que ele definiu como expressando proposições não-atômicas (DOLNICK, 2012).

Quando estudamos as teorias de Russell, estamos observando a Filosofia Analítica em seu auge. Era sua convicção pessoal que os problemas de Filosofia poderiam ser resolvidos por um processo de análise. Russell descreve como este processo funciona imediatamente antes de aplica-lo ao conceito de verdade.

The process to be gone through is essentially one of analysis: we have various complex and more or less confused beliefs about the true and the false, and we have to reduce these to forms which are simple and clear, without causing any avoidable conflict between our initial complex and confused beliefs and our final simple and clear assertions. These final assertions are to be tested partly by their intrinsic evidence, partly by their power of accounting for the "data"; and the "data," in such a problem, are the complex and confused beliefs with which we start. These beliefs must necessarily suffer a change in becoming clear, but the change should not be greater than is warranted by their initial confusion.

(RUSSELL, 1910, p. 171, grifo nosso)

Por vezes a tradição da Filosofia Analítica tomou caminhos que a afastou do senso comum. É o caso, por exemplo, do extremo comportamentalismo de Quine e sua ‘Indeterminação da Tradução’. Mas, para Russell, as intuições prefilosóficas não só fornecem o material para análise, mas também são o dado empírico com o qual a hipótese analítica deve ser confrontada para sua validação. Uma teoria filosófica que explique o significado do termo ‘verdade’ necessariamente será diferente do conceito intuitivo, uma vez que a confusão dará lugar a clareza, mas a teoria deve explicar nossas intuições.

Em ‘*The philosophy of logical atomism*’, Russell observa que sua teoria da verdade se baseia em truísmos que são ‘tão óbvios que é quase risível mencioná-los’ (RUSSELL e PEARS, 2010 [1918]). Estes truísmos são: que o mundo contém fatos, que existem crenças que referenciam fatos, que por referência aos fatos as crenças são verdadeiras ou falsas e que os fatos pertencem ao mundo objetivo e assim não são criados por nosso pensamento ou crenças. Com estes truísmos como premissas, Russell efetivamente isola sua teoria da verdade de críticas que tenham por fundamento filosofias que contradizem o senso comum, como o Idealismo Hegeliano. A teoria de Russell está dentro da tradição Clássica da verdade e é herdeira da definição metafísica da verdade de Aristóteles e do *Adequatio* de Aquinas: a verdade é a propriedade de uma relação entre a mente e o mundo. A designação ‘teoria da correspondência’ se aplica aqui de forma clara.

Judgments, also, consist of relations of the mind to objects. But here a distinction has to be made between two different theories as to the relation which constitutes judgment. If I judge (say) that Charles I died on the scaffold, is that a relation between me and a single "fact," namely, Charles I's death on the scaffold, or "that Charles I died on the scaffold," or is it a relation between me and Charles I and dying and the scaffold? We shall find that the possibility of false judgments compels us to adopt the latter view.

(RUSSELL, 1910, p. 174, grifo nosso)

A teoria de Russell efetivamente tem o foco em fatos, em vez de em objetos particulares e universais, como em Aristóteles e Aquinas. Mas Russell não coloca sua teoria em oposição a estes filósofos. Seu alvo, na verdade, é Meinong. Em ‘On Denoting’ (RUSSELL, 1905), ele explica que a teoria de Meinong é de que qualquer sentença gramaticalmente correta denota um ‘objeto’ existente. Quando Russell nega

que, quando julgamos que Charles I morreu em sua cama, existe uma relação entre nós e um único 'fato', ou seja, a morte de Carlos I na cama, ele não está negando a existência de fatos ou a verdade como correspondência com fatos. O que ele está negando é a teoria de Meinong de que o julgamento falso que Charles I morreu em sua cama corresponda a um objeto único que seja a morte de Carlos I na cama.

A grande objeção de Russell sobre a correspondência com objetos de Meinong é que ela não lida adequadamente com a falsidade. Se todos os julgamentos têm objetos correspondentes, então ficamos comprometidos, como Meinong, a admitir coisas 'reais' que não tem existência, mas apenas 'subsistência'. Russell comenta que esta teoria é o 'reverso de plausível'.

Podemos tentar salvar a teoria dizendo que os juízos verdadeiros possuem objetos, enquanto os falsos não. Mas esta versão tem outro problema. Se um julgamento é realmente uma relação da mente com um objeto, os julgamentos falsos seriam uma relação com nada, o que é o mesmo que dizer que eles não são uma relação. Não se apresentando outra alternativa para salvar a teoria, Russell descarta a ideia de que um julgamento é um relacionamento com um objeto simples em favor do relacionamento com um 'objeto' complexo: um fato.

For the purposes of logic, though not, I think, for the purposes of theory of knowledge, it is natural to concentrate upon the proposition as the thing which is going to be our typical vehicle on the duality of truth and falsehood. A proposition, one may say, is a sentence in the indicative, a sentence asserting something, not questioning, commanding, or wishing. It may also be a sentence of that sort preceded by the word "that". For example, "That Socrates is alive", "That two and two are four", "That two and two are five", anything of that sort will be a proposition. A proposition is just a symbol. It is a complex symbol in the sense that it has parts which are also symbols. [...]

When I speak of a symbol I simply mean something that "means" something else, and as to what I mean by "meaning" I am not prepared to tell you. [...]

I think that the notion of meaning is always more or less psychological, and that it is not possible to get a pure logical theory of meaning, nor therefore of symbolism.

(RUSSELL e PEARS, 2010 [1918], p. 10-12, grifo nosso)

A visão de Russell sobre proposições se alterou ao longo dos anos e este não é o lugar para discuti-la. A ideia que desejo extrair desta passagem é a de que o conteúdo de um julgamento é apenas um símbolo complexo que tem partes que também são símbolos. Se eu acredito que Sócrates está morto, o conteúdo de minha crença é 'que Sócrates está morto'. Este conteúdo é um símbolo porque significa alguma coisa. Nesta citação fica clara a ideia de que a noção de significado envolve necessariamente uma mente. Russell, nos diz que a própria noção de verdade também envolve necessariamente uma mente.

It seems fairly evident that if there were no beliefs there could be no falsehood, and no truth either, in the sense in which truth is correlative to falsehood. If we imagine a world of mere matter, there would be no room for falsehood in such a world, and although it would contain what may be called 'facts', it would not contain any truths, in the sense in which truths are things of the same kind as falsehoods. In fact, truth and falsehood are properties of beliefs and statements: hence a world of mere matter, since it would contain no beliefs or statements, would also contain no truth or falsehood.

(RUSSELL, 1998 [1912], p. 70, grifo nosso)

Verdade e falsidade são propriedades de coisas como crenças, julgamentos e declarações e estas coisas não existiriam se não houvessem mentes para crer, julgar e declarar. No entanto, Russell também é taxativo em que a propriedade de verdade ou falsidade aplicada a um objeto puramente mental, como uma crença, depende sempre de algo que se encontre fora da própria crença e que seja, em grande parte dos casos, de natureza material.

Voltando a ideia de que um julgamento é um relacionamento que pode até envolver objetos simples, mas necessariamente envolve objetos complexos, Russell se preocupa em analisar os componentes de um julgamento.

Desdemona and loving and Cassio must all be terms in the relation which subsists when Othello believes that Desdemona loves Cassio. This relation, therefore, is a relation of four terms, since Othello also is one of the terms of the relation. When we say that it is a relation of four terms, we do not mean that Othello has a certain relation to Desdemona, and has the same relation to loving and also to Cassio. This may be true of some other relation than believing; but believing, plainly, is not a relation which Othello has to each of

the three terms concerned, but to all of them together: there is only one example of the relation of believing involved, but this one example knits together four terms.

(RUSSELL, 1998 [1912], p. 73, grifo nosso)

Na verdade, Russell não examina apenas julgamentos. Sua teoria cobre compreensão, dúvida, crença, entre outros, como tipos de coisas que podem receber o predicado verdade. Sua teoria é uma das mais abrangentes neste aspecto.

Na crença 'Othello acredita que Desdemona ama Cassio', Russell identifica dois tipos de termos de relacionamento. Um deles é Othello, o sujeito que crê. Os outros três termos, que são amar, Desdemona e Cassio entram no objeto da crença de Othello. Mas esta crença não envolve um relacionamento de Othello com cada um destes termos em separado, mas uma relação com um conjunto que envolve estes termos. Outro ponto importante é que este conjunto não é apenas uma soma mereológica de seus componentes, mas uma estrutura. Uma característica desta estrutura é que ela pode exibir uma direção. Othello pode acreditar que Desdemona ama Cassio sem que acredite que Cassio ame Desdemona. O objeto de crença tem a forma de um relacionamento com direção de Desdemona para Cassio. Note que a própria crença tem direção. É Othello quem crê. Em cada ato intencional de julgamento, crença, entendimento, dúvida etc. há uma mente que julga, crê, entende, duvida etc. e há termos sobre os quais julga crê, entende, duvida etc. E a direção do ato intencional é sempre do sujeito para os termos. Além disso os termos estão em uma estrutura onde a direção pode ser relevante.

When an act of believing occurs, there is a complex, in which 'believing' is the uniting relation, and subject and objects are arranged in a certain order by the 'sense' of the relation of believing. Among the objects, as we saw in considering 'Othello believes that Desdemona loves Cassio', one must be a relation—in this instance, the relation 'loving'. But this relation, as it occurs in the act of believing, is not the relation which creates the unity of the complex whole consisting of the subject and the objects. The relation 'loving', as it occurs in the act of believing, is one of the objects—it is a brick in the structure, not the cement. The cement is the relation 'believing'. When the belief is true, there is another complex unity, in which the relation which was one of the objects of the belief relates the other objects. Thus, e.g., if Othello believes truly that Desdemona loves Cassio, then there is a complex unity,

'Desdemona's love for Cassio', which is composed exclusively of the objects of the belief, in the same order as they had in the belief, with the relation which was one of the objects occurring now as the cement that binds together the other objects of the belief. On the other hand, when a belief is false, there is no such complex unity composed only of the objects of the belief. If Othello believes falsely that Desdemona loves Cassio, then there is no such complex unity as 'Desdemona's love for Cassio'

(RUSSELL, 1998 [1912], p. 74, grifo nosso)

Na passagem anterior Russell, reforça cada um destes aspectos e acrescenta que para que o ato intensional seja verdadeiro, a relação, que é apenas um aspecto do objeto de crença, deve existir como peça central de um objeto complexo que é um fato. Na crença em que 'Othello acredita que Desdemona ama Cassio', a relação amor é apenas um componente que é colocado no lugar pela crença como um todo. Mas se a crença for verdadeira, deve existir um fato em que a relação amor conecta os objetos Desdemona e Cassio na exata direção em que a relação aparece no julgamento.

The logical nature of this fact is very peculiar. If we take some particular dual complex xRy , this has three constituents, x , R , and y . If we now consider "something has the relation R to y ", we get a fact which no longer contains x , and has not substituted any other entity for x , since "something" is nothing. Thus our new fact contains only R and y . For similar reasons, "something has the relation R to something" contains no constituent except R ; and "something has some relation to something" contains no constituent at all. It is therefore, suitable to serve as the "form" of dual complexes. In a sense, it is simple, since it cannot be analyzed. At first sight, it seems to have a structure, and therefore to be not simple; but it is more correct to say that it is a structure. Language is not well adapted for speaking of such objects. But in spite of the difficulties of language, it seems not paradoxical to say that, in order to understand a proposition which states that x has the relation R to y , we must understand what is meant by "something having some relation to something". I shall therefore assume that this may be defined as the "form" of dual complexes, and that similar definitions may be adopted for other forms.

(RUSSELL, EAMES e BLACKWELL, 1992, p. 114, grifo nosso)

Relações diferentes podem ter a mesma forma. Os fatos que Othello ama Desdemona, que Iago odeia Othello e que Lodovico prendeu Iago são todos diferentes. O primeiro e o último não têm qualquer coincidência de componentes. Mas todos três tem a mesma forma. Poderíamos representar esta forma como xRy , onde x representa qualquer coisa que esteja em uma relação direcional qualquer, representada por R , com alguma coisa qualquer, representada por y .

No manuscrito de 1913, Russell torna explícito que a forma do fato é um componente do ato intencional.

[...] if we call the subject S , and the relating relation (of which "understanding" is the one presupposed by all the others) U , and the objects x , R , y (taking the case of a proposition asserting a dual relation for the sake of illustration), and γ the form of dual complexes, the total complex which occurs when the subject has the relation U to the objects in question may be symbolized by

$$U(S, x, R, y, \gamma)$$

If we now proceed to the "form" which results from varying U and S , i.e. to

"there is a U and an S such that $U(S, x, R, y, \gamma)$ "

we arrive at something which is the same for all subjects and for all propositional relations which we should regard as concerned with the same proposition. Thus there is no formal obstacle to defining this as the proposition

(RUSSELL, EAMES e BLACKWELL, 1992, p. 115)

Na fórmula $U(S, x, R, y, \gamma)$, a letra U representa o ato intencional de entender. A letra R representa uma relação. As letras x e y são os termos desta relação e γ representa a forma geral de uma relação de dois termos. Se substituirmos o ato intencional de entender pelo de crer, e usarmos a o exemplo de que Othello acredita que Desdemona ama Cassio, teríamos a seguinte relação:

$$CRER(Othello, Desdemona, AMOR, Cassio, xRy)$$

No entanto, acho que Russell não foi feliz na escolha de sua notação e desejo oferecer uma alternativa. Em primeiro lugar há o pequeno detalhe da escolha de γ para simbolizar o formato da relação. Esta letra grega é tipograficamente muito próxima de y . Eu acho preferível usar a maiúscula de phi (Φ) com um índice para determinar a cardinalidade da relação. Assim Φ_2 seria uma relação dual e Φ_3 uma relação de três termos. Evidentemente este índice não caracteriza unicamente o formato de uma

relação. 'Oliver e Orlando são irmãos' e 'Iago odeia Othello' são ambas relações duais, mas a primeira é simétrica e a segunda é direcional. Neste caso, poderíamos representar a primeira como $\Phi_2^{\leftrightarrow}$ e a segunda como $\Phi_2^{\rightarrow}$. Infelizmente, a medida em que a cardinalidade aumenta se torna impossível embutir informações de direção na notação.

Em segundo lugar, a mera listagem dos termos-objeto, da relação-objeto e da forma da relação-objeto me parece inadequada. O objeto da crença de Othello é a agregação dos termos-objeto com a relação-objeto pela forma da relação. Podemos usar uma fórmula como $\Phi_2^{\rightarrow} \langle \text{ÓDIO}, Iago, Othello \rangle$ para indicar que a relação e seus termos estão presentes individualmente, mas organizados dentro da forma de uma relação direcional entre Iago e Othello.

Em um exemplo interessante, Russell explica as relações do ato intencional em que o sujeito S compreende que A e B são similares. Seu símbolo para este ato é $U\{S, A, B, \text{similaridade}, R(x, y)\}$, mas ele admite que de forma alguma esta fórmula esgota a análise da forma do complexo-compreensão (RUSSELL, EAMES e BLACKWELL, 1992). De forma complementar, ele usa um gráfico para explicar as relações do sujeito com o objeto de sua compreensão e as relações entre estes objetos. A Figura 1 é uma adaptação do gráfico de Russell.

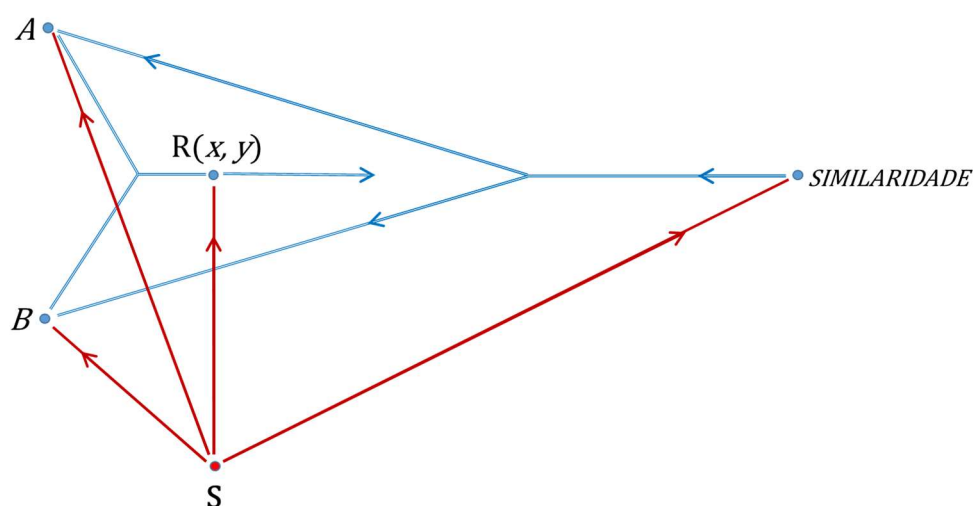


Figura 1 - Mapa do complexo de cinco-termos de Russell

Fonte: adaptado de (RUSSELL, EAMES e BLACKWELL, 1992, p. 118)

Usando minha proposta de notação, este complexo seria representado por $U(S, \Phi_2^{\leftrightarrow} \langle \text{SIMILARIDADE}, A, B \rangle)$, que agrega algumas (admitidamente não todas) das informações de estrutura que só aparecem no gráfico. O único cuidado aqui é deixar claro que colchetes angulares não encapsulam as relações e objetos agregado pela forma dos complexos. O sujeito S está em uma relação com o objeto A , mas nesta relação, A está em um contexto em A ocupa uma posição da forma do complexo de uma relação dual simétrica. Podemos, então, representar nosso exemplo familiar que Othello acredita que Desdemona ama Cassio da seguinte forma:

$$CRER(Othello, \Phi_2^{\rightarrow} \langle \text{AMOR}, \text{Desdemona}, \text{Cassio} \rangle)$$

Estamos prontos para introduzir a definição de verdade.

Thus a belief is true when it corresponds to a certain associated complex, and when false if does not. Assuming, for the sake of definiteness, that the objects of the belief are two terms and a relation, the terms being put in a certain order by the 'sense' of the believing, then if the two terms in that order are united by the relation into a complex, the belief is true; if not, it is false. This constitutes the definition of truth and falsehood that we were in search of. Judging or believing is a certain complex unity of which a mind is a constituent; if the remaining constituents, taken in the order which they have in the belief, form a complex unity, then the belief is true; if not, it is false. [...]

We may restate our theory as follows: If we take such a belief as 'Othello believes that Desdemona loves Cassio', we will call Desdemona and Cassio the object-terms, and loving the object-relation. If there is a complex unity 'Desdemona's love for Cassio', consisting of the object-terms related by the object-relation in the same order as they have in the belief, then this complex unity is called the fact corresponding to the belief.

(RUSSELL, 1998 [1912], p. 74-75, grifo nosso)

O conteúdo do ato intencional é a associação de uma relação e seus elementos dentro de uma forma de complexo. Em $\Phi_2^{\rightarrow} \langle \text{AMOR}, \text{Desdemona}, \text{Cassio} \rangle$, Desdemona e Cassio são apresentados como ocupando os lugares da relação dual direcional AMOR. Se existe um fato em que os objetos ocupam efetivamente estes lugares nesta relação, então o ato intencional com este conteúdo é verdadeiro, senão é falso.

Podemos apresentar este suposto fato como $AMOR(Desdemona, Cassio)$ e obter o seguinte bicondicional:

$$\begin{aligned} & \mathbf{CRER}(Othello, \Phi_2\langle AMOR, Desdemona, Cassio \rangle) \text{ é verdade} \\ & \leftrightarrow AMOR(Desdemona, Cassio) \end{aligned}$$

Como a o segundo termo do bicondicional não é satisfeito, a crença de Othello é falsa.

Podemos então sumarizar a teoria de Russel no Quadro 11.

Teoria de Correspondência de Russell (fatos atômicos)
• $\forall x (x \text{ é um ato intencional verdadeiro} \leftrightarrow$ $(\exists I)(\exists S) (x = I\langle S, \Phi_n\langle R, o_1, \dots, o_n \rangle \rangle)$ $\& R(o_1, \dots, o_n)$ • $\forall x (x \text{ é um ato intencional falso} \leftrightarrow$ $(\exists I)(\exists S) (x = I\langle S, \Phi_n\langle R, o_1, \dots, o_n \rangle \rangle)$ $\& \neg R(o_1, \dots, o_n)$ Onde: R é uma relação-objeto entre n termos-objeto $o_1, \dots, o_n$ são os termos-objeto supostamente relacionados por R. Φ_n é a forma geral da relação-objeto R com seus n termos S é um sujeito que julga I é um ato intencional que envolve os elementos acima

Quadro 11 - Teoria de Correspondência de Russell

É interessante notar que, na definição de um ato intencional falso utilizamos um fato negativo como correspondente. Russell reporta a reação do público acadêmico quando ele colocou esta ideia.

When I was lecturing on this subject at Harvard I argued that there were negative facts, and it nearly produced a riot: the class would not hear of there being negative facts at all. I am still inclined to think that there are. However, one of the men to whom I was lecturing at Harvard, Mr. Demos, subsequently wrote an article in *Mind* to explain why there are no negative facts. It is in *Mind* for April 1917. I think he makes as good a case as can be made for the view that there are no negative facts. It is a difficult question. I really only ask that you should not dogmatize. I do not say positively that there are, but there may be.

(RUSSELL e PEARS, 2010 [1918], p. 42)

De fato, em '*The Philosophy of Logical Atomism*', Russell reconhece, além dos fatos atômicos e fatos negativos, também fatos existenciais (ex. um fato correspondente a 'existem cisnes negros') e fatos gerais (ex. um fato correspondente a 'todo homem é mortal'). Ele só descarta a existência de fatos disjuntivos, uma vez que tudo que é necessário para uma proposição disjuntiva ser verdadeira é que pelo menos um dos fatos correspondentes seja o caso, não parecendo haver necessidade de postular outro tipo de fato (ARMSTRONG, 2004). No entanto, Russell nunca conseguiu desenvolver sua teoria de múltiplas relações de forma a cobrir satisfatoriamente todos estes tipos de fatos.

Outro ponto importante é que, apesar de reduzir a proliferação de fatos de Moore, uma vez que, por exemplo, uma disjunção só dependeria dos fatos correspondentes a cada membro da disjunção, e não a um fato complexo, como em Moore, a estrutura da correspondência de Russell ainda é razoavelmente um-para-um. Dada uma proposição, Russell tentava montar uma composição única de fatos que poderiam tornar a proposição verdadeira. Veremos que esta ideia será criticada pela teoria de *Truthmaking*.

1.3.4 Wittgenstein do Tractatus

O *Tractatus Logico-Philosophicus* de Wittgenstein, publicado em 1921, é, sem dúvida, um dos livros mais influentes do século XX. Tanto Russell, quanto o Círculo de Viena, o leram avidamente, fazendo com que esta obra participe da própria fundação da Filosofia Analítica. Minhas citações desta obra são tiradas da edição online *Side-by-side-by-side* (WITTGENSTEIN, 2016) na tradução de Ogden/Ramsey, embora a versão de Pears/McGuinness e o original alemão tenham sido consultados. Minha leitura segue de perto à oferecida por Michael Morris (MORRIS, 2008).

Há vários problemas na interpretação do Tractatus de Wittgenstein. Um deles, amplamente reconhecido, é que Wittgenstein usa muitas palavras de uso ordinário como termos técnicos específicos. A lista varia, mas pode incluir fatos, objetos, mundo e até mesmo linguagem. Estas palavras podem ter, no Tractatus, um significado muito diferente do seu uso comum. Outro problema, mais controverso, é que, aparentemente, Wittgenstein usa estes termos técnicos de forma inconsistente, ainda que o sentido normalmente seja identificável no contexto. Um problema adicional são as contradições internas à obra. A mais famosa delas é expressa no final do Tractatus.

6.54 My propositions are elucidatory in this way: he who understands me finally recognizes them as senseless, when he has climbed out through them, on them, over them. (He must so to speak throw away the ladder, after he has climbed up on it.)

Quando o próprio autor faz uma afirmação tão forte quanto a de que entender sua obra é reconhecê-la como sem sentido, isto significa que qualquer intérprete deste trabalho deve fazer escolhas difíceis. Minha saída para este nó górdio é abandonar qualquer tentativa de reconstruir fielmente as próprias ideias de Wittgenstein e, em vez disso, reconstruir a interpretação geral do Círculo de Viena sobre ele. A razão é que é precisamente dentro do Círculo de Viena que o Tractatus teve mais influência direta. No entanto, esta abordagem apresentaria seus próprios problemas. Uma interpretação unificada de Wittgenstein no Círculo é uma abstração na melhor das hipóteses. Além disso, o Tractatus foi originalmente discutido nas famosas reuniões de quarta-feira, promovidas por Moritz Schlick, e estas reuniões receberam escassa documentação. Esta situação exigiu mais um compromisso em relação à interpretação do Tractatus. Uma reconstrução histórica séria do relacionamento do Círculo com a

Tractatus extrapolaria os limites deste trabalho. Como, em minha opinião a interpretação bem estabelecida de Morris parece ser a mais compatível com a visão do Círculo, farei um recorte desta interpretação. Não abrirei mão, no entanto, de ancorar a interpretação escolhida em citações da fonte original. Começarei escolhendo alguns aforismos que expressam o que podemos chamar de Ontologia do Tractatus.

2.021 Objects form the substance of the world. Therefore they cannot be compound.

2.01 An atomic fact is a combination of objects (entities, things).

2 What is the case, the fact, is the existence of atomic facts

1.13 The facts in logical space are the world.

1.11 The world is determined by the facts, and by these being *all* the facts.

1.1 The world is the totality of facts, not of things

Quase tudo nestes aforismos pode ser enganador. Vamos começar com objetos. Os objetos de Wittgenstein são coisas estranhas. Glock (1996) os descreve como imutáveis, indestrutíveis e possuindo apenas dois tipos de propriedades. As propriedades internas são as possibilidades combinatórias com todos os outros objetos, enquanto suas propriedades externas são as combinações reais com outros objetos. Wittgenstein nunca produziu um único exemplo de um objeto simples e não parece que ele fosse capaz de fazê-lo, caso tentasse. Nenhum objeto material se adequa a sua descrição. Uma bola vermelha, por exemplo, não é, obviamente, nem imutável e nem indestrutível. Os ‘dados dos sentidos’ de Russell desaparecem com a experiência. Basta eu retirar os olhos da bola vermelha para que o dado dos sentidos da cor vermelha desapareça. Talvez que a cor vermelha em si, ou pontos no espaço e no tempo, se encaixassem na definição de um objeto, mas Wittgenstein não provê apoio algum para este ponto de vista. Seus objetos são entidades postuladas que são necessárias para evitar o regresso infinito de um processo analítico das coisas complexas. ‘Objetos’ são fixos, imutáveis, eternos e os mesmos em todos os mundos possíveis. Na verdade, as possibilidades combinatórias internas dos objetos criam o ‘espaço lógico’, ou seja, o espaço do que é possível, e é neste espaço que existem os fatos.

Wittgenstein usa duas palavras que podem ser traduzidas como fato: *Tatsache* e *Sachverhalten*. *Sachverhalten* significa um fato muito especial, que é fundamental na constituição do mundo. Geralmente este termo é traduzido como um fato atômico ou como um estado de coisas. A palavra fato é reservada para traduzir *Tatsache* e expressa um fato complexo. Dependendo do contexto esta palavra pode também ser usada em um sentido geral, designando um fato qualquer, que pode ser atômico ou complexo. É essencial para Wittgenstein que os fatos atômicos sejam independentes uns dos outros. Em 2.01 ele define um fato atômico como uma combinação de dois objetos. Assim, um fato atômico não pode ser afetado por qualquer outro fato atômico que também será meramente a combinação de objetos. A relação de dependência é coberta por fatos complexos.

O mundo é a totalidade dos fatos reais. Mas os fatos reais são apenas alguns dos fatos possíveis. Eles existem, num certo sentido, como um subconjunto de todos os fatos possíveis. Seja como for, o mundo real não pode ser a totalidade dos objetos, uma vez que os objetos são sempre os mesmos em toda realidade, seja ela atual ou apenas possível. Os fatos reais no espaço lógico de todos os fatos possíveis, ou seja, de todas as combinações de objetos, é que formam o mundo real. Podemos resumir a ontologia com a seguinte hierarquia: temos a realidade como um todo, composta de fatos reais e fatos possíveis. A soma de todos os fatos reais é o mundo. Um fato complexo é composto por fatos atômicos. Os fatos atômicos são uma combinação de objetos (no sentido de *Tractatus*). A Figura 2 representa esta estrutura.

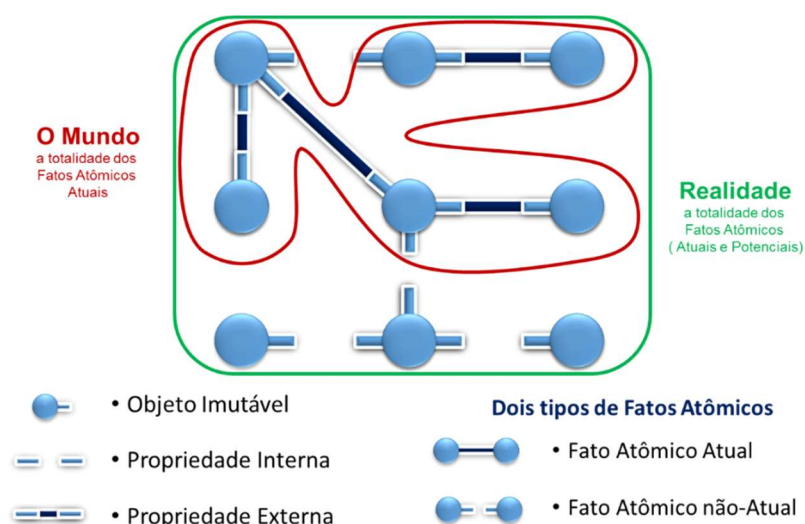


Figura 2 - Ontologia de Wittgenstein

Fonte: Elaborada pelo autor

Como veremos, essa hierarquia se encaixa perfeitamente na visão de Wittgenstein da linguagem. Vou repetir o mesmo processo de escolher alguns aforismos e conectá-los.

3.203 The name means the object. The object is its meaning. ("A" is the same sign as "A".)

3.26 The name cannot be analyzed further by any definition. It is a primitive sign.

4.012 It is obvious that we perceive a proposition of the form aRb as a picture. Here the sign is obviously a likeness of the signified

4.01 The proposition is a picture of reality.

4.3 The truth-possibilities of the elementary propositions mean the possibilities of the existence and non-existence of the atomic facts.

5. Propositions are truth-functions of elementary propositions.

4.43 Agreement with the truth-possibilities can be expressed by co-ordinating with them in the schema the mark "T" (true). Absence of this mark means disagreement.

3 The logical picture of the facts is the thought.

3.01 The totality of true thoughts is a picture of the world

4 The thought is the significant proposition.

4.001 The totality of propositions is the language.

Os nomes representam os objetos do Tractatus. Então, tal como 'objeto', 'nome' é um termo técnico que não deve ser confundido com os nomes em nossas linguagens naturais. Da mesma forma que Wittgenstein foi incapaz de produzir um exemplo de seus objetos simples, ele também foi incapaz de nomeá-los.

Glock vê os nomes de Wittgenstein como um desenvolvimento do programa de Russell. Para ambos, os nomes próprios comuns são abreviaturas de descrições, embora suas análises dos componentes sejam muito diferentes. Um nome simples do Tractatus, se pudermos encontrar um, é um sinal primitivo para um objeto imutável. Não há mais nada a dizer sobre os nomes. No entanto, se pudéssemos encontrar dois objetos e nomeá-los 'a' e 'b', para criar a proposição atômica ' aRb ', essa proposição seria uma imagem da relação entre os objetos. Uma proposição atômica verdadeira é

uma imagem de um fato atômico real. Neste caso, a combinação com b é uma propriedade externa de a. Uma proposição atômica falsa é uma imagem de um fato atômico não-atual. Neste caso, a possibilidade de combinação com b é uma propriedade interna de a, mas que não se materializa no mundo real. Tanto proposições verdadeiras quanto falsas são imagens de fatos (reais ou somente possíveis).

Para completar a linguagem desenhada pelo Tractatus só precisamos adicionar um pouco de lógica. Proposições complexas podem ser construídas com operadores lógicos como ' $\sim p$ ' (não p) e ' $p \vee q$ ' (p ou q). Wittgenstein usou tabelas verdade no Tractatus para mostrar que a verdade de proposições complexas poderia ser definida, por simples coerência, a partir do valor verdade das proposições atômicas. Proposições simples e complexas, portanto, retratam a realidade, mas apenas as proposições verdadeiras retratam os fatos reais. Somente proposições verdadeiras são imagens do mundo.

A Figura 3 abaixo mostra a correspondência nível a nível entre linguagem e realidade.

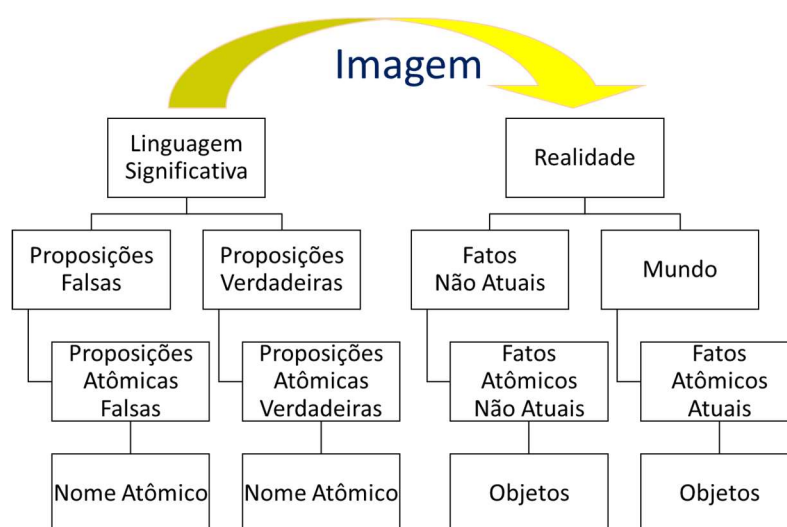


Figura 3 - Correspondência entre linguagem e realidade

Fonte: Elaborada pelo autor

É interessante notar que, para Wittgenstein, toda linguagem significativa fala sobre a realidade como definida pelos fatos da realidade. Para que uma proposição atômica tenha significado, é necessário que sua verdade ou falsidade dependa do modo como o mundo é. Apesar de seus objetos estranhos, a ontologia de Wittgenstein é, se essa qualificação é possível, antimetafísica. Quase tudo que foi escrito, não só sobre

metafísica, mas sobre qualquer tema filosófico passa a ter o mesmo status da mera algaravia. Uma proposição que trate sobre ética, por exemplo, não pode ser sequer falsa. Ela é totalmente sem sentido porque não descreve um fato da realidade.

4.003 Most propositions and questions, that have been written about philosophical matters, are not false, but senseless. We cannot, therefore, answer questions of this kind at all, but only state their senselessness. Most questions and propositions of the philosophers result from the fact that we do not understand the logic of our language. (They are of the same kind as the question whether the Good is more or less identical than the Beautiful.)

Este resultado pareceu agradar Wittgenstein, uma vez que, após a publicação do *Tractatus*, ficou anos afastado do pensamento filosófico, para só retornar quando sentiu que devia rejeitar seu antigo trabalho. Mas mesmo quando escrevia o *Tractatus* parece que ele percebeu que havia ido longe demais. Não só a linguagem filosófica, mas também a lógica e a matemática falham em ser imagens da realidade. Wittgenstein parece sutilmente retirar das tautologias e proposições matemáticas o status de pura algaravia.

4.461 The proposition shows what it says, the tautology and the contradiction that they say nothing. The tautology has no truth-conditions, for it is unconditionally true; and the contradiction is on no condition true. Tautology and contradiction are without sense. (Like the point from which two arrows go out in opposite directions.) (I know, e.g. nothing about the weather, when I know that it rains or does not rain.)

Nem proposições éticas nem tautologias têm sentido, mas há uma diferença importante que se torna mais clara com uma tradução diferente da usada nas citações. No caso da Filosofia, Wittgenstein usa o termo *unsinnig*, que Ogden traduz como *senseless* e Pears & McGuinness como *nonsensical*. Esta última traduz adequadamente um sentido de absurdidade adequado a crítica o *Tractatus*.

(Original) Die meisten Sätze und Fragen, welche über philosophische Dinge geschrieben worden sind, sind nicht falsch, sondern unsinnig.

(Ogden) Most propositions and questions, that have been written about philosophical matters, are not false, but senseless.

(Pears/McGuinness) Most of the propositions and questions to be found in philosophical works are not false but nonsensical.

No caso de tautologias (e da matemática) porém, nenhuma das duas traduções me parece particularmente feliz. Wittgenstein usa o termo *sinnlos*, que Ogden traduz como *without sense* e Pears & McGuinness como *lack sense*.

(Original) Tautologie und Kontradiktion sind sinnlos.

(Ogden) Tautology and contradiction are without sense.

(Pears/McGuinness) Tautologies and contradictions lack sense.

Mas há uma tradução que, a meu ver, é mais adequada: *pointless*. *Unsinnig* e *nonsensical* passam a ideia da absurdidade das proposições filosóficas. Por outro lado, *sinnlos* e *pointless* passam a ideia de que uma tautologia é irrelevante. Enquanto proposições éticas são realmente sem sentido, as proposições matemáticas como ' $1 + 1 = 2$ ' ou tautologias lógicas como ' $p \vee p \vdash p$ ' são apenas irrelevantes. Elas não conseguem dizer nada sobre o mundo.

Soames (SOAMES, 1998) faz uma leitura muito interessante da teoria da verdade do Tractatus que permite explicá-la em termos tradicionais. Ele propõe que esta teoria consiste em uma teoria de correspondência da verdade para proposições atômicas acrescida de uma teoria de coerência da verdade para proposições complexas, em que as proposições complexas verdadeiras são aquelas que são coerentes com as proposições atômicas. O Quadro 12 traduz esta ideia para nosso formato familiar.

Definição da Verdade do Tractatus
• $\forall x$ (x é uma proposição atômica verdadeira $\leftrightarrow$ x é uma imagem de um fato atômico do mundo) • $\forall x$ (x é uma proposição atômica falsa $\leftrightarrow$ x é uma imagem de um fato atômico não atual da realidade) • $\forall x$ (x é uma proposição complexa verdadeira $\leftrightarrow$ x está de acordo com as proposições atômicas que a compõem) • $\forall x$ (x é uma proposição complexa falsa $\leftrightarrow$ x não está de acordo com as proposições atômicas que a compõem)

Quadro 12 - Definição da Verdade do Tractatus

1.4 A VERDADE SOB SUSPEITA

Neurath refuses to characterize the truth of sentences in terms of their agreement with facts. Instead, he proposes a pragmatic-sociological definition of the words "true" and "false": true we call the set of sentences we accept and every sentence that is in agreement with the consequences of the accepted set or could be incorporated in it; we call a sentence false if it contradicts the accepted set.

(HEMPEL, 2000b)

A citação acima representa um enorme afastamento das nossas intuições sobre a verdade. Verdade nada mais é do que aquilo que é aceito de maneira pragmática-sociológica. A concepção clássica, que reinou inquestionada no Iluminismo pré Kantiano, foi solapada pelo idealismo durante o século XIX. Mas no início do século XX esta rejeição tomou uma nova forma. O ceticismo antirrealista se tornou tão extremo a ponto de turvar a distinção entre verdade e fantasia. Nesta seção veremos a maneira em que a suspeita sobre o conceito clássico verdade gerou uma teoria da verdade que, como no caso dos Idealistas e Pragmatistas, modifica o próprio significado do termo.

Fortes compromissos metafísicos levaram os idealistas a uma teoria da verdade por coerência. Ironicamente, a rejeição da metafísica por parte dos Positivistas Lógicos os leva ao mesmo tipo de teoria. Esta ironia é ainda maior quando se sabe que movimentos como o Círculo de Viena surgiram como uma reação ao Idealismo. O manifesto de 1929 começa com a preocupação de que *'the metaphysical and theologising thought is again on the increase today, not only in life but also in science'* (HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 2). Naquela época, não só na Alemanha, mas também na Grã-Bretanha e nos EUA, havia sérias discussões de proposições como 'o Absoluto entra em, mas é incapaz de, evolução e progresso'. O manifesto opõe essa grande preocupação com uma boa nova: *'The opposite spirit of enlightenment and anti-metaphysical factual research is growing stronger today, in that it is becoming conscious of its existence and task'* (HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 2). Esta tarefa importante ofuscou inicialmente qualquer dissidência.

O manifesto é ousado em seu empirismo. Ele propõe que *'there is knowledge only from experience, which rests on what is immediately given' task* (HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 8). Isso não é diferente da versão tradicional do Iluminismo. No entanto, o movimento não é uma mera defesa do passado. Ele é realmente uma renovação de ideais veneráveis, mas está repleto de grandes mentes e novas ideias. O manifesto expõe brevemente o novo método de análise lógica:

Since the meaning of every statement of science must be statable by reduction to a statement about the given, likewise the meaning of any concept, whatever branch of science it may belong to, must be statable by step-wise reduction to other concepts, down to the concepts of the lowest level which refer directly to the given.

(HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 8)

Demonstra também a importância da linguagem como ferramenta filosófica:

If a metaphysician or theologian wants to retain the usual medium of language, then he must himself realise and bring out clearly that he is giving not description but expression, not theory or communication of knowledge, but poetry or myth

(HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 6)

A concepção de verdade apresentada nesta seção foi concebida dentro da notória 'controvérsia da sentença protocolar', que começou em 1932 dentro movimento, opondo, principalmente, Moritz Schlick a Otto Neurath e Carl Gustav Hempel. Os dois lados desta controvérsia tinham em comum os valores básicos declarados no manifesto. Ambos foram inspirados pelo Tractatus de Wittgenstein, tanto na importância dada à linguagem quanto na ideia de que frases que não expressam uma ontologia muito estreita são sem sentido. Também pagaram o devido tributo ao empirismo tradicional e ao logicismo como concebido por Frege e Russell. No manifesto de 1929, encontramos uma citação fundamental para entender o Positivismo Lógico: *'The scientific world-conception knows only empirical statements about things of all kinds, and analytic statements of logic and mathematics'* (HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 7). A proposta de Wittgenstein de que as afirmações

analíticas da lógica e da matemática são ‘sem sentido’ é simplesmente descartada. Além disso, os dois lados concordaram que a teoria pictórica de Wittgenstein era inadequada. Eles discordaram, no entanto no rumo a tomar. Schlick tenta resolver o problema de um fundamento empírico sólido, enquanto Neurath e Hempel abandonam completamente esta idéia.

Quando falamos do consenso inicial no manifesto, é emblemático que o documento tenha sido assinado por Neurath e Carnap e dedicado a Schlick. No entanto, penso que a raiz da dissensão já pode ser vista quando comparamos duas passagens. A primeira expressa a esperança de uma fundação para a Ciência nas afirmações simples sobre o que é empiricamente dado:

it appears that there is a sharp boundary between two kinds of statements. To one belong statements as they are made by empirical science; their meaning can be determined by logical analysis or, more precisely, through reduction to the simplest statements about the empirically given. The other statements, to which belong those cited above, reveal themselves as empty of meaning if one takes them in the way that metaphysicians intend

(HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 6)

A segunda, no entanto, já sugere o problema da transformação de ‘qualidades subjetivamente experienciadas’, que são privadas e não linguísticas, a um discurso científico que deve ser entendido por qualquer pessoa, mesmo aquelas que nunca tiveram o tipo particular de experiência privada que está no início da pesquisa científica.

A scientific description can contain only the structure (form of order) of objects: not their 'essence'. What unites men in language are structural formulae; in them the content of the common knowledge of men presents itself. Subjectively experienced qualities - redness, pleasure - are as such only experiences, not knowledge; physical optics admits only what is in principle understandable by a blind man too.

(HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929, p. 8)

Nesta seção seguirei principalmente a visão de Hempel, que agiu como uma espécie de historiador do debate. Hempel, que pertenceu ao Círculo de Berlim, foi o campeão uma visão que foi compartilhada, em determinado momento, por Carnap e Neurath.

Em 'On the Logical Positivists' Theory of Truth' (HEMPEL, 2000a), ele começa seu relato histórico da evolução dessa visão dizendo que as noções de Wittgenstein sobre a verdade foram inicialmente adotadas pelo Círculo de Viena. Isto parece exagerado uma vez que parece ter havido discussões sobre alguns aspectos dos pontos de vista de Wittgenstein desde o início. No entanto, Wittgenstein é um bom lugar para começar de qualquer maneira. Sabemos que a teoria da verdade do *Tractatus* tem dois níveis. No primeiro, há frases atômicas que retratam fatos atômicos. No segundo nível, existem frases complexas que são coerentes entre si porque são derivadas logicamente da verdade ou falsidade das frases atômicas. Hempel descreve um desenvolvimento de três etapas afastando-se desse ponto de vista para o que ele chama, com uma generalização bastante excessiva, de Teoria da Verdade dos Positivistas Lógicos.

O primeiro passo foi um consenso. A ligação da sentença com os fatos pela teoria pictórica nunca foi atraente para o Círculo de Viena. Eles queriam salvar todo o edifício substituindo suas fundações problemáticas. Para este propósito, pareceu inicialmente suficiente que a caracterização do que era uma afirmação atômica verdadeira devesse ser modificada. Em vez de afirmações que espelhassem a 'realidade', a nova classe de afirmações atômicas deveria expressar o resultado de uma experiência imediata pura sem qualquer adição teórica. Essas novas declarações atômicas foram chamadas 'sentenças protocolo'. Por meio dessa manobra, eles se aproximaram do empirismo clássico, distanciando-se do que consideravam um aspecto metafísico do *Tractatus*.

O segundo passo foi mais traumático. Ao contrário da ontologia de Wittgenstein e de sua teoria pictórica da verdade, sua teoria do significado foi recebida com pouca modificação. Em seu artigo originalmente publicado em 1928, "Pseudoproblems in Philosophy", Carnap (2003) produziu a seguinte definição.

The meaning of a statement lies in the fact that it expresses a (conceivable, not necessarily existing) state of affairs. If an (ostensible) statement does not express a (conceivable) state of affairs, then it has no meaning; it is only apparently a statement. If the statement expresses a state of affairs then it is in any event meaningful; it is true if this state of affairs exists, false if it does not exist. One can know that a statement is meaningful even before one knows whether it is true or false. If a statement contains only concepts which are

already known and recognized, then its meaning results from them. On the other hand, if a statement contains a new concept or a concept whose legitimacy (scientific applicability) is in question, then its meaning must be indicated. For this purpose it is necessary and sufficient to point out what experiential conditions must be supposed to obtain in order for the statement to be called true (not "to be true"), and under what conditions it is to be called false

(CARNAP, 2003, p. 328)

Carnap nos informa que, nessa época, a concepção de Wittgenstein de que as sentenças metafísicas são sem sentido, uma vez que elas são, em princípio, não verificáveis, foi uma posição adotada pela maioria do Círculo de Viena. De fato, esta ideia está amplamente ligada ao Positivismo Lógico. A decisão de um relaxamento desta teoria de significado não pode ter sido tomada de ânimo leve. Mas ela era necessária. Hempel (2000a) explica que as leis empíricas, tal como formuladas por qualquer ciência, não podem ser verificadas diretamente. Portanto, pela interpretação original da concepção de Wittgenstein do significado, as leis empíricas seriam tão sem sentido quanto qualquer declaração metafísica. Isto acabou por demonstrar que este critério original de significado era demasiado estreito e tinha de ser ampliado. Esta extensão foi uma ruptura enorme em relação ao sistema de Wittgenstein, porque o valor verdade das declarações gerais passou a não ser mais uma função-verdade sobre as afirmações singulares. A forte coerência lógica entre as declarações atômicas e qualquer outra declaração significativa de uma linguagem foi quebrada. No entanto, alguma consistência lógica poderia ser salva. As leis empíricas poderiam ser distinguidas das afirmações metafísicas pelo seu caráter hipotético.

As hipóteses são logicamente respeitáveis. Como hipótese, as leis empíricas poderiam ser combinadas com afirmações singulares a fim de derivar conclusões lógicas que teriam o caráter de previsões. Além disso, essas previsões poderiam ser testadas diretamente. Esta ligação deveria ser suficiente para estabelecer o significado das leis empíricas. Declarações universais hipotéticas eram significativas porque eram verificáveis pela verificação de suas previsões. As leis empíricas seriam adotadas como verdadeiras se fossem suficientemente apoiadas por sentenças protocolares que correspondessem às suas previsões. Todo o Círculo endossou esta modificação. No entanto, como observado acima, ela enfraqueceu não apenas os

critérios de significado, mas também a integridade lógica de todo o sistema. A camada superior de frases não-atômicas não seria mais um resumo lógico das frases atômicas.

O terceiro passo de Hempel foi o mais radical e iniciou a 'controvérsia das sentenças protocolo'. Trata-se de relativizar a ideia de que uma declaração geral científica deve ser adotada como verdadeira se for suficientemente apoiada por declarações protocolares. As declarações protocolo não devem mais ser uma base inalterável de todo o sistema de uma ciência. Elas também devem ser consideradas como meras hipóteses. A qualquer sentença empírica, seja ela geral, singular ou protocolo, deve ser anexada uma cadeia de passos de teste, em comparação com outras sentenças, onde nenhum teste deve ser considerado final. Esta é a ideia por trás da famosa comparação de Neurath da ciência com um navio que está perpetuamente sendo alterado no mar aberto e que nunca pode ser colocado em um dique seco e reconstruído a partir da sua quilha.

There is no way to establish fully secured, neat protocol statements as starting points of the sciences. There is no tabula rasa. We are like sailors who have to rebuild their ship on the open sea, without ever being able to dismantle it in dry-dock and reconstruct it from the best components.

(NEURATH, 1983b, p. 92)

Uma lei empírica poderia ser testada usando declarações protocolares de experiências. Mas, além disso, as declarações protocolares poderiam ser testadas, talvez por uma declaração sobre a confiabilidade psicológica do observador. Esta afirmação, por sua vez, poderia ser testada por uma declaração sobre as leis empíricas da psicologia. Em qualquer ponto, o cientista poderia escolher livremente se deveria prosseguir ou parar de testar.

Tendo abandonado qualquer fundamento definitivo, permaneceu apenas a coerência entre as afirmações. Esta é exatamente a ideia que Schlick não podia aceitar.

The astounding error of the "coherence theory" can be explained only by the fact that its defenders and expositors were thinking only of such statements as actually occur in science, and took them as their only examples. Under these conditions the relation of noncontradiction was in fact sufficient, but only because these statements are of a very special character. They have, that is, in a certain sense (to be explained presently) their "origin" in observation

statements, they derive, as one may confidently say in the traditional way of speaking, "from experience."

If one is to take coherence seriously as a general criterion of truth, then one must consider arbitrary fairy stories to be as true as a historical report, or as statements in a textbook of chemistry, provided the story is constructed in such a way that no contradiction ever arises. I can depict by help of fantasy a grotesque world full of bizarre adventures: the coherence philosopher must believe in the truth of my account provided only I take care of the mutual compatibility of my statements, and also take the precaution of avoiding any collision with the usual description of the world, by placing the scene of my story on a distant star, where no observation is possible. Indeed, strictly speaking, I don't even require this precaution; I can just as well demand that the others have to adapt themselves to my description; and not the other way round.

(SCHLICK, 1959, p. 215)

Esta é a objeção padrão contra a visão da verdade como coerência. Um conjunto de proposições inventadas sobre uma civilização em outra galáxia, que sejam internamente consistentes e que também sejam totalmente consistentes com todas as proposições da Ciência, inclusive sobre a história da Terra, seriam admissíveis como verdadeiras. Vimos como a teoria dos idealistas tenta escapar desta objeção com suposições metafísicas, mas este caminho está bloqueado para os Positivistas.

É, de fato, interessante como Hempel responde ao desafio. Ele concorda que não haveria diferença formal entre os dois sistemas, o da fantasia e o sistema científico, mas ele argumenta que haveria uma diferença empírica. O fator empírico proposto por Hempel, quase 30 anos antes da "Estrutura das Revoluções Científicas" de Kuhn, é o fato histórico de que foi o sistema da ciência e não o conto de fadas que foi realmente adotado pela humanidade e, de modo especial, pelos cientistas de nossa cultura (HEMPEL, 2000b). É apenas por pura sorte que a possibilidade inerente de múltiplas visões incompatíveis não se materializou, e que, ao invés disso, a grande maioria dos cientistas chegou no passado, e continua chegando, mais cedo ou mais tarde, a um acordo.

É incrível como essa ideia pode aparecer dentro de um Círculo que começou com um empirismo radical. Apesar das tentativas de Schlick de preservar o original *Zeitgeist* do Círculo, eu acho que era inevitável que o constante autoexame cético levasse a

dois fins possíveis. O primeiro fim é representado pela aceitação Popperiana da dúvida e do fato de que a Metafísica deveria ser purgada dos absurdos acumulados, mas não poderia ser descartada. A outra é a redução de Neurath da ciência empírica a um mero fenômeno social.

Finalmente, nos deparamos com a pergunta se podemos interpretar estes filósofos da ciência como propondo uma teoria da verdade. Enfrentamos o sério problema de que Hempel nega explicitamente que ele está propondo uma teoria da verdade. No entanto, há duas razões para interpretá-lo, e a Neurath, como propondo uma Teoria da Coerência da Verdade e não apenas uma Teoria Epistemológica de Justificação. Primeiro, eles não são consistentes na negação. O artigo de Hempel, afinal, é intitulado: 'Sobre a Teoria da Verdade dos Positivistas Lógicos'. Em segundo lugar, a alternativa seria que eles não teriam uma teoria da verdade. Hempel viria a defender a irrelevância do conceito de verdade, mas não parece que ele estivesse preparado para ir tão longe em 1935. Hempel não está sozinho nesta ambiguidade. Na citação abaixo, por exemplo, Neurath chamou as ideias expostas aqui de um conceito de 'verdade' (embora dentro de aspas).

Thus statements are always compared with statements, certainly not with some 'reality', nor with 'things', as the Vienna Circle also thought up till now. This preliminary stage had some idealistic and some realistic elements; these can be completely eliminated if the transition is made to pure unified science.

'Induction' that leads to laws is a matter of 'decision', it cannot be deduced. The attempts to give 'induction' a logical foundation are therefore bound to fail. If a statement is made, it is to be confronted with the totality of existing statements. If it agrees with them, it is joined to them; if it does not agree, it is called 'untrue' and rejected; or the existing complex of statements of science is modified so that the new statement can be incorporated; the latter decision is mostly taken with hesitation. There can be no other concept of 'truth' for science.

(NEURATH, 1983a)

É justamente a ideia de que, a seu próprio juízo, não poderia haver outro conceito de 'verdade' que os positivistas lógicos pudessem aceitar consistentemente, que me faz classificar este conceito como uma teoria da verdade. Dado o papel de Tarski na posição posterior do Círculo e do próprio Carnap, é, no mínimo, duvidoso que eles realmente não poderiam aceitar outra concepção. Mas Neurath e Hempel persistiram

na recusa de aceitar qualquer outro significado para a palavra 'verdade'. Se, então, entendemos a 'Teoria da Verdade dos Positivistas Lógicos' de Hempel como uma teoria da verdade, ela pode ser formulada na forma do Quadro 13.

Definição da Verdade dos 'Positivistas Lógicos'
• $\forall x$ [x é uma afirmação verdadeira $\leftrightarrow$ x é uma afirmação analítica OU x faz parte de um sistema completo de Ciência (uma lista de sentenças universais e singulares) que é livremente escolhido ao longo da história da sociedade de cientistas confiáveis] • Caso contrário, x é uma declaração falsa

Quadro 13 - Definição da Verdade dos 'Positivistas Lógicos'

1.5 DEFLACIONANDO A VERDADE

1.5.1 Ramsey e a Verdade Redundante

O primeiro filósofo a colocar uma teoria classificável como deflacionária foi Frank Ramsey. É comum que as ideias de Ramsey sejam interpretadas, de modo não muito preciso, como perfazendo a tese ingênua chamada de Teoria de Redundância da Verdade. Le Morvan atribui esta interpretação ingênua a nomes como J.L. Mackie, Susan Haack, Richard Kirkham, Donald Davidson e Michael Lynch (LE MORVAN, 2004).

Ramsey apresentou suas ideias sobre a verdade em um pequeno trecho, frequentemente citado, do artigo 'Facts and Propositions' (RAMSEY, 1927). Estas ideias seriam consideravelmente ampliadas em um livro deixado inacabado pela trágica morte de Ramsey aos 26 anos. Felizmente, seus manuscritos foram finalmente organizados e publicados em 1991 com o nome de 'On Truth' (RAMSEY, RESCHER e MAJER, 1991). Neste livro é possível ver Ramsey como estando entre a tradição semântica aristotélica e as teorias deflacionárias.

Em 'Facts and Propositions', Ramsey inicialmente faz uma declaração chocante sobre a verdade:

Truth and falsity are ascribed primarily to propositions. The proposition to which they are ascribed may be either explicitly given or described. Suppose first that it is explicitly given; then it is evident that "it is true that Caesar was murdered" means no more than that Caesar was murdered, and "it is false that Caesar was murdered" means that Caesar was not murdered. They are phrases which we sometimes use for emphasis or for stylistic reasons, or to indicate the position occupied by the statement in our argument.

(RAMSEY, 1927, p. 157, grifo nosso)

No caso de uma proposição ser explicitamente dada quando nos referimos a ela como verdadeira, a verdade poderia ser considerada apenas um recurso estilístico, não tendo um significado mais profundo do que um ponto de exclamação. Para alguns autores, isto é a essência da teoria de Ramsey. A citação abaixo, de Kirkham é um exemplo desta interpretação.

The claim of the redundancy theory is not that the predicate 'is true' repeats what has already been said in the sentence in which it appears. (Ramsey does not mean that 'is true' is redundant in the sense that "'Caesar was murdered' is true' says 'Caesar was murdered' twice.) Rather, the claim is that 'is true' is vacuous, that it says nothing at all. (...) So 'is true' is redundant ('gratuitous' would be a better word) relative to the resources of English as a whole because anything that can be said with it can be said without it.

(KIRKHAM, 1995, p. 317, grifo nosso)

Para Kirkham, a teoria colocaria o predicado verdade como sendo desnecessário em relação aos recursos da língua inglesa. No entanto, Ramsey parece contrariar a ideia de que tudo que pode ser dito com o uso do predicado '*is true*' pode ser dito, em Inglês, sem o uso deste predicado.

In the second case in which the proposition is described and not given explicitly, we have perhaps more of a problem, for we get statements from which we cannot in ordinary language eliminate the words " true " and " false." Thus if I say " he is always right " I mean that the propositions he asserts are always true, and there does not seem to be any way of expressing this without using the word "true." But suppose we put it thus " For all p, if he asserts p, p is true," then we see that the propositional function p is true is simply the same as p, as e.g. its value " Cesar was murdered is true," is the same as " Cesar was murdered." We have in English to add " is true " to give the sentence a verb, forgetting that "p " already contains a (variable) verb.

(RAMSEY, 1927, p. 158, grifo nosso)

Quando nos referimos a uma sentença, não por um nome que a descreve, mas indiretamente, como em '*What Searle said at the end of yesterday's lesson is true*', nós esbarramos com uma restrição gramatical. Tanto a frase '*it is true that Caesar was murdered*' quanto a frase '*Caesar was murdered*' são perfeitamente gramaticais e são sentenças completas. Mas '*What Searle said at the end of yesterday's lesson*' não é uma sentença completa, mas uma descrição. Se soubermos que o que Searle disse no final da aula de ontem foi '*Caesar was murdered*' poderíamos fazer a substituição sem perdas. No entanto, pode ocorrer que uma pessoa não saiba o que ele disse na aula de ontem, pois não estava presente, mas ela tem a convicção de que Searle sempre termina sua aula dizendo algo verdadeiro. Sem o predicado verdade, esta pessoa ficaria impedida de expressar esta crença de modo gramaticalmente correto. O que parece ser a opinião real de Ramsey não é que o predicado verdadeiro seria

desnecessário nestes casos, mas apenas que ele se torna necessário por um defeito da língua inglesa, que não leva em conta o fato que a sentença referenciada indiretamente necessariamente já contém um verbo. Assim, atribuir o predicado '*is true*' a '*What Searle said at the end of yesterday's lesson*' cumpre o modesto papel de tornar a referência gramaticalmente correta.

Se analisarmos apenas o que Ramsey disse em '*Facts and Propositions*', parece haver razão para dizer que, se Ramsey não acreditava que o predicado verdade era redundante em todos os casos, isto se dava apenas por puro capricho da gramática da língua inglesa. E, de fato, esta ideia é confirmada por certas passagens de '*On Truth*'.

We can then say that a belief is true if it is a belief that p, and p, This definition sounds odd because we do not at first realize that 'p' is a variable sentence and so should be regarded as containing a verb;

(RAMSEY, RESCHER e MAJER, 1991, p. 9)

No entanto, a ideia de redundância do significado da verdade em que a equivalência "é verdade que 'p' se, e somente se, p" praticamente esgotaria o assunto é apenas parte do pensamento de Ramsey. Em '*On Truth*', Ramsey explicitamente se coloca dentro da tradição semântica de Aristóteles.

Our definition that a belief is true if it is a "belief that p" and p, but false if it is a "belief that p" and -p is, it may be remarked, substantially that of Aristotle, who considering only the two forms "A is" and "A is not" declared that "To say of what is, that it is not, or of what is not, that it is, is false, while to say of what is that it is, and of what is not that it is not, is true."

(RAMSEY, RESCHER e MAJER, 1991, p. 11)

Afirmar que sua definição é, substancialmente, a mesma de Aristóteles poderia ser interpretado como um comentário inócuo, mas logo a seguir Ramsey afirma que, embora não tenha usado a palavra "correspondência", a sua teoria provavelmente poderia ser chamada de uma Teoria de Correspondência da Verdade. Felizmente, o próprio Ramsey fornece uma explicação de como, ao mesmo tempo, sua teoria pode ter a característica deflacionária extrema de encarar a verdade como redundante e ao mesmo tempo poder ser considerada como uma teoria tão substantiva como a Teoria de Correspondência.

Our definition is one in terms of propositional reference, which we take as a term already understood. But it may be held that this notion of propositional reference is itself in need of analysis and definition, and that a definition of truth in terms of so obscure a notion represents very little if any progress. [...] to many this may seem merely to shirk the hardest and most interesting part of the problem, which is to find out how and in what sense those images or ideas in Mr Jones' mind at 10 o'clock constitute or express a "belief that the earth is flat." Truth, it will be said, consists in a relation between ideas and reality, and the use without analysis of the term propositional reference simply conceals and shirks all the real problems that this relation involves. This charge must be admitted to be just, and an account of truth which accepts the notion of propositional reference without analysis cannot possibly be regarded as complete.

(RAMSEY, RESCHER e MAJER, 1991, p. 13-14)

Referência proposicional é o nome que Ramsey dá à relação que nossos julgamentos tem com a realidade. Ramsey acredita que esgotou o significado do predicado verdade quando o reduziu a referência proposicional. É um grande mérito de Ramsey o fato dele reconhecer que sua teoria cobre apenas a parte mais fácil do problema. No entanto, isto não significa que ele pense em sua contribuição como trivial.

But though the reduction of truth to propositional reference is a very small part and much the easiest part of its analysis, it is not therefore one which we can afford to neglect. [Not only is it essential to realize that truth and propositional reference are not independent notions requiring separate analysis, and that it is truth that depends on and must be defined via reference not reference via truth.]

(RAMSEY, RESCHER e MAJER, 1991, p. 14)

Para Ramsey, verdade é um conceito lógico-linguístico e seu significado se esgota quando seu papel lógico-linguístico é esclarecido. Tanto melhor se este esclarecimento mostra que o papel é amplamente desnecessário. Apesar desta teoria ser singela, o fato dela fazer o esclarecimento de '*is true*' através da separação e primazia da referência proposicional sobre a verdade é uma contribuição significativa.

[...] though the psychological difficulties involved in this notion of reference must be faced in any complete treatment of truth, it is well to begin with a definition which is sufficient for a great many purposes and depends only on the simplest considerations.

And whatever the complete definition may be, it must preserve the evident connection between truth and reference, that a belief "that p" is true if and only <if> p. We may deride this as trivial formalism, but since we cannot contradict it without absurdity, it provides a slight check on any deeper investigations that they must square with this obvious truism.

(RAMSEY, RESCHER e MAJER, 1991, p. 14)

Para Ramsey, sua teoria da verdade poderia ser usada para resolver uma série de problemas lógico-linguísticos, bastando que se aceitasse as considerações modestas que ele ofereceu. Além disso, de forma independente de Tarski, Ramsey destaca a importância da validade das equivalências do tipo “é verdade que ‘p’ se, e somente se, p” como teste para qualquer teoria substantiva da verdade. A profundidade do pensamento de Ramsey, em minha visão, ultrapassou em muito a das teorias que são consideradas como sucessoras da sua. Que ela seja frequentemente apresentada em termos simplistas é uma grande injustiça. Só podemos imaginar a produção intelectual de tal pensador se não tivesse vivido apenas 26 anos.

1.5.2 A Verdade Removedora de Aspas

Em 'Philosophy of logic', Willard Van Orman Quine oferece uma teoria ainda mais modesta do que a da Ramsey (QUINE, 1986) uma vez que ela é aplicável unicamente a fenômenos linguísticos (ex. sentenças) como *truth-bearers*. O mecanismo linguístico de citação permite que nós transformemos uma sentença em um objeto a que nós podemos nos referir. Com o uso de citação podemos formar sentenças como “‘*snow is white*’ possui três palavras”. Este tipo de sentença, obviamente, não fala sobre o mundo, mas sobre a linguagem. No entanto, ocasionalmente, precisamos fazer o caminho inverso, em que temos um objeto como este e precisamos recuperar a sentença original. Esta, para Quine, é a função do predicado verdade. Mas ele adverte que quando usamos sentenças como “‘*snow is white*’ is true” estamos apenas criando uma indireção desnecessária e faríamos melhor, nestes casos, de em vez de falar sobre a linguagem, falar diretamente sobre o mundo. Podemos expressar esta ideia com o chamado esquema de descitação (ED).

(ED) A sentença "x" é verdadeira se, e somente se, x.

Para qualquer sentença, cita-la como verdadeira é exatamente a mesma coisa que afirmá-la diretamente. Isto não quer dizer que o predicado verdade é sempre inútil.

The truth predicate is a device of disquotatation. We may affirm the single sentence by just uttering it, unaided by quotation or by the truth predicate; but if we want to affirm some infinite lot of sentences that we can demarcate only by talking about the sentences, then the truth predicate has its use.

(QUINE, 1986, p. 12)

Se, por exemplo, um discípulo diz que qualquer coisa que o Mestre diga é verdade e partindo do princípio que o mestre pode dizer qualquer sentença dentro de um conjunto com um número infinito delas, a indireção se torna necessária. Sem o uso do predicado verdade, seria necessário o uso de uma conjunção infinita de sentenças como:

- Se o Mestre disser que o mundo é uma ilusão então o mundo é uma ilusão e se o Mestre disser que sapatos apertados machucam os pés então sapatos apertados machucam os pés e se o Mestre disser que um mais um é igual a 3729 então um mais um é igual a 3729 e ...

1.5.3 Um Mínimo de Verdade

Paul Horwich propôs outra teoria deflacionista em '*Truth*' (HORWICH, 1998). Usualmente, a função de um predicado em uma sentença é a de atribuir a certas entidades um tipo qualquer de propriedade, mas, segundo Horwich, o predicado 'é verdadeiro' não tem esta função. O predicado verdade existe unicamente por uma certa necessidade lógica ligada a propriedade inferencial que as proposições envolvendo este predicado possuem.

Vimos que o predicado verdade é usado em sentenças que afirmam uma proposição única, que é descrita em vez de dada explicitamente. Vimos que ele também é usado em sentenças que abrangem um número infinito de proposições. E, através deste tipo de sentenças, podemos, com o auxílio do predicado verdade, realizar inferências.

Tomemos, por exemplo, a sentença abaixo.

- O que Searle disse no final da lição de ontem é verdade.

E adicionemos uma segunda proposição:

- Searle disse no final da lição de ontem que há muitos tipos de atos da fala.

Temos o direito de inferir

- Há muitos tipos de atos da fala.

Esta capacidade inferencial é extremamente importante no caso de tautologias. Por exemplo, digamos que formulemos a regra do terceiro excluído da seguinte forma:

- Toda proposição da forma: $\langle \forall x, x \text{ é } F \text{ ou } x \text{ é não } F \rangle$ é verdadeira.

Usando a propriedade inferencial do predicado verdade podemos inferir qualquer sentença que obedeça esta mesma forma.

De forma diferente de Quine, Horwich prefere formular sua teoria primariamente para proposições abstratas em vez de para sentenças, embora ela seja compatível com outros *truth-bearers*.

I shall start by giving what I believe is the best statement of the deflationary point of view. Because it contains no more than what is expressed by uncontroversial instances of the equivalence schema,

(E) It is true that p if and only if p,

I shall call my theory of truth 'the minimal theory', and I shall refer to the surrounding remarks on behalf of its adequacy as 'the minimalist conception'. With a good formulation in hand, I want to show that the standard criticisms of deflationary approaches are either irrelevant or surmountable [...]. For the sake of simplicity and conformity with natural language, I begin by developing the account of truth for propositions. However, I shall go on to argue that the minimalist conception applies equally well to the 'truth' of utterances, mental attitudes, and other types of entity.

(HORWICH, 1998, p. 6)

Horwich acredita que seu esquema de equivalência (E), abaixo, resume tudo que é relevante sobre a verdade e, assim, ele se sente mais do que justificado em chamar sua teoria de 'Teoria Mínima da Verdade'.

- (E) É verdade que p se e somente se p

Talvez o ponto mais importante da crítica minimalista de Horwich a teorias substantivas da verdade como correspondência, coerência e pragmatismo seja a de que estas teorias não parecem satisfazer uma exigência fundamental para que uma teoria da verdade seja considerada adequada: uma explicação de porque as instâncias do esquema de equivalência são verdadeiras. Sem esta explicação, e dada a importância do esquema de equivalência para o uso da verdade em inferências, parece-lhe preferível colocar as equivalências como fundamentais. Este ponto é similar ao de Tarski de que uma definição de verdade deveria ter como consequência todas as equivalências do tipo: 'p' é verdade se, e somente se, p. Uma teoria substantiva que enderece a crítica de Horwich faria com que o argumento deflacionista perdesse muito peso.

1.6 TRUTHMAKING – OS FAZEDORES DE VERDADES

Truthmaking é a última versão que veremos da concepção clássica da verdade. Dentre todas, esta é a que demanda mais da lógica subjacente para sua compreensão. Todas as concepções mostradas até agora podem ser entendidas usando a lógica clássica fundada por Frege, que usa conectivos lógicos (ex. $\wedge$ para conjunção, $\vee$ para disjunção, $\rightarrow$ para implicação, $\leftrightarrow$ para bicondicional e $\neg$ para negação) em conjunto com os quantificadores universal $\forall$ e existencial $\exists$. No entanto, para lidar com *Truthmaking* é necessário usar uma lógica modal.

Lógicas modais lidam com modalidades como, por exemplo, possibilidade e necessidade. Normalmente utiliza-se o símbolo $\Box$ para Necessário e $\Diamond$ para Possível. Com uma lógica modal podemos representar expressões como:

- $\Box (A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$ - se é necessário que A implique em B então se A é necessariamente o caso, então B é necessariamente o caso.
- $\Box A \leftrightarrow \neg \Diamond \neg A$ – é necessário que A se, e somente se, não é possível que A não seja o caso.
- $\Diamond B \leftrightarrow \neg \Box \neg B$ – é possível que B se, e somente se, não é necessário que B não seja o caso.

Esta exigência maior da teoria de *Truthmaking* em relação a lógica de sua formalização é importante porque a semântica da lógica de predicados é modelada de forma bastante simples pela teoria de conjuntos, enquanto que a semântica de lógicas modais usualmente utiliza conceitos questionáveis como o de mundos possíveis. Embora estes conceitos possam ser modelados em teoria de conjuntos, eles expõem *Truthmaking* a problemas ontológicos, como as questões do que constitui um mundo possível, ou se existe, ou não, um mundo possível com determinadas características.

Nesta seção seguirei principalmente o pensamento de David M. Armstrong na sua versão mais madura em *Truth and truth-makers* (ARMSTRONG, 2004). Seguindo esta obra, não utilizarei a notação simbólica de lógica modal, mas toda vez que usarmos expressões como possível e necessário esta lógica estará subjacente. Vamos começar com a intuição básica que motiva a teoria.

Let it be the case that particular a instantiates universal F : a is F . Must there not be something about the world that makes it to be the case, that serves as an ontological ground, for this truth? (Making to be the case here, of course, is not causal making to be the case.) [...]. The assumption here is that the truth-maker for a truth must necessitate that truth.

(ARMSTRONG, 1997, p. 115)

A intuição básica, então, é a ideia que, se algo é verdadeiro, precisa existir algo no mundo que sirva como fundamento ontológico para este fato. Mulligan, Simons e Smith (1984) argumentam que esta intuição é fruto do renascimento do realismo no início do século XX. Uma vez que ser realista sobre algo significa acreditar que algo existe independentemente de alguém pensar que ele existe, um filósofo realista tem uma preocupação inerente com a ontologia. No caso das teorias da verdade, isto gerou uma preocupação com a ontologia dos *truth-bearers*. Uma discussão típica, neste aspecto, seria se proposições devem ou não ser admitidas na ontologia. Mas também gerou uma preocupação com o outro lado da equação, ou seja, que tipo de coisa deve ser admitida como existente na realidade que, de alguma maneira, justifica afirmar que um *truth-bearer* é verdadeiro. Quando Wittgenstein afirma, no *Tractatus*, que o mundo é a totalidade dos fatos e não das coisas, ele está tendo exatamente este tipo de preocupação ontológica com os *truth-makers*. Russell, como vimos, compartilha deste tipo de preocupação. Mas é somente no fim do século XX que esta intuição se consolidou em uma versão da teoria clássica da verdade: *Truthmaking*. Este movimento é feito pela aderência ao que se chama Princípio de *Truthmaking*. Não existe uma versão única padrão deste princípio, e sua formalização exige uma série de considerações. Merricks (2007), por exemplo, coloca o princípio de forma bem simples: para cada afirmação que é verdade, há alguma entidade que, por sua mera existência, torna essa afirmação verdadeira. Como uma primeira aproximação podemos definir este princípio da seguinte forma:

- **(Princípio de *Truthmaking* – 1ª aproximação)** Se existe uma entidade $\mathcal{E}$ tal que a existência de $\mathcal{E}$ implica que um *truth-bearer* x é verdadeiro, então x é verdadeiro. Neste caso dizemos que $\mathcal{E}$ é um *truth-maker* de x .

A adesão a este princípio abre dois tipos de problemas. O primeiro é como formalizar o que está esboçado e tentar criar o que pode ser chamado de Teoria Geral de *Truthmaking*. O segundo é o de identificar, para cada tipo de *truth-bearer*, qual é o seu *truth-maker*

[...] simply to accept the idea that truths have truth-makers by no means dictates just what these truth-makers are. The question what truth-makers are needed for particular truths (what we take to be truths!) can be, and regularly is, as difficult as the question of metaphysics, the question of ontology. To ask the truth-maker question is, I maintain, a promising way to regiment metaphysical enquiry. But it is not a royal road. No such roads are available in philosophy. In this work I will defend various particular answers to the truth-maker question, sometimes (but not invariably) defending metaphysical positions that I have advocated in earlier work, but here always putting the truthmaking question at the centre. All the more reason then, to distinguish between the general theory of truthmaking and particular answers that may be given to truthmaking questions. The division is not all that sharp. There is, very properly, interaction between one's general theory of truthmaking and the particular truth-makers one postulates for particular classes of truths. The two enterprises have to be brought into reflective equilibrium.

(ARMSTRONG, 2004, p. 4, grifo nosso)

Na verdade, há uma considerável variação no que diz respeito tanto à Teoria Geral quanto à identificação de *truth-makers*. Armstrong reconhece que embora elaborar uma teoria geral de como *Truthmaking* funciona, e encontrar qual os *truth-makers* adequados para uma classe particular de verdades, sejam tarefas distintas, elas não podem ser executadas de forma totalmente independente. Isto porque a ontologia do que o filósofo admite usar como *truth-maker* gera problemas e soluções específicas para a Teoria Geral. Por outro lado, a resolução de problemas pode forçar o filósofo a alterar a ontologia que ele admite. Assim as duas tarefas têm de ser colocadas em equilíbrio reflexivo. Independente disso, um dos aspectos mais interessantes de *Truthmaking* é que a busca de *truth-makers* para o maior número possível de verdades parece uma atividade inerente desta teoria.

A versão de *Truthmaking* de Armstrong é baseada em dois princípios fortes:

- **(Necessitarismo de *Truthmaking*)** A relação entre um *truth-maker* e sua verdade é de necessidade, uma necessidade absoluta, ou seja, os *truth-makers* exigem suas verdades.
- **(Maximalismo de *Truthmaking*)** toda é qualquer verdade possui pelo menos um *truth-maker*. Não existem verdades sem um *truth-maker* que as tornem verdadeiras.

Estes princípios não são obrigatoriamente adotados por todos os filósofos interessados em *Truthmaking*. De fato, Bigelow (1988) adota uma abordagem não-maximalista para a teoria e Mellor (2003) argumenta que a relação de *truthmaking* não exige necessidade. No entanto, a versão de Armstrong parece forçar a ideia por traz do Princípio de *Truthmaking* nos seus limites máximos e, portanto, tem um apelo que abordagens alternativas carecem.

A respeito de seu Necessitarismo, um ponto ressaltado por Armstrong é que a necessitação entre um *truth-maker* e a verdade de um *truth-bearer* não pode ser qualquer forma de implicação, uma vez que ambos os termos de uma implicação devem ser proposições (ou, conforme o caso, sentenças). Por outro lado, a relação entre um *truth-maker* e uma verdade pode cruzar categorias. Um *truth-maker* é uma porção da realidade que pode, ou não, ser uma proposição. Um objeto, ou um fato pode necessitar uma verdade.

Marian David (2005) coloca a questão nos seguintes termos. Ela distingue entre uma noção lógica de implicação e uma noção ontológica de implicação. A noção clássica, lógica, de implicação é entre proposições: a proposição p implica na proposição q se, e somente se, quando p é verdadeiro, necessariamente então q é verdadeiro. Desta forma, a rigor, a verdade da proposição p implica na verdade da proposição q . No entanto também usamos uma variante desta formulação e dizemos que a proposição p implica na proposição q . A implicação ontológica, que encontramos no Princípio de *Truthmaking*, não possui a restrição de ser entre proposições, mas pode ser definida de maneira análoga: uma entidade $\mathcal{E}$ implica em uma entidade T se, e somente se, quando $\mathcal{E}$ existe, então necessariamente T existe. Aqui também podemos tanto dizer que $\mathcal{E}$ implica em T ou que a existência de $\mathcal{E}$ implica na existência de T .

Outro princípio importante para Armstrong é seu Princípio da Implicação:

- **(Princípio da Implicação)** Se $\mathcal{E}$ é um *truth-maker* de uma proposição p e se p ‘implica’ uma segunda proposição q , então $\mathcal{E}$ será um *truth-maker* da proposição q .

Se usarmos a seta $\rightarrow$ como símbolo da relação de implicação ontológica, não proposicional, de *truthmaking*, então podemos resumir o princípio da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &\rightarrow p \\ p &\models^s q \\ \therefore \mathcal{E} &\rightarrow q\end{aligned}$$

Aqui, novamente, devemos fazer algumas observações sobre os diversos conceitos de implicação em Armstrong. O símbolo $\models^s$ e a colocação de ‘implica’ entre aspas indica que Armstrong não está usando a implicação lógica no sentido clássico (que podemos simbolizar usando $\models$). Na implicação clássica, qualquer verdade contingente implica uma verdade necessária. Digamos que Sócrates, o homem, é o *truth-maker* para a verdade contingente <Sócrates existe>. Suponha que <1 + 1 = 2> é uma verdade necessária. Pela implicação clássica, <Sócrates existe> $\models$ <1 + 1 = 2>. Assim, Sócrates, o homem, seria um *truth-maker* para a proposição <1 + 1 = 2>, o que é altamente indesejável para a teoria. Desta forma, um dos problemas da teoria de Armstrong é a necessidade de restringir o escopo da implicação de modo que seu Princípio da Implicação seja válido. Armstrong não fornece uma solução, mas assume que ela seja possível.

Do Princípio da Implicação se obtém imediatamente que a relação de *truthmaking* não é uma correspondência um para um, uma vez que o mesmo *truth-maker* T pode ter esta relação com duas diferentes proposições p e q . No sentido inverso temos a mesma flexibilidade. Para ver isto tomemos a proposição <Humanos existem>. Tanto Platão quanto Sócrates parecem ser bons candidatos a *truth-makers* desta proposição. Esta flexibilidade pode explicitada da seguinte forma:

- Uma única entidade $\mathcal{E}$ pode servir como *truth-maker* de mais de uma proposição e uma proposição p pode ser tornada verdadeira por mais de uma entidade. Em outras palavras, a relação de *truthmaking* é do tipo muitos para muitos.

No entanto, ainda podemos dizer que proposições correspondem ou falham e corresponder com a realidade. Uma proposição corresponde com a realidade se ela possui pelo menos um *truth-maker*. Esta ideia permite o questionamento se *Truthmaking* é ou não uma teoria de Correspondência. A resposta é negativa uma vez que estas teorias se caracterizam por tentar definir uma correspondência um-para-um com um aspecto da realidade e não com a realidade como um todo. No entanto, também é claro que *Truthmaking* é uma teoria da mesma tradição das teorias de Correspondência, uma vez que tenta capturar a intuição que chamamos de Concepção Clássica da Verdade.

Como podem existir múltiplos *truth-makers* para a mesma proposição, então, em princípio, se existe um *truth-maker* T^1 para uma proposição p , é possível que exista um outro *truth-maker* T^0 para p , tal que T^0 está contido no *truth-maker* original T^1 . Por outro lado, é também possível que exista outro *truth-maker* T^2 , para a mesma proposição p , tal que o *truth-maker* original T^1 está contido em T^2 . Podemos então dizer que os *truth-makers* possuem maior ou menor discriminação m relação a um *truth-bearer* específico p . O universo como um todo seria o *truth-maker* trivial para todas as verdades, pois a totalidade do ser define toda verdade. Mas um *truth-maker* tão pouco discriminatório é desinteressante.

Dentro desta mesma linha de raciocínio, podemos seguir o sentido inverso. Podemos dizer que a totalidade da existência é o *truth-maker* máximo para qualquer verdade, ou seja, aquele que tem a menor capacidade de discriminação. Para uma verdade qualquer, é possível, e provável, que ela possua um *truth-maker* que é apenas uma parte do total da existência. É também possível que uma parte ainda menor da existência funcione como *truth-maker* desta verdade. No, entanto, eventualmente, chegaremos uma porção da existência tal que este processo não será mais possível. Chamamos esta porção da existência de *truth-maker* mínimo desta verdade.

- (**Truth-maker mínimo**) T^m é um *truth-maker* mínimo para p se, e somente se, não é possível subtrair nada de T^m e o restante ainda permanecer um *truth-maker* para p .

Anteriormente ressaltamos que uma proposição p pode ser tornada verdadeira por mais de uma entidade. Armstrong resalta que isto continua sendo válido mesmo que nos restringirmos aos *truth-makers* mínimos. Ele oferece como exemplo a proposição <existe um x tal que x é um ser humano>. Se ignorarmos o tempo, cada ser humano que existiu, existe ou existirá é um *truth-maker* para esta proposição. Platão, por exemplo, é um *truth-maker* para ela. Como nada menos que o próprio Platão seria suficiente, então Platão é um *truth-maker* mínimo para esta proposição. Mas igualmente Sócrates é um *truth-maker* mínimo para esta proposição.

A ideia de *truth-makers* com maior ou menor discriminação unida com o Princípio da Implicação gera uma tese interessante de Armstrong. Sabemos que se um T^1 qualquer é um *truth-maker* para uma proposição p , e se $p \models^s q$, então T^1 também será um *truth-maker* para q . Mas, certamente, deve existir outro *truth-maker* para q que seja mais discriminatório. A Tese de Contenção Plausível de Armstrong é:

- (**Tese de Contenção Plausível**) para cada T^1 que seja um *truth-maker* para uma proposição p , e se $p \models^s q$, então existe um *truth-maker* T^0 para q que é uma parte própria de T^1 . Em outras palavras, o *truth-maker* da conclusão está contido no *truth-maker* das premissas.

Armstrong não afirma que sua tese seja universalmente válida, embora ela seja válida para casos importantes, em particular no caso em que tanto as premissas quanto as conclusões sejam puramente contingentes.

Antes de prosseguirmos, é adequado comentar que a primeira aproximação do Princípio de *Truthmaking*, que mostramos acima, não é exatamente a mesma usada por Armstrong.

We will work, then, with the following theory of the nature of truth:

p (a proposition) is true if and only if there exists a T (some entity in the world) such that T necessitates that p and p is true in virtue of T .

We note that the 'only if' is particularly controversial even among those who accept some form of truth-maker theory. The necessitation, I have suggested, is a world-to-proposition necessitation, not an entailment relation. If every truth has a truth-maker, then this formula tells us what truth in general is. But I do not wish to call it a definition, because the right-hand side of the formula may involve the notion of truth.

(ARMSTRONG, 2004, p. 17, grifo nosso)

A versão de Armstrong usa o operador modal de necessidade, materializando assim seu Necessitarismo. Existe a necessidade de que, se um *truth-maker* de p existe, p é verdade. A relação entre um *truth-maker* e um *truth-bearer* não pode ser uma implicação, mas uma relação mundo versus proposição. Esta versão resolve este problema adotando o formato de um bicondicional entre uma verdade e a 'existência' do *truth-maker*. Além disso, ela reflete o Maximalismo de Armstrong. Um *truth-bearer* p é verdadeiro se, e somente se, ele possuir um *truth-maker*. Não há verdades sem *truth-makers*. Armstrong também manifesta sua preferência por proposições como *truth-bearer* primários. Se não existisse vida no universo, claramente não existiriam crenças, pensamentos ou sentenças e, no entanto, parece haver espaço para a existência de proposições. Desta forma, o uso de proposições decorre do Necessitarismo de Armstrong. Se um *truth-maker* necessita que um *truth-bearer* seja verdadeiro, isto parece também necessitar a existência deste *truth-bearer*.

- **(Princípio de Truthmaking – Armstrong)** Uma proposição p é verdadeira se, e somente se, existe um T (uma entidade no mundo) tal que T necessita que p e p é verdadeira em virtude de T .

Respeitando o pensamento de Armstrong, não usarei este princípio para criar uma de nossas definições de verdade. Armstrong reconhece que uma definição nestes termos estaria exposta a acusação de que o termo a ser definido está sendo utilizado no

definiens. No entanto, para Armstrong, mesmo sem ser uma definição, este princípio esclarece a natureza da verdade.

O princípio de *Truthmaking*, o Necessitarismo, o Maximalismo, o princípio da Implicação, a ideia de múltiplos *truth-makers* para a mesma verdade, a de *truth-makers* mínimos e a tese de Contenção Plausível são os principais pontos da Teoria Geral de *Truthmaking* de Armstrong. Estes pontos, em conjunto, definem restrições e requisitos sobre o comportamento dos *truth-makers*. A seguir mostraremos a ontologia de Armstrong e como os elementos desta ontologia podem servir como *truth-makers* de diversos tipos de proposições.

Os itens menos controversos que podem ser incluídos em uma ontologia são os objetos. O mundo de Armstrong contém objetos e estes objetos servem como *truth-makers* de uma classe de proposições muito simples, as **proposições existenciais afirmativas** do tipo <*x* existe>. Se *x* é um objeto, o próprio *x* é o *truth-maker* desta proposição. Por exemplo, John Rogers Searle é o *truth-maker* da proposição <Searle existe>.

Uma ontologia de objetos, no entanto, não é suficiente nem mesmo para todas as proposições existenciais afirmativas. Qual é, por exemplo, o *truth-maker* para a proposição <vermelho existe>? Maças são vermelhas, assim como cerejas, e isto parece justificar a existência do vermelho. Porém vermelho não é um objeto, mas uma propriedade destes objetos. A existência de cerejas vermelhas são, para Armstrong, um *truth-maker* de <vermelho existe>, mas elas não seriam um *truth-maker* mínimo. Algo no objeto cereja, e não a cereja com todas as suas características, parece ser suficiente como *truth-maker* desta proposição.

Armstrong observa que, para uma pessoa que acredita em sua teoria, se torna natural e razoável postular que o objeto tem propriedades que estão objetivamente nele, ou seja, *Truthmaking* favorece algum tipo de teoria realista a respeito de propriedades. Em *Truth and Truth-makers*, Armstrong não toma partido de nenhuma teoria específica. *Truthmaking* seria compatível, por exemplo, com propriedades sendo Universais ou Particulares ou com propriedades possuindo poderes causais ou, em vez disso, existindo de forma independente dos poderes causais que elas concedem aos particulares que as possuem. Em um aspecto, porém, *Truthmaking* limita o que é aceitável em termos de teoria de propriedades. Se alguém advoga que propriedades

são universais, não é aceitável a teoria de que elas são universais transcendentais. Propriedades, se são universais, somente podem ser universais imanentes. Se uma cereja é um *truth-maker*, ainda que não mínimo, para <vermelho existe>, parece necessário que a propriedade 'vermelho' esteja neste objeto como parte imanente dele.

Assim, precisamos incluir objetos e propriedades imanentes em nossa ontologia para que possamos dar conta das proposições existenciais afirmativas do tipo < x existe>. O próximo passo natural são **proposições predicativas afirmativas** do tipo < x é F >. Tomemos por exemplo a proposição <esta cereja é vermelha>. Nós já admitimos tanto objetos (como cerejas) quanto propriedades (como vermelho) em nossa ontologia. Será isto suficiente para definirmos o *truth-maker* desta proposição? Para Armstrong, a resposta é negativa. O ponto é que cerejas são vermelhas de forma contingente. Uma mutação poderia ter feito que as cerejas que conhecemos fossem ciano em vez de vermelhas. Como um *truth-maker* de <esta cereja é vermelha> deve necessitar a verdade desta proposição, nem o objeto nem a propriedade, em separado, podem ser *truth-makers* desta proposição. Assim, novamente, a teoria geral de *Truthmaking* dirige a ampliação de nossa ontologia. Em adição a objetos e propriedades parece necessário incluir fatos. Armstrong escolhe para o tipo de fato que ele inclui em sua ontologia o nome de *state of affairs*.

So it may be in order to begin by saying why I use the phrase 'state of affairs' rather than the word 'fact'. This is all the more in order, because it is common among those who patronize facts to use 'state of affairs' to mean no more than possible fact. My states of affairs, however, are all existents.

In my view, the word 'fact' is much too closely tied to the notions of statement and proposition. It is natural to think of facts as the 'tautological accusatives' of true statements and propositions. Given this, to each true statement or proposition there corresponds its own peculiar fact. This is quite unsatisfactory for my purposes. I have therefore taken over the phrase 'state of affairs'. It sounds less colloquial and more like a term of art, which is desirable.

(ARMSTRONG, 1993)

O *state of affairs* que serve como um *truth-maker* de <esta cereja é vermelha> é simplesmente que esta cereja é vermelha. Este *state of affairs*, evidentemente, é uma entidade complexa que inclui um objeto e uma propriedade, mas não é apenas a soma

mereológica destes dois componentes. Em grego, μέρος (meros) significa parte ou componente. Uma soma mereológica de certas entidades é apenas o resultado da simples união de todas essas entidades. O *state of affairs* de que esta cereja é vermelha inclui não só as duas entidades, mas uma ligação entre elas.

Tendo incluído *state of affairs* em sua ontologia, Armstrong considera a possibilidade de eliminar a necessidade de objetos e propriedades. Se o mundo é a totalidade dos fatos e não das coisas, talvez não precisemos de coisas. Não seria um *state of affairs* de que John Rogers Searle existe um *truth-maker* adequado para a proposição <Searle existe>? Armstrong rejeita esta opção. Este suposto *state of affairs* parece atribuir a Searle a propriedade da Existência, mas uma longa e venerável tradição nega a existência desta propriedade. Kant, por exemplo, questionava o que a existência poderia acrescentaria a um objeto e toda a lógica fundada por Frege e Russell trata existência como um operador e não como um predicado. Assim, nossa ontologia deve incluir, pelo menos, objetos, propriedades e *state of affairs* simples que atribuem uma propriedade a uma entidade. Armstrong não incluirá uma quarta categoria em sua ontologia, mas *Truthmaking* exigirá ampliar os tipos de *state of affairs* que são admitidos.

Vimos que, para lidar com **proposições predicativas negativas** do tipo < x não é F >, Russell postulou a existência de fatos negativos. A proposição <Theaetetus não está voando> seria tornada verdadeira pelo fato de Theaetetus não estar voando. Esta solução, no entanto, não agrada Armstrong. Para entender a solução que ele adota podemos seguir o processo já familiar de tentar construir o *truth-maker* desta proposição usando o que já decidimos incluir em nossa ontologia. Nós temos a nossa disposição todos os *states of affairs* que tornam verdadeiras as proposições predicativas afirmativas sobre Theaetetus. Estas são proposições verdadeiras do tipo <Theaetetus está sentado> ou <Theaetetus é Geômetra>. Uma ideia se apresenta de que a soma mereológica de todos estes *states of affairs* sobre Theaetetus poderiam ser o *truth-maker* de <Theaetetus não está voando>. Como o *state of affairs* de que Theaetetus está voando não está incluído nesta soma mereológica, poderíamos deduzir que <Theaetetus não está voando> é verdadeira. Infelizmente há um problema. Ao contrário de conjuntos (que não entraram em nossa ontologia) a soma mereológica não inclui a ideia de totalidade. Em outras palavras, a soma mereológica

dos *states of affairs* sobre Theaetetus não inclui ideia de que estes são todos os *states of affairs* sobre Theaetetus. A soma mereológica seria equivalente a uma mera lista de *states of affairs*, e a partir desta lista, não poderíamos concluir que <Theaetetus está voando> é falsa. E sem isto, não temos um *truth-maker* para <Theaetetus não está voando>.

Para entender a solução de Armstrong é melhor lidarmos primeiro com as **proposições existenciais negativas** do tipo < x não existe>. Armstrong admite que não há como escapar da totalmente da ideia da negatividade de fatos, mas ele distingue entre dois tipos de proposições com características de negação: ausências e limites. Uma proposição do tipo <unicórnios não existem> é uma ausência. Armstrong não admite *states of affairs* específicos para este tipo de proposição, mas ele admite *states of affairs* específicos para limites. De fato, tudo que é estritamente necessário é um único *state of affairs* de limite: o *state of affairs* que define, da soma mereológica de todos os objetos, propriedades e *states of affairs* do mundo, que eles são todas as entidades do mundo. Chamemos este *states of affair* de limite existencial do universo. A soma mereológica de todos os objetos do mundo (que não inclui unicórnios) em conjunto com o *state of affairs* de limite existencial do universo servem como *truth-maker* para <unicórnios não existem>. Na verdade, este é o mesmo *truth-maker* de toda e qualquer proposição existencial negativa.

Se voltarmos agora para as proposições predicativas negativas do tipo < x não é F >, vemos que o problema de encontrar o *truth-maker* para estas proposições já está resolvido. Como o *state of affairs* de que Theaetetus está voando não pertence a soma mereológica, de todos os todas as entidades do mundo, esta soma, em conjunto com o *state of affairs* de limite existencial do universo, que define que ela inclui a totalidade dos *state of affairs* existentes, seria também o *truth-maker* de <Theaetetus não está voando>.

O *states of affair* que chamamos de limite existencial do universo parece ser o único *truth-maker* que precisamos para proposições existenciais e predicativas negativas. No entanto, ao admitirmos a existência um *states of affair* limitador, não parece haver motivo para evitarmos outros *states of affair* deste tipo. De fato, o limite existencial do universo parece ser um exagero como parte do *truth-maker* de, por exemplo, <não existe vida em Marte>. Parece que não precisamos de uma soma mereológica de

todas as entidades do Universo, mas apenas das entidades de Marte. Esta soma, em conjunto com o *states of affair* de que ela possui todas as entidades de Marte, é suficiente como *truth-maker* de <não existe vida em Marte>. Talvez até este seja um *truth-maker* mínimo. Por comodidade, podemos nos referir a uma soma metrológica em conjunto com seu um *states of affair* limitador, como uma totalidade. Assim, a totalidade das entidades de Marte é o *truth-maker* de <não existe vida em Marte>.

Armstrong procura encontrar *truth-makers* para vários outros tipos de proposições sem ampliar sua ontologia. Não precisamos revisar todas estas tentativas. Basta um exemplo final sobre **proposições gerais**. Qual seria um *truth-maker* para a proposição <todos os corvos são negros>? Precisamos de duas totalidades: a totalidade dos corvos negros e a totalidade dos corvos. Armstrong então observa que se, e somente se, as duas totalidades forem idênticas, a proposição <todos os corvos são negros> é verdadeira. Essa única totalidade, identificada de duas formas é o *truth-maker* mínimo da proposição.

Em minha opinião o estilo de fazer Metafísica de Armstrong é um exemplo a ser seguido. Ele parte de certos problemas e de uma teoria para solucioná-los e depois verifica que tipo de entidades ele precisa incluir em sua ontologia para que a teoria funcione. Isto nos remete aos argumentos transcendentais de Kant, ou seja, um argumento que parte de uma premissa convincente ou intuitiva sobre nossa experiência ou nosso conhecimento e chega a uma conclusão não óbvia que parece ser uma condição necessária para esta premissa. Este é um estilo que parece dar primazia a Epistemologia. As categorias ontológicas são hipóteses para resolver problemas não metafísicos e elas são justificadas pela sua capacidade de resolver os problemas originais. Isto não é muito diferente do método científico. Niels Bohr introduz em sua ontologia os estados quânticos porque sua existência explicava o comportamento dos átomos. A alternativa é uma metafísica puramente especulativa que simplesmente postula coisas como o universo ser feito de água, do absoluto ou de qualquer outra coisa. Não é possível fazer Filosofia sem premissas metafísicas. Felizmente é possível fazer Metafísica de forma racional, como Armstrong demonstra. Esta é uma lição valiosa da obra de Armstrong. Uma teoria da verdade não deve temer fazer suas premissas metafísicas de forma explícita se estas premissas são justificadas pela sua capacidade de resolver problemas.

1.7 PLURALISMO – A VERDADE É LEGIÃO

Pedersen e Wright (2016) explicam a motivação das Teorias Pluralistas em termos do chamado problema de escopo. Teorias da correspondência, por exemplo, parecem adequadas quando aplicadas a proposições sobre objetos comuns. A proposição <Searle é um filósofo> parece corresponder ao fato que o homem designado como John Rogers Searle realmente é um filósofo. No entanto, este tipo de teoria encontra problemas quando aplicadas a proposições como <Searle é o maior filósofo da história dos Estados Unidos> ou $\langle -e^{i\pi} = 1 \rangle$. Por exemplo a proposição <todo conjunto contém o conjunto vazio> parece implicar, pela teoria da correspondência, que existem objetos que possuem relações com um objeto chamado ‘conjunto vazio’. Para alguém que não é um realista matemático, esta ideia pode parecer absurda. Por outro lado, digamos que adotemos algum tipo de Teoria de Coerência. A proposição <todo conjunto contém o conjunto vazio> poderia ser considerada verdadeira porque é decorrente dos axiomas de Zermelo–Fraenkel. Estes axiomas, por outro lado, seriam considerados verdadeiros devido a coerência com um grande número de teoremas úteis. Mas este tipo de abordagem não parece ser tão plausível em relação a proposições como <Searle é um filósofo>. Este problema, de teorias que são adequadas a uma região de discurso, mas que parecem ser incapazes de generalização para todos os tipos de proposição, é conhecido como ‘problema do escopo’. A solução encontrada pelos Pluralistas para resolver o problema do escopo é negar o Monismo. Em *Three Forms of Pluralism about Truth*, Michael P. Lynch (2008) expressa o monismo da seguinte forma:

- **(Monismo)** a verdade é idêntica a alguma propriedade única F , de primeira ordem, das proposições. E o conceito de verdade expressa univocamente essa propriedade.

A rejeição ao Monismo não quer dizer que o Pluralista rejeite todas as teorias substantivas. O que ele rejeita é que elas sejam universalmente aplicáveis. No mesmo artigo, Lynch lista três formas de teorias pluralistas:

- Pluralismo alético simples (*Simple Alethic Pluralism* – SAP)
- Funcionalismo alético reducionista (*Reductive Alethic Functionalism*)
- Funcionalismo alético por papel (*Role Alethic Functionalism*)

Pluralismo alético simples, ou SAP, é a ideia de a palavra ‘verdade’ é simplesmente ambígua, ou que significa conceitos diferentes em contextos diferentes. Na visão de Lynch, SAP é uma teoria completamente inadequada. Normalmente consideramos uma inferência como válida quando ela preserva uma única propriedade, das premissas à conclusão: a verdade. Em uma inferência dentro de uma mesma região de discurso, o significado da verdade permaneceria constante e poderíamos inferir de forma válida. No entanto, o problema é que costumamos fazer inferências que ultrapassam regiões de discurso. Lynch oferece o seguinte exemplo:

- (1) Se você encarcerar uma pessoa sem acusação, você violou seus direitos.
- (2) Esta pessoa foi encarcerada sem acusação.
- (3) Portanto, os direitos desta pessoa foram violados.

A proposição (1) é uma condicional moral enquanto a proposição (2) é uma proposição factual. Se a verdade está sendo usada em sentidos diferentes nestas duas proposições, não poderíamos, de forma válida, chegar na conclusão definida em (3).

A clara inadequação de SAP levou a visão mais sofisticada do Funcionalismo. Lynch descreve a ideia básica por traz das teorias funcionalistas:

The basic idea is that to be true is to have a property that does a particular job or plays a particular role. That role is what is specified by our intuitive beliefs about truth. These beliefs form a theoretical structure — a folk theory of truth if you will. (...) Specifying the extent and limits of these folk beliefs, and determining which, if any, are more centrally weighted than others, is an important further project for the alethic functionalist, just as it is for functionalists in the philosophy of mind. But however those questions are decided, the basic functionalist idea is that these folk beliefs about truth to jointly constitute a job-description so to speak for truth: they specify the truth-role. Consequently, we can then say that a property plays that role just when it meets the conditions laid out in that job-description, and that a proposition is therefore true just when it has a property that plays that role.

(LYNCH, 2008, p. 113-114)

O Funcionalismo começa com nossas ideias intuitivas sobre a verdade e cria uma descrição que todo candidato a ser uma definição de verdade tem que se adequar. Lynch usa a metáfora de uma descrição de cargo de trabalho. Digamos que exista uma descrição de cargo para ser um professor em uma Faculdade de Filosofia. Se uma pessoa se candidata a ser um professor, ela deve ser capaz de executar o trabalho definido na descrição do cargo. De forma semelhante, se uma propriedade é candidata a exercer o papel da verdade, ela deve ser capaz de executar o trabalho definido na descrição de cargo da verdade. E a descrição de cargo da verdade é definida em termos das nossas ideias intuitivas sobre a verdade. Esta ideia básica, no entanto, ainda não é uma teoria completa e existe mais de um tipo de teoria funcionalista. Lynch apresenta inicialmente o Funcionalismo Alético Reducionista (*Reductive Alethic Functionalism*).

Vamos continuar com nossa metáfora. Nossa Faculdade de Filosofia tem vários professores em seu quadro. Eles ensinam disciplinas diferentes. John Searle é professor nas disciplinas de Filosofia da Linguagem, Harry Burns é professor nas disciplinas de Filosofia do Direito e Sally Albright nas disciplinas de Epistemologia. Todos exercem adequadamente o cargo de professor, mas somente dentro dos seus respectivos campos de especialidade. Parece natural identificarmos o conceito de professor com a pessoa que exerce este papel em um determinado contexto. Se estivermos em uma aula de Filosofia da Linguagem, Searle é o professor. Se estivermos em uma aula de Epistemologia, Sally é a professora. Esta visão se parece muito com o pluralismo sobre a verdade, mas em vez de pessoas como Harry e Sally, temos propriedades como corresponder aos fatos ou possuir coerência.

Segundo Lynch, o Funcionalismo Alético Reducionista define verdade como idêntica a qualquer propriedade que realize a descrição de cargo da verdade. A ideia é semelhante a uma descrição de propriedade. A descrição 'a propriedade de ter a cor predominante do céu' pode definir propriedades diferentes em contextos diferentes. Em um dia claro, seria a propriedade de ser azul, em um dia nublado cinza e, à noite, negro. A diferença é que a propriedade identificada com a verdade varia, não com o contexto, mas com o domínio proposicional. Nesta visão, quando falamos sobre fatos do dia a dia, verdade é correspondência e quando falamos sobre sistemas formais, verdade é coerência.

Lynch é crítico em relação ao Funcionalismo Alético Reducionista. A redução do conceito de verdade às propriedades que executam o papel da verdade em domínio proposicional tem a consequência de que não existe uma propriedade ‘verdade’ que é compartilhada por todas as proposições verdadeiras. Para Lynch esta ideia é *prima facie* implausível, mas seu argumento principal é em relação ao mesmo tipo inferências mistas, que ultrapassam regiões de discurso, que o fizeram descartar SAP. Se nenhuma propriedade é compartilhada por proposições verdadeiras em diferentes domínios proposicionais, o que é preservado em uma inferência mista? Existe uma possível resposta, mas parece insatisfatória. Podemos definir meta-verdade como a propriedade de ter uma propriedade que atende aos requisitos de cargo da verdade. Assim, por exemplo, se x corresponde com a realidade e y é coerente com axiomas de Zermelo–Fraenkel, tanto x quanto y são meta-verdadeiros. Em uma inferência mista que envolvesse x e y a meta-verdade, e não a verdade, seria preservada. O motivo desta solução ser inadequada é que, tal como definida, a meta-verdade em si não parece, aos olhos de Lynch, realizar a descrição de cargo da verdade.

Em *Truth as one and many*, Lynch (2009) detalha sua própria teoria: o Funcionalismo Alético por Papel (*Role Alethic Functionalism*). Mas antes de passarmos para sua teoria, vamos dar um passo atrás e analisar descrição de cargo de trabalho da verdade que Lynch detalha no início de seu livro.

In metaphysics we aim to find the nature of things and properties that puzzle us — be it pain, or causation, or identity or truth. But we can't search for that which we know nothing about. So when setting off to discover the nature of some target property it helps to have some understanding of what it is we are looking for: its nominal essence, as Locke might have put it. The nominal essence of F, in the sense I intend, is our folk concept of F. It embodies our preconceptions, the way we tacitly think about it in ordinary life — even if, normally, we don't even recognize ourselves as doing so. A natural way of identifying something's nominal essence, therefore, is to appeal to the set of largely implicit beliefs we folk have about it.

(LYNCH, 2009, p. 7-8)

É interessante notar a semelhança da abordagem de Lynch e Russell. Para Russell, o processo de análise começa com várias crenças complexas e mais ou menos confusas e termina com a redução destas crenças a formas que são simples e claras (RUSSELL, 1910). Se um termo x é usado para designar um determinado conceito, podemos depurar o conceito de forma que passemos a usar o mesmo termo sem que estejamos expostos a acusação de arbitrariamente redefinir o termo. Sem admitir nossas ideias intuitivas sobre um conceito, por mais confusas que elas sejam, como ponto de partida, a alternativa seria justamente a redefinição arbitrária. Em minha opinião, esta ideia geral parece ser a marca de qualquer boa Filosofia e Lynch a adota. Para Lynch, a essência nominal de um termo é justamente nossas ideias intuitivas sobre ele. Mas há uma diferença sutil em relação a análise de Russell. Lynch está mais interessado em nossos preconceitos sobre o conceito do que em nossa definição intuitiva. Estes preconceitos definem, tacitamente, a forma como usamos o conceito em nosso dia a dia. Assim, uma definição filosófica do termo x não precisa captar nossa definição intuitiva se o conceito assim definido funcionar de modo a atender nosso uso do conceito original. Isto dá a Lynch a liberdade que ele precisa para uma teoria pluralista. Por exemplo, as teorias Pragmática e Coerência da verdade não parecem captar nossas ideias intuitivas do que a verdade é, mas é possível que uma redefinição do termo verdade por estas teorias funcione da mesma forma que nosso conceito intuitivo de verdade.

Lynch propõe que nossos preconceitos sejam captados em uma série de truísmos sobre a verdade.

(...) we should allow that some truisms — and therefore the features and relations to other properties picked out by those truisms — may well be more heavily weighted epistemically speaking than others. Call such truisms core truisms. Core truisms about truth cannot be denied without significant theoretical consequence and loss of plausibility. If you do deny any one of them, you must be prepared to explain how this can be so in the face of intuitive opposition. And denying many or all would mean that you would be regarded by other users of the concept as changing the subject.

(LYNCH, 2009, p. 7-8)

Lynch deixa claro que, por este método, uma definição válida do termo verdade não precisa, necessariamente, obedecer a todos os nossos preconceitos sobre a verdade desde que ela obedeça certos truísmos fundamentais sobre a verdade. Estes truísmos seriam aqueles cuja negação diminuiria tanto a plausibilidade da teoria que a exporia a acusação de ter mudado de assunto. Lynch acredita que estes truísmos fundamentais são Objetividade; Norma da Crença e Meta da Investigação, mas ele oferece outros truísmos importantes. A seguir, procurarei traduzir suas definições de forma fiel, colocando o original como nota de rodapé para validação. É interessante notar que, em vez de sentenças ou proposições, Lynch usa crenças como seus *truth-bearers* primários. Isto parece adequado uma vez que os truísmos expressam nossas crenças sobre a verdade.

O primeiro truísmo fundamental é Objetividade. Lynch cita, como evidência deste preconceito, a ideia de Aristóteles de que dizemos a verdade quando afirmamos do que é que é ou do que não é que não é. A verdade de uma crença depende de como as coisas são e não de como gostaríamos que elas fossem.

- **Objetividade:** A crença em p é verdadeira se, e somente se, naquilo que diz respeito à crença em p , as coisas são como se acredita serem².

De todos os seus truísmos sobre a verdade, parece que este é o mais claro. Por este motivo é o que demanda menos comentários e explicações. Mas Lynch adverte que o foco exclusivo na Objetividade seria um erro, pois é importante lembrar que o fato de que a verdade tem valor. A ideia do valor da verdade é expressa nos outros dois truísmos fundamentais.

O segundo truísmo fundamental é Norma da Crença.

- **Norma da Crença:** É, *prima facie*, correto acreditar em p se e somente se a proposição p é verdadeira³.

Lynch reconhece que a Norma da Crença não é trivial, uma vez que o lado esquerdo não se limita a reafirmar o que está implícito ou explícito no lado direito. Estamos, de

² Objectivity: The belief that p is true if, and only if, with respect to the belief that p , things are as they are believed to be. (LYNCH, 2009, p. 8)

³ Norm of Belief: It is *prima facie* correct to believe that p if and only if the proposition that p is true. (LYNCH, 2009, p. 10)

fato, mudando de categoria, uma vez que definimos o conteúdo proposicional da crença como verdadeiro, o que é uma afirmação factual, enquanto definimos a própria crença nesse conteúdo como correta, o que é uma afirmação normativa. A Norma da Crença não explica porque é correto crer no que é verdadeiro. Ela tem um objetivo muito mais modesto de definir que as duas ideias (factual e normativa) são coextensivas. Embora a Norma da Crença não seja tão clara quanto a Objetividade, é, de fato, um preconceito importante que é correto acreditar no que é verdade e é incorreto acreditar no que não é verdade. De fato, pode ser defendido que a Norma da Crença é parte do que distingue ‘acreditar que *p*’ de outras atitudes cognitivas como ‘imaginar que *p*’, ‘supor que *p*’ ou ‘esperar que *p*’.

Mas porque Lynch coloca que é apenas *prima facie* correto acreditar no que é verdadeiro e não simplesmente correto, sem mais qualificações? A motivação de Lynch parece ser o desejo de generalidade.

(...) someone who says that it is not even *prima facie* right to believe what is true is using “truth” (and probably “belief”) to talk about something other than what the rest of us use those words to talk about.

(LYNCH, 2009, p. 14)

Lynch não descarta a possibilidade de teorias válidas que neguem que acreditar somente no que é verdadeiro é sempre correto. No entanto, ele afirma que uma teoria que nega que acreditar no que é verdadeiro é *prima facie* correto tem que estar usando o termo ‘verdade’ (e possivelmente o termo ‘crença’) de uma forma completamente diferente do que é normal. Em minha opinião, no entanto, podemos restringir um pouco mais o escopo das teorias que cumprem adequadamente a Norma da Crença se admitirmos a necessidade de que a verdade tem valor intrínseco. Se apenas dor ou prazer tivessem valor, por exemplo, poderíamos dizer que uma mentira que tenha apenas consequências agradáveis é, sob qualquer ponto de vista, mais correta que uma verdade que tenha apenas consequências desagradáveis. No, entanto, se a verdade tem valor intrínseco, sempre existirá um ponto de vista, aquele que usa a verdade como valor central ou único, em que sempre será correto crer no que é verdadeiro e errado crer no que é falso. Não desenvolverei aqui esta linha de pensamento.

O terceiro truísmo fundamental é Meta da Investigação. Este truísmo também está ligado com a ideia do valor da verdade e, portanto, está fortemente relacionado com a Norma da Crença. Lynch raciocina que se a verdade é o padrão normativo da crença, é natural supor que a verdade exerça um papel regulador na prática de produzir crenças, ou seja, em qualquer investigação. Lynch define investigação de forma bastante modesta como o processo de fazer e responder perguntas. Ele oferece como exemplo perguntas que vão de ‘onde estão as chaves do meu carro?’ até ‘poderia algo surgir do nada?’. A formalização deste papel regulador da verdade na prática de produzir crenças é a Meta da Investigação.

- **Meta da Investigação:** Outras coisas sendo iguais, chegar a crenças verdadeiras é um objetivo apropriado em uma investigação⁴.

Assim como a Norma da Crença não explica porque é correto crer no que é verdadeiro, a Meta da Investigação não explica porque a verdade exerce um papel regulador na produção de crenças. No entanto, uma definição de verdade que fizesse a verdade irrelevante no processo de investigação seria, no mínimo, suspeita.

Existem outros truísmos interessantes que envolvem a verdade. Alguns podem ser obtidos dos truísmos fundamentais a partir do que Lynch chama de ‘pressupostos adicionais e razoavelmente óbvios’ (LYNCH, 2009, p. 8). Por exemplo, se unirmos Objetividade com a premissa de que, em relação a uma crença em p , as coisas são como se acredita serem se, e somente se, p , obtemos o seguinte truísmo:

- **Esquema-T Doxástico:** A crença em p é verdadeira se e somente se p .

Outra premissa aceitável é que, estritamente falando, não é uma crença que é verdadeira, mas sim o conteúdo desta crença. Se for aceitável que o conteúdo de uma crença é uma proposição, então chegamos ao seguinte truísmo:

- **Esquema-T Proposicional:** A proposição p é verdadeira se e somente se p .

⁴ End of Inquiry: Other things being equal, true beliefs are a worthy goal of inquiry. (LYNCH, 2009, p. 12)

Lynch percebe que Objetividade, ou seja, que a verdade de nossas crenças depende de como as coisas são, e não o contrário, implica na possibilidade do erro e da ignorância. Podemos crer em algo sem que as coisas sejam como acreditamos e certas coisas podem ser de uma determinada forma sem que tenhamos nenhuma crença a respeito delas. A partir desta constatação, é razoavelmente óbvio que isto é válido mesmo para crenças que consideremos justificadas. Em outras palavras, podemos ter uma crença justificada, sem que as coisas sejam como acreditamos e podemos ter crenças que refletem como as coisas são sem que elas sejam consideradas crenças justificáveis. Neste caso, teremos o seguinte truísmo:

- **Independência da Justificação:** Algumas crenças podem ser verdadeiras sem serem justificadas e algumas crenças podem ser justificadas sem serem verdadeiras.

Como exemplos de preconceitos sobre a verdade que podem, ou não, serem incluídos na lista de truísmos desejáveis em uma teoria da verdade estão:

- **Princípio da Bivalência:** Toda proposição tem exatamente um entre dois valores verdade: verdade ou falsidade.
- **Princípio da Não-contradição:** Nenhuma proposição pode ser tanto verdadeira quanto falsa.

Esta lista não esgota todos os truísmos possíveis, mas os três truísmos fundamentais formam, em conjunto, o requisito mínimo para que um predicado possa funcionar do modo que esperamos que a verdade funcione. Em outras palavras, os três truísmos fundamentais descrevem descrição de cargo da verdade, ou o papel da verdade. Podemos então resumir a ideia básica do funcionalismo da seguinte maneira:

- **Funcionalismo:** $(\forall x) x$ é verdadeiro se, e somente se, x possui uma propriedade T que desempenha o papel da verdade⁵.

O papel da verdade também pode ser definido.

⁵ $(\forall x) x$ is true if, and only if, x has a property that plays the truth-role (LYNCH, 2009, p. 72)

- **Papel da Verdade:** A propriedade T desempenha o papel da verdade se, e somente, se:
 - x é T se, e somente se, naquilo que diz respeito à crença em x , as coisas são como se acredita serem;
 - se x é T , outras coisas sendo iguais, acreditar em x é um objetivo apropriado em uma investigação
 - é, *prima facie*, correto acreditar em x se e somente se x é T ...⁶

Lynch reconhece que isto ainda não nos diz o que é a verdade. Isto porque o relacionamento entre a verdade e as propriedades que desempenham o papel da verdade pode ser definido de várias maneiras. No Funcionalismo Alético Reducionista, a verdade é a propriedade de ter uma das propriedades que desempenham o papel de verdade. Vimos que Lynch descarta esta interpretação. Sua solução, o Funcionalismo alético por papel (*Role Alethic Functionalism*), identifica a verdade com a própria descrição de trabalho e não com as propriedades que a realizam. Lynch tem a sua disposição conceitos adaptados do Funcionalismo em Filosofia da Mente, como superveniência e realizabilidade múltipla.

O conceito de básico de superveniência é bastante respeitável, mesmo fora de Filosofia da Mente. McLaughlin e Bennett (2014) explicam superveniência da seguinte forma: um conjunto de propriedades A é superveniente em relação a outro conjunto B se, e somente se, não podem existir dois objetos que difiram em relação às propriedades A sem também difiram em relação às propriedades B . Se, por exemplo, as propriedades químicas forem supervenientes às propriedades físicas, então não há maneira de dois objetos terem propriedades químicas diferentes se, de alguma forma, eles não tiverem diferenças físicas. Se dois corpos de prova têm reações químicas diferentes, eles necessariamente deveriam ter propriedades físicas, como sua estrutura atômica, diferentes. Mas o contrário não é necessariamente verdadeiro. Mesmo que A seja superveniente em relação a B , as propriedades B podem variar sem que as propriedades A variem. Em nosso exemplo, dois objetos fisicamente diferentes, como dois corpos de prova com diferentes percentagens de isótopos de

⁶ T plays the truth-role if, and only if: P is T if, and only if, where P is believed, things are as they are believed to be; other things being equal, it is a worthy goal of inquiry to believe P if P is T ; it is correct to believe P if and only if P is T ... (LYNCH, 2009, p. 72)

urânio, poderiam agir de forma quimicamente indistinguível. Note que ser superveniente em relação a propriedade B é uma propriedade essencial da propriedade A. Superveniência, por definição, implica necessidade.

No caso de uma teoria monista da verdade, como a de correspondência, poderíamos dizer que é impossível que x corresponda com a realidade sem que possamos atribuir a x os truismos chave. No entanto, para sua versão do pluralismo Lynch opta por utilizar um conceito semelhante ao de superveniência básica, mas de aceitação e aplicabilidade mais restrita: o de propriedade multiplamente realizável.

Segundo McLaughlin e Bennett, na visão funcional, uma propriedade A realiza outra propriedade funcional F se as instâncias de A têm os tipos de causas e efeitos que definem as propriedades de F. Como definimos a Verdade como sendo uma propriedade funcional definida pelos truismos chave, a propriedade de correspondência com a realidade realiza a propriedade Verdade. Uma propriedade F é multiplamente realizável se ela for realizável por várias propriedades diferentes A_1 , A_2 etc. Para Lynch, a verdade é uma propriedade deste tipo. Se x tem a propriedade de ser verdadeiro, isto é realizado pelo fato dele possuir alguma outra propriedade, mas nem sempre é a mesma propriedade para todos os domínios. É importante para a teoria de Lynch que assim como superveniência, a realização é uma relação necessária, ou seja, é uma propriedade essencial de A_1 que esta propriedade realize F. A propriedade Verdade, definida funcionalmente pelos truismos chave, é multiplamente realizável por várias propriedades diferentes, como Coerência, Correspondência etc., em domínios diferentes.

A teoria de Lynch oferece testes que podem ser usados para validar uma definição de verdade. Os truismos de Lynch são bastante intuitivos. Uma definição pode até não os atender, mas eles não podem ser ignorados. Se uma definição, por exemplo, não obedecer ao truismo de Objetividade deve explicar o porquê.

2 A CONCEPÇÃO DA VERDADE DE TARSKI

A concepção de verdade que será apresentada no capítulo final tem sua gênese na concepção de Alfred Tarski. Tarski escreveu várias obras com o objetivo de esclarecer a sua Concepção Semântica da Verdade. No entanto, em apenas um único lugar esta concepção foi abordada em pormenor. Este lugar é o artigo original, em polonês, publicado em 1933. Felizmente para o leitor não instruído em línguas eslavas, Tarski supervisionou uma tradução ampliada para o inglês em 1956. Será esta tradução, intitulada 'The Concept of Truth in Formalized Languages' (TARSKI, 1983 [1956]), e que de agora em diante chamarei de CTFL, que usarei como fonte principal desta teoria⁷. CTFL não é um texto de fácil leitura. A existência de múltiplas visões, muitas vezes contraditórias, sobre esta obra, não ajuda no processo de compreendê-la. Não se trata de Tarski escrever em um estilo pomposo ou obscuro. Pelo contrário, como matemático, Tarski pode ser tedioso em sua busca por clareza e precisão. No entanto, ele escreve para um certo público-alvo, em uma época anterior a estabilização de certos conceitos e nomenclaturas. A mais óbvia destas dificuldades é o uso de símbolos que diferem daqueles que se tornaram dominantes na literatura contemporânea. Além disso, existem tensões no pensamento de Tarski que nem sempre são resolvidas. Aqui tentarei apresentar CPFL de uma forma acessível ao leitor moderno, com uma leitura interpretativa focada nos capítulos §2 e §3.

É frequente que seja necessário ter pelo menos uma ideia geral do ambiente intelectual e da história pessoal de um pensador para que possamos entender as escolhas que ele fez em seu trabalho. Isso parece verdadeiro para Tarski e sua CTFL e assim decidi incluir aqui uma pequena bibliografia, baseada, principalmente na obra de Feferman (FEFERMAN e FEFERMAN, 2004).

Alfred Teitelbaum nasceu em 1901 em uma família de judeus poloneses. A comunidade de judeus em Varsóvia era a segunda maior no mundo e perfazia um terço da população da cidade. Embora muitos vivessem em comunidades fechadas, falando apenas Ídiche, os Teitelbaums optaram por se integrar, adotando o polonês

⁷ Esta versão é utilizada em conjunto com a excelente tradução brasileira de Celso Braidia (TARSKI, 2007 [1933]). Há pouquíssimos erros nesta tradução e, em pelo menos um caso, encontrei a tradução corrigindo um erro da versão em Inglês. Adicionalmente, utilizarei, quando for importante, o recente trabalho de Monika Gruber (GRUBER, 2016), que usa o original polonês para corrigir erros nas versões em alemão e inglês.

como sua primeira língua. Embora sua família praticasse as tradições judaicas, Alfred, quando adulto, acabou por pensar em si mesmo mais como um polonês do que como um judeu. Quando ele entrou no ensino secundário, em 1916, os Alemães haviam expulsado os Russos da Polônia e esta vivia um renascimento de sua cultura. Alfred pode, então, assistir classes em polonês em vez de em russo. O currículo incluía Latim, Alemão, Francês, História, Religião, Lei, Lógica, Matemática, Física, Astronomia, Geografia e Geologia. Em todos estes assuntos Alfred obteve as notas mais altas de sua classe.

Após a fundação da nova Universidade de Varsóvia, em novembro de 1915, esta atraiu nomes do calibre de Lesniewski, Łukasiewicz, Sierpinski, Mazurkiewicz e Kotarbinski. Todos eles se tornariam professores de Tarski, que entrou nesta Universidade em 1918. Inicialmente, ele pretendia obter uma licenciatura em biologia, mas logo o gênio ambicioso mudou de caminho. Sem dúvida ele percebeu que o que veio a ser conhecido como a escola Lwów-Varsóvia de Lógica, Matemática e Filosofia era algo mais atraente em oportunidades de fama e sucesso. Em seu auge, esta escola só foi rivalizada por Viena. Pouco antes de defender sua tese de Doutorado, Alfred trocou seu sobrenome. Teitelbaum soava inegavelmente judeu e ele desejava ser totalmente assimilado por sua comunidade. Ele criou o nome Tarski, que soava polonês, e passou por uma conversão pública ao Catolicismo. Stanisław Leśniewski, um homem difícil, foi o orientador de Doutorado de Tarski. Ele costumava repetir que todos os seus alunos eram gênios. Isto era estritamente verdade, com o detalhe de que Tarski foi a única pessoa que conseguiu obter o título sob sua supervisão, fazendo sua defesa no ano de 1924.

Em uma nota bibliográfica em CPFL, Tarski afirma que os resultados apresentados neste trabalho foram, em sua maior parte, produzidos em 1929, enquanto Tarski ainda estava sob certa influência de Leśniewski, embora o afastamento dos dois já acontecesse. Já em 1930, Tarski apresentou, na Sociedade Filosófica Polonesa, um resumo de sua teoria que continha os seus pontos essenciais. McFarland (MCFARLAND, MCFARLAND e SMITH, 2014) comenta que existem registros de reportes de Tarski sobre este tópico datando de 1928, apenas 4 anos após sua titulação. Em comparação, Tarski só começa a ampliar seu intercambio internacional de ideias após sua viagem a Viena, em 1930, quando encontra Carnap e o Círculo de

Viena. Assim é principalmente no contexto da efervescência cultural da escola Lwów-Varsóvia de Lógica, Matemática e Filosofia durante os anos 1920 que devemos entender sua obra prima.

Com relação as influências deste ambiente, concordo com Niiniluoto (NIINILUOTO, 1999) na avaliação que o trabalho de Tarski foi regido por duas fontes diferentes, uma filosófica e uma matemática. Essas duas fontes se conectaram de formas complexas, às vezes reforçando uma a outra, às vezes se complementando e, de forma mais importante, às vezes se opondo.

Dois nomes podem ser usados para representar a influência filosófica: Tadeusz Kotarbinski e Stanisław Leśniewski. Lesniewski foi o real orientador de doutorado de Tarski, mas Kotarbinski foi o homem que ele, muitas vezes, em anos posteriores, menciona como seu verdadeiro professor. Na verdade, Tarski dedicou a edição de 1956 da tradução de suas obras a Kotarbinski, afirmando que ele tinha consultado os livros deste mestre muitas vezes ao escrever CTFL.

Tadeusz Kotarbinski defendia uma ontologia muito restrita

Since every object is a thing or a person, and 'entity' and 'individual' are extensional equivalents of 'object', then to put it briefly, there exists nothing else but things and persons

... the reists will find it more difficult to reach an agreement with those ontologists who accuse them of an excessive simplification of reality. We mean here those who accept the ontological interpretation of Aristotelian categories or of any similar list. All entities are there classified as substances, properties, relations, events, etc. Now the reists accept only one ontological category - namely, that which has traditionally been called the category of substances. And please note, even within that category they eliminate Aristotelian substances in the secondary sense - that is, general substances, in other words, the universals. (KOTARBINSKI, 1979 [1949], p. 45 a 47)

Assim, de todas as categorias que ele tinha à sua disposição dentro da tradição filosófica, tais como propriedades, relações, eventos, fatos etc., Kotarbinski só aceita uma: substância. Qualquer atribuição de existência significativa deve ser redutível a frases que têm nomes de coisas como argumentos. Pode-se então, dizer que o Vesúvio existe. Pode-se também dizer que um centauro não existe, se a palavra centauro for interpretada como redutível a uma criatura meio homem, meio cavalo. No

entanto, não faz sentido dizer que um estado-de-coisas como “a erupção do Vesúvio” existe. De modo importante para Tarski, Kotarbinski acreditava que para que o termo ‘classe’ pudesse ser usado como um termo genuíno, ele deveria ser utilizado para denotar um grupo de indivíduos que formam um todo. Um indivíduo é, então, uma parte componente da classe a que pertence. O conjunto ‘Docentes da Universidade de Varsóvia’ nada mais é do que a soma mereológica dos professores desta Universidade. Esta ontologia pode se tornar impossivelmente restritiva para a matemática. Por exemplo, se a relação de uma classe e seus membros for apenas a de partes de um todo, pode-se concluir que uma classe de classes não seria diferente da classe formada a partir da união das classes membros (ex: $\{\{1\}, \{2\}\} = \{1, 2\}$), mas para um matemático interessado na teoria dos conjuntos de Zermelo, como Tarski, estes conceitos devem ser distinguidos. Lesniewski utilizou uma ontologia semelhante para o seu sistema de lógica. Este sistema podia diferenciar entre uma classe de classes e a mera união de classes, mas, entre outras limitações, a sua Mereologia negava a existência do conjunto vazio e não fazia distinção entre um objeto e um conjunto unitário (URBANIAK, 2014). Tarski optou por não utilizar estes sistemas. No entanto, a rejeição de Kotarbinski às concepções pragmáticas ou “utilitaristas” da verdade em favor da teoria da correspondência, bem como a preocupação de Lesniewski com o paradoxo do mentiroso e sua solução via uso de metalinguagem foram essenciais para Tarski.

A segunda fonte de influência, a que chamei de matemática, pode ser representada por Wacław Sierpiński. Sierpiński era o membro sênior do departamento de matemática da Universidade de Varsóvia. Ele publicou resultados importantes sobre teoria dos conjuntos e topologia e foi co-editor-chefe do importante jornal polonês *Fundamenta Mathematicae*. Tarski assistiu a palestras de Sierpinski sobre a teoria de conjuntos de Zermelo e o axioma da escolha em 1918. O assunto tornou-se rapidamente uma das principais áreas de investigação de Tarski. O primeiro artigo de Tarski, publicado em 1921, foi sobre teoria dos conjuntos. Depois de sua dissertação, em 1924, passou a dedicar-se às noções de Zermelo e Sierpinski sobre conjuntos, essencialmente abandonando as teorias incompatíveis e restritivas de Lesniewski. Ele tinha boas razões para isso. Usando o axioma da escolha, algo que Lesniewski

desprezava profundamente, Tarski alcançou seu primeiro resultado importante, publicado ainda em 1924: o teorema de Banach-Tarski.

CTFL foi apresentado ao público acadêmico de Warsaw pela primeira vez 7 anos mais tarde, em 1931. Poder-se-ia pensar que, nesta época, dado o enorme sucesso da nova abordagem, Tarski simplesmente teria deixado para trás suas influências iniciais e, se convertido totalmente a novas formas de pensar. Isto é, a meu ver, longe de a verdade. Diferentemente de Sierpiński, Tarski não se sentia ideologicamente confortável em relação a pressupostos existenciais e ao axioma da escolha. O que houve é que, como estas técnicas funcionavam e eram fecundas, Tarski adotou uma atitude pragmática em relação a elas. A tensão entre o que ele filosoficamente acreditava e o que ele realizou como matemático o acompanhou por toda sua vida. Feferman nos diz que Tarski se descreveu como:

an extreme anti-Platonist ... However, I represent this very crude, naive kind of anti-Platonism, one thing which I could describe as materialism, or nominalism with some materialistic taint, and it is very difficult for a man to live his whole life with this philosophical attitude, especially if he is a mathematician, especially if for some reason he has a hobby which is called set theory. (FEFERMAN e FEFERMAN, 2004, p. 52)

Essa tensão é importante para entender algumas escolhas de Tarski em CTFL e explica, em parte, porque há interpretações radicalmente opostas sobre este trabalho.

2.1 OS OBJETIVOS DE TARSKI EM CTFL

A introdução e primeiro capítulo de CTFL têm dois propósitos: explicar a ideia geral de verdade com que Tarski está trabalhando e demonstrar que o conceito de verdade não pode ser definido para linguagens naturais. Esta seção foca no que Tarski entendia por verdade e o que ele pretendia realizar com seu trabalho. A seção seguinte explicitará sua abordagem e o problema das linguagens naturais.

Tarski tenta deixar claro o conceito de verdade que ele tem em mente.

Gostaria apenas de mencionar que, ao longo deste trabalho vou me ocupar exclusivamente em apreender as intenções contidas na concepção clássica chamada de verdade ('verdadeiro - correspondente com a realidade'), em vez de, por exemplo, as da concepção utilitarista ('verdadeiro- útil sob certo aspecto')

(TARSKI, 2007 [1933], p. 20)

Abilio Azambuja nota que as avaliações sobre a 'importância filosófica da sua definição enquanto um esclarecimento da noção de verdade como correspondência são bastante variadas, indo desde a rejeição total até a aceitação entusiasmada' (RODRIGUES FILHO, 2005, p. 25). Em parte, isto se dá por um erro de tradução.

The following phrasing has been the source of major misinterpretations of Tarski's words and the reason why many philosophers considered him to be a propounder of the correspondence theory of truth: Polish "prawdziwie – to tyle co zgodnie z rzeczywistością" [p. 15] became in German "wahr – mit der Wirklichkeit übereinstimmend" [p. 265] which was translated into English as "true – corresponding with reality". Although, both translations grasp the meaning of Tarski's words, the English one, especially, has been the source of some confusion. Polish 'prawdziwie' is an adverb which means the same as 'truly', "prawdziwie – to tyle co zgodnie z rzeczywistością" means no more than "truly – is just agreeing with reality".

(GRUBER, 2016, p. 11)

Tarski não está se referindo a teorias filosóficas elaboradas, como as de Russell e Wittgenstein, mas à intuição preteórica que estas teorias tentam capturar, ou seja, a intuição de que há uma concordância de algum tipo entre o que se diz e como a realidade é. Tarski parece encarar as diferentes versões da concepção clássica (correspondência e semântica) como uma mera diferença de terminologia ou, no

máximo, como diferentes maneiras de expressar a mesma ideia. Em um artigo de divulgação (TARSKI, 2007 [1944]) ele afirma que desejava que sua teoria fizesse justiça a *concepção clássica aristotélica*. Ele coloca uma citação de Aristóteles para expressar esta concepção

Dizer do que é que não é, ou do que não é que é, é falso, enquanto dizer do que é que é, ou do que não é que não é, é verdadeiro.

(ARISTOTLE, 1933, p. Γ, 7, 27 apud TARSKI, 2007 [1944], p. 160)

Logo a seguir ele apresenta a teoria da correspondência como uma adaptação moderna equivalente:

Se quiséssemos nos adaptar à terminologia filosófica moderna, poderíamos talvez, expressar esta concepção por meio da conhecida fórmula:

A verdade de uma sentença consiste em sua concordância (ou correspondência) com a realidade.

(Para uma teoria de verdade que se baseie na última formulação, foi sugerida a expressão 'teoria da correspondência')

(TARSKI, 2007 [1944], p. 160)

Aqui ele é mais ambíguo do que no texto de CPFL, uma vez que ele fala de concordância e correspondência como se fossem intercambiáveis. O texto sugere que ele entende as teorias da correspondência como aquelas que se baseiam na formulação: verdade consiste em sua correspondência com a realidade. Mas sua teoria não se encaixa nesta formulação.

Ele ainda lista uma terceira variação:

Uma sentença é verdadeira se ela designa um estado de coisas existente.

(TARSKI, 2007 [1944], p. 161)

Não surpreende, dadas as sutis discussões que ocorreram desde de a época em que Tarski escreve CTFL até a data em que o presente trabalho está sendo escrito, que a afirmação de Tarski, segundo a tradução problemática, de capturar as intenções contidas na concepção de verdadeiro como correspondente com a realidade, gere polêmica.

Eu concordo com Patterson (2003) que a concepção de Tarski não pode ser chamada de uma teoria de correspondência no sentido estrito. No que eu acredito que Tarski

teve sucesso foi em propor um modelo que captura a concepção clássica em sua versão semântica. Uma leitura atenta mostra que Tarski não afirma estar criando uma teoria da verdade por correspondência. Ele afirma que todas as formulações disponíveis levam a confusões, pois nenhuma é suficiente clara e precisa. A formulação de Aristóteles é a que ele considera menos problemática (TARSKI, 2007 [1944]). Tarski não se preocupa com os detalhes das diferentes formulações. Para ele, elas são todas tentativas insatisfatórias de expressar a mesma ideia, que ele pretende expressar de maneira superior. Ele está tentando capturar a intuição por traz de todas estas formulações e toma por base a formulação semântica, e não a formulação por correspondência.

A próxima questão relevante é sobre a sua escolha de *truth-bearers*. Novamente é no seu artigo de divulgação que devemos buscar informações.

O predicado “verdadeiro” é algumas vezes utilizado para fazer referência a fenômenos psicológicos, tais como juízos e crenças, às vezes a certos objetos físicos – a saber, expressões linguísticas e especificamente sentenças – e às vezes a certas entidades ideais denominadas ‘proposições’. Por ‘sentença’ entendemos aqui o que se quer dizer usualmente na gramática por sentença declarativa. No que diz respeito ao termo ‘proposição’, seu significado é notoriamente um assunto de longas disputas de vários filósofos e lógicos, e parece nunca ter sido tornado inteiramente claro e não ambíguo. Por diversas razões, parece conveniente aplicar o termo ‘verdadeiro’ a sentenças, e vou escolher essa opção”

(TARSKI, 2007 [1944], p. 159)

Tarski não dá maiores explicações sobre sua escolha. Mas ela parece dispensar Tarski de qualquer crítica em relação a sua teoria não ser aplicável a outros *truth-bearers* que não sentenças. Ele simplesmente não se propôs a isto. Como ele estava interessado no uso dos conceitos semânticos em linguagens artificiais destinadas ao estudo da metamatemática, sua escolha é natural. De qualquer forma, o texto não deixa suficientemente clara a importante distinção entre tipos de sentenças (*sentence types*) e ocorrências de sentenças (*sentence tokens*). A teoria de Tarski se aplica a tipos de sentenças e não a ocorrências de sentenças. O que pode ser considerado um objeto físico é uma expressão de uma sentença (ex. oral ou escrita). Isto é uma ocorrência de sentença e acontece em um determinado tempo e lugar. O tipo de

sentença é o padrão destas ocorrências. Abaixo temos três ocorrências do mesmo tipo de sentença.

- A neve é branca
- A neve é branca
- A neve é branca

Minha interpretação é que Tarski considera tipos de sentenças como objetos físicos. Nesta passagem, onde a precisão matemática não é necessária, ele deixa transparecer a influência filosófica de Kotarbinski e Leśniewski. Se o conjunto que define um tipo de sentenças é uma soma mereológica de cada ocorrência de sentença, em uma relação de partes com um todo, o tipo de sentença pode ser considerado um objeto físico. Por conveniência, seguirei a prática de Tarski de chamar os tipos de sentença simplesmente de sentenças.

Tarski, então, se propõe a desenvolver uma definição de verdade que seja da tradição clássica e que seja aplicada a sentenças. Ele se impõe duas condições para sua definição: Correção Formal e Adequação Material.

Dizer que uma definição possui **Correção Formal** é o mesmo que dizer que ela é uma definição sem vícios. Tarski especifica três condições. A primeira é que ela não seja circular. No caso de uma definição explícita, a definição deve ser uma sentença na forma: 'Para todo x , Verdade(x) se e somente se $\phi(x)$ ', onde o predicado Verdade nunca ocorre em ϕ . No caso de uma definição complexa, que use métodos recursivos, a demonstração do predicado definido deve usar apenas os axiomas da teoria que não contenham este predicado. Em segundo lugar, a definição não pode levar a paradoxos. Para que o conceito de verdade possa ser usado em estudos metamatemáticos, ele tem que ser garantido contra paradoxos. Caso contrário, qualquer teoria provada usando este conceito seria invalidada. Em terceiro lugar Tarski se propôs a usar na definição somente termos que fossem bem aceitos em sua época. Em particular, ele se propôs a não usar conceitos semânticos a menos que ele pudesse reduzi-los a outros conceitos. Sua definição efetivamente não é circular, evita paradoxos e usa somente termos que eram bem aceitos, mas veremos que há uma exceção no uso de pelo menos um conceito semântico não reduzido a outros conceitos.

Em relação a Adequação Material, aqui, novamente, uma tradução infeliz faz diferença na História. Gruber (2016) observa que a expressão original em Polonês, *merytorycznie trafna* significa o mesmo, em Inglês, que *adequate/accurate/fit with regard to the content*. Ela propõe a tradução *conceptually fitting*, que seria equivalente a ‘adequação conceitual’, em Português. Infelizmente a tradução equivocada se tornou um termo técnico e usar a tradução melhorada poderia trazer mais problemas do que vantagens. De qualquer forma, em princípio, **Adequação Material**, no sentido de adequação conceitual, seria a demonstração que a definição realmente faz justiça a concepção intuitiva da verdade.

Para Tarski era importante mostrar que ele não estava usando uma palavra conhecida, ‘verdade’, para denotar uma nova noção, como os pragmatistas e coerentistas tinham feito. Mas que, ao contrário, sua definição apreendia o significado real de uma velha e conhecida noção (TARSKI, 2007 [1944], p. 159). Os critérios que ele impõe para garantir a Adequação Material, porém, são, em minha visão, questionáveis. Sua garantia principal é que as sentenças que satisfizerem a definição sejam exatamente as mesmas que nós, intuitivamente, contaríamos como sendo sentenças verdadeiras. Isto significa que a definição deve ser extensionalmente correta. O problema é que definições que sejam meramente extensionais podem ser altamente insatisfatórias. Todo animal que possui um coração também possui um fígado. A extensão dos dois conjuntos é a mesma. Mas uma definição de ‘criatura com coração’ como ‘aquelas criaturas quem possuem fígado’ parece conceitualmente inadequada. Clarificar a distinção entre uma definição extensionalmente adequada e uma conceitualmente adequada não é um problema fácil e, até onde posso dizer, ainda não foi solucionado. Na sua introdução do livro ‘The philosophy of logical atomism’ de Russell, David Pears coloca a diferença da melhor forma que encontrei.

The function of definitions in his theory is to allow us to learn the meanings of complex words without acquaintance with the things designated by them. But the definition of a complex word may be perfectly correct without being the kind of definition that can perform this function. For example, he points out that colours can be defined by their wavelengths, but that kind of definition would not put us in a position to recognize without the use of scientific instruments colours that we had not previously seen. So it would be quite unlike defining a hexagon as a plane figure with six straight The difference is that the definition of a colour by its wave-length does not epitomize the way in

which we actually apply the colour-word, but the definition of a hexagon does do that. So Russell distinguished between the two kinds of definition. Those that epitomize the application of words and put us in a position to recognize in the ordinary way things that we have not previously seen are analyses and the others are not analyses.

To put the point in another way, a Russellian analysis of a word always follows a route which traces a possible way of learning its meaning. Each bifurcation marks a point at which it would be possible to stop and achieve the acquaintance that would impart the meaning of the word.

(RUSSELL e PEARS, 2010 [1918], p. xvii)

Embora Russell e Pears não nos deem uma solução satisfatória, eles nos direcionam na direção da solução. Uma definição conceitualmente adequada deveria ser mais do que uma forma de separar no universo os objetos que satisfazem a definição e os que não satisfazem. Ela deveria criar, na pessoa que a lê, o mesmo conceito que estava na mente da pessoa que criou a definição. Não é possível criar uma definição deste tipo para a cor branca, por exemplo. Nenhuma pessoa cega, após ler qualquer definição de branco, passa a ter em sua mente o mesmo conceito de branco que uma pessoa de visão normal. Fica claro que nem todos os termos podem ter uma definição deste tipo e Tarski estaria completamente isento de crítica se ele não tivesse se proposto a isto: ‘Gostaríamos que nossa definição fizesse justiça às intuições que seguem a concepção clássica aristotélica da verdade’ (TARSKI, 2007 [1944], p. 160). Uma definição puramente extensional não tem adequação conceitual.

Na verdade, a definição que Tarski efetivamente nos oferece é mais interessante do que este tipo de definição puramente extensional. O problema é que seu critério de Adequação Material é fraco e pode ser atendido por definições alternativas extremamente pobres. Recordemos que este critério é o de que as sentenças que satisfizerem a definição devem ser exatamente as mesmas que nós, intuitivamente, contaríamos como sendo sentenças verdadeiras.

Tarski propôs dois critérios subsidiários que fortalecem um pouco a Adequação Material. O primeiro é que a igualdade de extensões seja demonstrável a partir dos axiomas da teoria. O segundo é que nenhuma sentença verdadeira deve ter quaisquer consequências que contradigam o princípio do terceiro excluído. Este último critério

também é extraído de Aristóteles. Para ver isto basta ver o contexto da famosa citação de Tarski da Metafísica.

But on the other hand there cannot be an intermediate between contradictories, but of one subject we must either affirm or deny any one predicate. This is clear, in the first place, if we define what the true and the false are. To say of what is that it is not, or of what is not that it is, is false, while to say of what is that it is, and of what is not that it is not, is true; so that he who says of anything that it is, or that it is not, will say either what is true or what is false; but neither what is nor what is not is said to be or not to be.

(ARISTOTLE, 1933, p. Γ, 7 , 25)

2.2 O CAMINHO PARA A DEFINIÇÃO

Tarski se fundamenta em seu critério principal de Adequação Material para dar seu passo inicial, que é a ideia de uma definição parcial da verdade. Uma definição parcial da verdade é uma definição que se aplica a apenas um subconjunto das sentenças verdadeiras em uma linguagem. Em especial, este subconjunto pode ter uma única sentença. Isto é ilustrado pelo famoso exemplo (TARSKI, 2007 [1944], p. 161):

- A sentença ‘a neve é branca’ é verdadeira se, e somente se, a neve é branca.

Obedecido o bicondicional, esta definição parcial implica que o conjunto unitário {‘a neve é branca’} está contido no conjunto de todas as sentenças verdadeiras na linguagem. Chamemos o conjunto de todas as sentenças verdadeiras na linguagem l de $\mathbb{T}_l$. Podemos nos aproximar deste conjunto associando várias definições parciais. Se, por exemplo, usarmos a associação das três definições parciais de verdade abaixo, obteremos outra definição parcial de verdade, que define um subconjunto, que chamaremos de T_l . Todos os elementos de T_l pertencem ao conjunto de sentenças geradas por uma definição geral da verdade em l , de tal forma que: $T_l = \{‘a neve é branca’, ‘a grama é verde’\} \subset \mathbb{T}_l$.

- A sentença ‘a neve é branca’ é verdadeira se, e somente se, a neve é branca.
- A sentença ‘a neve é preta’ é verdadeira se, e somente se, a neve é preta.
- A sentença ‘a grama é verde’ é verdadeira se, e somente se, a grama é verde.

A sentença ‘a neve é preta’ não é incluída no subconjunto porque o bicondicional da definição parcial de verdade não é satisfeito. Desta forma, $\{‘a neve é preta’\} \subset \mathbb{T}_l^c$, onde $\mathbb{T}_l^c$ é o conjunto complementar ao conjunto das sentenças verdadeiras em l , ou seja, o conjunto das sentenças falsas.

Tarski oferece um nome para as sentenças que formam este tipo de definição parcial de verdade: **Sentença T**. Tarski tenta generalizar as definições parciais via Sentenças T de modo a obter uma definição geral da verdade. Sua primeira tentativa é:

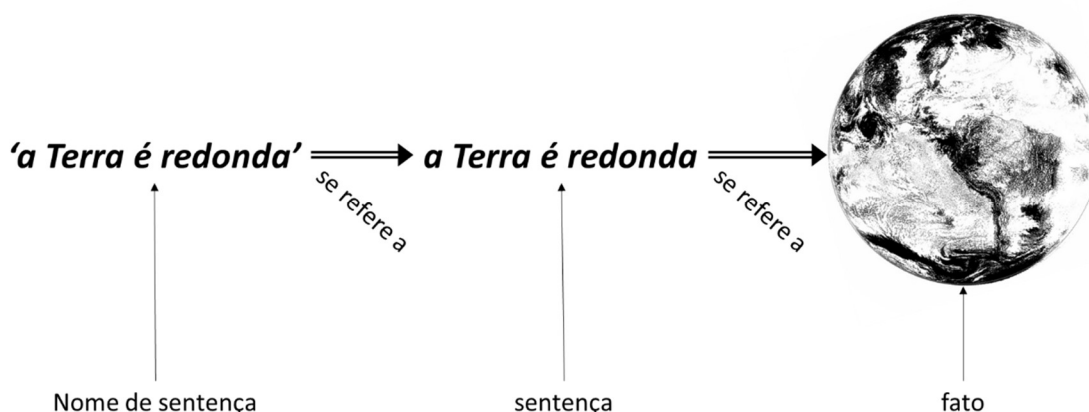
(5) para todo p , ‘ p ’ é uma sentença verdadeira se, e somente se, p .

(TARSKI, 2007 [1933], p. 26)

Ele lista vários motivos pelos quais esta definição falha, mas antes de vê-los, vamos tentar entendê-la. A letra p está servindo como uma variável sentencial, ou seja, uma

variável que assume, como seus valores, sentenças. Quando esta variável aparece entre aspas ela passa a representar o nome por citação da sentença. Esta é a prática mais comum para referenciar uma sentença: quando queremos, em vez de usá-la, mencionar uma sentença, simplesmente a colocamos entre aspas. Lembremos que o predicado ‘verdadeira’ se aplica a sentenças e não a fatos. A sentença ‘a neve é branca’ é verdadeira. O predicado não pode se aplicar ao fato de a neve ser branca. Este fato é aquilo que define que a sentença é verdadeira e, por isto, aparece no lado direito da definição. A Figura 4 mostra o esquema de referências envolvidas na seguinte sentença T: A sentença ‘a terra é redonda’ é verdadeira se, e somente se, a terra é redonda.

Figura 4 - Esquema de referências das sentenças T



Fonte: Elaborada pelo autor

O primeiro motivo que Tarski oferece para que (5) não seja uma definição adequada de verdade não me parece muito convincente. Esta versão, evidentemente, nos restringe a nos referenciarmos a sentenças somente pelo seu nome de citação (entre aspas). Tarski pretendia oferecer uma definição geral para a expressão ‘x é uma sentença verdadeira’. Usando a definição (5) só poderíamos substituir x por nomes de citação e não por qualquer outro tipo de nome de sentença. Esta restrição, me parece, seria aceitável, pelos próprios critérios de Tarski, se não houvessem outros problemas. Mas se este fosse o caso, sua obra se encerraria aqui e perderíamos a elegante solução final de Tarski. De qualquer forma, ele emenda sua primeira tentativa de modo a se livrar deste problema.

(6) para todo x , x é uma sentença verdadeira se, e somente se, para um certo p , x é idêntica a ' p ' e p .

(TARSKI, 2007 [1933], p. 26)

A variável x aceita como valores qualquer nome possível de uma sentença. A letra p , novamente, serve como uma variável sentencial, cujo nome de citação é ' p '. A expressão "é idêntica a ' p '" deve ser encarada de forma semelhante a $1+1$ é idêntico a 2 , ou seja, a igualdade é de significados. A variável x tem como valor um nome de sentença que se refere à mesma sentença que o nome de citação usando aspas. Para ilustrar como esta definição funcionaria tomemos novamente a sentença 'a neve é branca'. Para exemplificar um valor de x podemos usar um outro tipo de nome de sentença: os nomes estruturais descritivos. Este tipo de nome será importante nos capítulos 2 e 3 de CTFL. Existem muitas variações de como criar um nome estrutural descritivo, mas todas elas descrevem, de alguma forma, cada componente sintático da sentença e das palavras que a compõe, e o relacionamento entre estes componentes. Por exemplo, um nome estrutural descritivo para a sentença 'a neve é branca' poderia ser:

- x = uma expressão consistindo em quatro palavras, das quais a primeira é composta apenas da letra A, a segunda das quatro letras: Ene, E, Vê e E, nesta ordem, a terceira apenas da letra E com o acento agudo e a quarta consistindo das seis letras: Bê, Erre, A, Ene, Cê e A, nesta ordem.

Este nome estrutural descritivo é outro nome para a mesma sentença cujo nome de citação é 'a neve é branca' e esta sentença a que os dois se referem é verdadeira se, e somente se, a neve for branca.

No entanto, esta nova tentativa de generalização falha em atender o objetivo de Tarski, de usar a definição de verdade em estudos metamatemáticos. Esta falha está ligada a natureza dos nomes de citação.

Tarski explora duas maneiras diferentes de encarar um nome de citação. Na primeira os nomes de citação são tratados como palavras individuais em uma determinada linguagem. No nome 'a neve é branca', as aspas e tudo que está entre elas agiriam da mesma forma que letras em palavras individuais. Neste caso as definições simplesmente não funcionam. Digamos que, na expressão abaixo, r serve como uma

variável sentencial e apliquemos a sentença 'a neve é branca' como valor da variável. A expressão:

- 'r' é uma sentença verdadeira se e somente se, r

Se transforma em:

- 'r' é uma sentença verdadeira se e somente se, a neve é branca

O problema é que tudo entre aspas deve ser encarado como se fossem letras em uma palavra. O *r* dentro de 'r' não é a variável, mas a própria letra. Mesmo que permitíssemos substituir 'r' por 'a neve é branca' seríamos obrigados a substituir também, por exemplo, o r dentro da palavra 'verdadeira' e obteríamos:

- 'a neve é branca' é uma sentença **vea neve é brancadadeira** se e somente se, a neve é branca.

A segunda alternativa é encarar as aspas como uma função. Esta função receberia uma variável sentencial como parâmetro e devolveria o nome de citação. Para evitar confusão entre as aspas que representam esta função e as aspas que fazem parte do nome de citação, vou usar aspas duplas para a função.

- "r" é uma sentença verdadeira se e somente se, r.

Neste caso, se usarmos a sentença 'a neve é branca', obteremos:

- 'a neve é branca' é uma sentença verdadeira se e somente se, a neve é branca.

Exatamente como desejávamos. No entanto, também esta solução é inaceitável para Tarski. Isto porque a função "r" não é extensional. Neste contexto, uma função sentencial é extensional se uma sentença argumento pode ser substituída por uma sentença de mesmo significado e o valor verdade do resultado é mantido. A função sentencial abaixo, onde *r* é uma variável sentencial, é extensional:

- A neve é branca e r.

Para ver isto tomemos duas sentenças que tenham o mesmo significado: 'Tarski era polonês' e 'Tarski nasceu na Polônia'. Vamos primeiro usar a primeira sentença.

- A neve é branca e Tarski era polonês.

Obtemos uma sentença verdadeira. Se agora substituirmos pela sentença sinônima obtemos:

- A neve é branca e Tarski nasceu na Polônia.

Esta sentença também é verdadeira.

Para ilustrar como a função de citação não é extensional, nós a usaremos para criar a função sentencial complexa abaixo:

- O nome de citação "r" tem 20 caracteres.

Podemos obter então a expressão verdadeira:

- O nome de citação 'Tarski era polonês' tem 20 caracteres.

Mas agora, se substituirmos r pela sentença sinônima obtemos a seguinte sentença falsa:

- O nome de citação 'Tarski nasceu na Polônia' tem 20 caracteres.

Uma vez que 'Tarski nasceu na Polônia' tem 26 caracteres.

A possibilidade de criar funções não extensionais cria um problema para lógica clássica, já que estas funções nos expõem a possibilidade de que a substituição de uma sentença por uma sentença sinônima, uma técnica comum, não mantenha o valor verdade.

Como veremos, a solução de Tarski é construir as Sentenças-T, montando recursivamente tanto o nome da sentença quanto a própria sentença. Não há uma função explícita que toma uma sentença e fornece um nome para ela. De fato, não há uma variável r que receba sentenças como valores, ao contrário do caso das definições explícitas acima.

Esta solução monta a definição do predicado 'verdade' da linguagem l em uma metalinguagem Ml , que tem os recursos necessários para a definição recursiva. Em Ml , conseguiremos construir todas as Sentenças-T de l . Uma vez que tenhamos construído o conjunto de todas as sentenças T de l , aquelas em que o bicondicional for satisfeito definirão o conjunto $\mathbb{T}_l$ das sentenças verdadeiras em l . Como estas sentenças são aquelas que, intuitivamente, contaríamos como sendo sentenças verdadeiras, atenderemos o principal critério de Adequação Material definido por

Tarski. De fato, ele formaliza a condição de Adequação Material no que ele batizou de Convenção-T:

- (**Convenção T**) Todas as instâncias das sentenças T da linguagem são deriváveis a partir da definição de verdade na metalinguagem.

Tarski então reduz a Adequação Material de uma definição de verdade a apenas dois critérios: a definição deve obedecer a Convenção T e nenhuma sentença considerada verdadeira pela definição deve ter quaisquer consequências que contradizem o Princípio do Terceiro Excluído. Uma vez que, em linguagens bem-comportadas, que excluem, por exemplo, predicados vagos, os próprios bicondicionais das sentenças T garantiriam o princípio do terceiro excluído, a Convenção T é, praticamente, o único critério necessário para Adequação Material em CTFL.

2.3 TARSKI E A LINGUAGEM NATURAL

A despeito dos problemas listados na seção anterior, vamos tentativamente assumir a existência de uma definição que gere todas as sentenças T de uma linguagem. Podemos até imaginar que resolvemos o problema dos nomes de sentenças e temos em mãos uma definição explícita que gere todas as sentenças verdadeiras a partir do esquema abaixo, onde p é uma variável que recebe sentenças como valores e x é uma variável que recebe os nomes destas sentenças como valores:

- **(Esquema T)** x é uma sentença verdadeira se, e somente se, p .

A pergunta é: poderíamos usar tal definição de verdade para qualquer linguagem e, em especial, para a linguagem natural? A resposta de Tarski é negativa. Para entender o porquê vamos construir o problema aos poucos. Primeiro vamos introduzir a sentença abaixo:

- *(inocent)* a neve é branca

Agora definimos que i é uma abreviação tipográfica da expressão ‘a sentença neste texto indicada pelo prefixo *(inocent)*’ e consideramos o valor verdade da sentença abaixo:

- i é uma sentença verdadeira

Vemos que i é uma maneira de referenciarmos à sentença ‘a neve é branca’. Tarski permite que criemos nomes de sentenças e nos referenciemos a elas. A sentença acima fala sobre outra sentença. No caso, ela é verdadeira uma vez que ‘a neve é branca’ é realmente uma sentença verdadeira. Para darmos um passo adiante, basta notar que nada nos impede que a sentença referida seja a mesma sentença. Digamos que v é uma abreviação tipográfica da expressão ‘a sentença neste texto indicada pelo prefixo *(veridic)*’:

- *(veridic)* v é uma sentença verdadeira

Vemos que v é uma maneira de referenciarmos a sentença ‘ v é uma sentença verdadeira’. Consideremos o valor verdade desta sentença. Ao contrário da sentença i , não temos uma outra sentença que defina empiricamente o valor verdade de v . Tudo que podemos estabelecer empiricamente é:

- ‘ v é uma sentença verdadeira’ é idêntica a v .

Podemos acreditar na declaração. A sentença v é uma sentença verdadeira porque ela se declara verdadeira. Alternativamente, podemos duvidar da sentença. Arbitramos que ela é falsa, e uma vez que ela se declara verdadeira, sendo falsa, esta declaração é falsa. Não temos como decidir se ela é verdadeira ou não. Tudo que sabemos é que o bicondicional abaixo tem que ser obedecido:

- ‘ v é uma sentença verdadeira’ é uma sentença verdadeira se, e somente se, v é uma sentença verdadeira

Nada no conceito clássico de verdade nos obriga a sermos capazes de definir a verdade ou a falsidade de uma sentença. A sentença (*veridic*) é perfeitamente compatível com a Convenção-T. Mas agora podemos mostrar o verdadeiro problema. Digamos que l é uma abreviação tipográfica da expressão ‘a sentença neste texto indicada pelo prefixo (*liar*)’ e consideramos o valor verdade da sentença abaixo:

- (*liar*) l não é uma sentença verdadeira

Tentemos agora criar uma sentença T para (*liar*):

- ‘ l não é uma sentença verdadeira’ é uma sentença verdadeira se e somente se l não é uma sentença verdadeira

No entanto, podemos estabelecer empiricamente que:

- ‘ l não é uma sentença verdadeira’ é idêntica a l .

O que nos habilita a fazer a substituição de ‘ l não é uma sentença verdadeira’ por l na sentença T e obter:

- l é uma sentença verdadeira se e somente se l não é uma sentença verdadeira

O que é uma contradição. Se aceitarmos a declaração da sentença de que ela é falsa, então ela é verdadeira. Se rejeitarmos a declaração e assumirmos que ela é verdadeira, então ela é falsa. Este é o famoso paradoxo do mentiroso. Nós chegamos a esta contradição sem que tenhamos cometido nenhum erro em nossa argumentação e usando premissas perfeitamente aceitáveis. Ou, pelo menos, não parece haver nenhuma razão para questionarmos argumento, exceto o fato dele levar a uma contradição. Gruber (2016) mostra o mesmo paradoxo de uma forma extremamente

concisa, usando nomes de citação (obs. Tr é o conjunto de todas as sentenças verdadeiras).

$$'c \notin Tr' = c$$

$$'c \notin Tr' \in Tr \leftrightarrow c \notin T$$

$$\therefore c \in Tr \leftrightarrow c \notin T$$

A primeira proposição é definida empiricamente, ou seja, é a definição da constante c . Na segunda proposição simplesmente usamos um princípio de descitação: se a sentença referenciada pelo nome é verdadeira, então podemos afirmar esta sentença. Na conclusão, usamos a primeira proposição na segunda, simplesmente substituindo o nome de citação $'c \notin Tr'$ por c . O resultado é uma contradição.

Tarski mostra que é possível criar uma antinomia do mesmo tipo sem o uso da expressão 'é verdadeiro' ou 'é falso', bastando para isto combinar nomes de citação e quantificação. Novamente Gruber mostra o problema de forma extremamente concisa:

$$' \forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p)' = c$$

$$\forall_p \forall_q ('p' = 'q' \rightarrow (p \leftrightarrow q))$$

$$\therefore \forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p) \leftrightarrow \neg \forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p)$$

A primeira proposição é definida empiricamente, ou seja, é a definição da constante c . Na segunda proposição simplesmente usamos um princípio de descitação: se dois nomes referenciam a mesma sentença, então só podemos afirmar a sentença referenciada pelo primeiro nome se afirmarmos a sentença referenciada pelo segundo nome. Na conclusão, como na primeira proposição se afirma que $' \forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p)'$ e c são dois nomes da mesma sentença, podemos dizer que:

$$\forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p) \leftrightarrow c$$

Mas c diz que $\forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p)$ e como $' \forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p)' = c$, então:

$$c \rightarrow \neg \forall_p (c = 'p' \rightarrow \neg p)$$

Chegamos então, novamente, a uma contradição.

Desta forma, se uma linguagem permite afirmar de suas próprias sentenças que elas são falsas ou se permite a mistura de nomes de citação e quantificação, então esta linguagem parece estar inevitavelmente exposta a antinomias. Tarski observa que uma das características das linguagens naturais é a universalidade: podemos expressar com uma delas qualquer coisa que seja possível de ser expressada em uma linguagem qualquer. De fato, como as linguagens naturais são abertas, tudo que já foi escrito em uma linguagem artificial qualquer pode ser considerado como mera extensão das linguagens naturais. Isto significa, segundo Tarski, que qualquer definição de verdade em linguagem natural, que obedeça à Convenção-T, necessariamente leva a possibilidade de antinomias. É importante notar que, em nosso uso cotidiano da linguagem natural isto é apenas uma curiosidade e não impede que usemos corretamente o conceito intuitivo de verdade. No entanto, Tarski era um lógico e um matemático. A partir de uma contradição é possível chegar a qualquer conclusão. Qualquer definição de verdade aceitável para ele deveria ser livre de contradições.

A solução é que cada linguagem deve ter uma definição de verdade específica para ela e isto só é possível para uma categoria de linguagens com características diferentes das linguagens naturais, ou seja, linguagens não universais. Em particular, um conjunto de linguagens para as quais será possível construir uma definição de verdade são as linguagens que não permitem afirmar ou negar de suas próprias sentenças que elas são falsas ou verdadeiras. Isto, é claro, gera um problema prático: como podemos definir o predicado 'verdade' para uma linguagem se não podemos atribuí-lo as sentenças desta mesma linguagem? A solução para este problema foi encontrada por Lesniewski e Tarski reconheceu isto em uma nota de CTFL. Se não podemos definir o predicado 'verdade' para a linguagem l na própria linguagem l , criaremos uma linguagem de nível superior, a metalinguagem Ml , e construiremos a definição nesta linguagem. Note que a definição de verdade para Ml não pode ser construída em Ml . Para isto precisaríamos de uma meta-metalinguagem MML , e assim por diante.

Há alguns requisitos para a metalinguagem. Entre eles:

- Ela tem que poder referenciar todas as expressões de l de modo a podermos gerar, em Ml , proposições como: a sentença x de l pertence ao conjunto $\mathbb{T}_l$ de todas as sentenças verdadeiras de l .
- A metalinguagem Ml deve ter os recursos necessários para criar uma definição recursiva.

Tarski então passa a mostrar o método de construção destas definições usando para isto uma linguagem como exemplo: LCC – A Linguagem do Cálculo das Classes.

2.4 LCC – A LINGUAGEM DO CÁLCULO DAS CLASSES

LCC (Linguagem do Cálculo das Classes) permite falar a respeito das relações entre classes⁸. Irei demonstrar os conceitos de LCC em uma notação mais moderna e familiar, para só depois mostrar a linguagem usada por Tarski. Em nossa notação, P_1 designa uma classe qualquer, P_2 designa outra classe qualquer e assim por diante. Podemos agora definir alguns símbolos que sirvam como predicados e operadores. Estes símbolos estão listados no Quadro 14, e são equivalentes aos usados em LCC.

Símbolo	Significado	Exemplo
P_k	uma classe	P_1
$\subseteq$	inclusão	$P_1 \subseteq P_2$
$\neg$	negação	$\neg(P_1 \subseteq P_2)$
$\vee$	soma lógica (ou)	$(P_1 \subseteq P_2) \vee (P_2 \subseteq P_1)$
$\forall_{P_1}$	quantificador universal	$\forall_{P_1}(P_1 \subseteq P_1)$

Quadro 14 - Símbolos modernos equivalentes aos usados em LCC

O símbolo $\subseteq$ (inclusão) é usado para criar as expressões primitivas de nossa linguagem. Ele simplesmente declara que uma classe está contida em outra. Digamos que $P_1 = \{1,2\}$ e $P_2 = \{1,2,3\}$, então $P_1 \subseteq P_2$ é uma expressão verdadeira que afirma que a classe P_1 está contida na classe P_2 . A expressão $P_2 \subseteq P_1$, por outro lado, seria falsa. Este tipo de expressão é a mais simples que podemos definir em nossa linguagem.

O símbolo $\neg$ (negação) é usado para negar expressões inteiras. Assim, $\neg(P_1 \subseteq P_2)$ nega que a classe P_1 esteja contida na classe P_2 . Note que este símbolo não pode ser aplicado a uma classe. Seria possível criar uma linguagem onde a expressão $\neg P_1$ fosse usada para designar o conjunto complementar a P_1 (ex. $\neg par = impar$), mas isto não é possível em nossa linguagem.

⁸ Para os propósitos desta dissertação os termos classe e conjunto podem ser entendidos como sinônimos, embora isto não seja, a rigor, correto.

O símbolo $\vee$ (soma lógica / ou) é usado para representar uma alternativa. A expressão $(P_1 \subseteq P_2) \vee (P_2 \subseteq P_1)$ declara que ou a primeira classe está contida na segunda ou a segunda classe está contida na primeira. Qualquer uma das alternativas torna a expressão verdadeira.

O símbolo $\forall$ (quantificador universal), em nossa linguagem, está sempre vinculado a uma variável de classe (ex. $\forall_{P_1}$). Ele é usado para indicar que a expressão seguinte permanece válida se substituirmos a variável de classe por qualquer membro do universo relevante de discurso. Este símbolo é lido como ‘para todo’ ou ‘qualquer que seja’. Assim a expressão $\forall_{P_1}(P_1 \subseteq P_1)$ é lida como: para toda classe P_1 ela está contida nela mesma. Note que, em nossa linguagem, é somente possível quantificar sobre classes e não sobre os elementos da classe. Em algumas linguagens poderíamos dizer coisas como:

- $\forall_{P_1, P_2}((P_1 \subseteq P_2) \rightarrow \forall_x(x \in P_1 \rightarrow x \in P_2))$ - para quaisquer duas classes, se a primeira está contida na segunda então, para qualquer elemento x , se ele pertence a primeira classe, então ele também pertence a segunda classe.

No entanto, em nossa linguagem não há maneira de falarmos dos elementos de uma classe. Só podemos quantificar classes. De fato, não podemos nem definir o conteúdo de uma classe e dizer, por exemplo, que $P_1 = \{1, 2\}$. Nossa linguagem não é rica o suficiente para isto. Podemos somente nos referir a uma classe genérica P_1 e a uma classe diferente P_2 ou P_3 , mas não podemos saber nada sobre o que elas contêm. O mais interessante que podemos dizer em nossa linguagem são tautologias do tipo $\forall_{P_1}(P_1 \subseteq P_1)$. LCC é igualmente pobre.

O Quadro 15 mostra algumas correspondências entre expressões da linguagem LCC de Tarski e a linguagem que acabamos de definir.

LCC	Notação moderna
a classe $x,$	a classe P_1 .
$Ix,x,,$	$P_1 \subseteq P_2$
$NIx,x,,$	$\neg(P_1 \subseteq P_2)$
$AIx,x,,Ix,,x,$	$(P_1 \subseteq P_2) \vee (P_2 \subseteq P_1)$
$\Pi x,Ix,x,$	$\forall_{P_1}(P_1 \subseteq P_1)$

Quadro 15 - Correspondência entre LCC e notação moderna

No caso de LCC em vez de $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$, as variáveis de classe são representadas pelo símbolo x seguido por um por um número de pequenos traços verticais. Uma classe poderia ser representada por $x,$ e outra por $x,,$. O objetivo de Traski parece ser tornar LCC o mais simples possível. Usando traços ele não tem que assumir a estrutura dos números naturais. Não é trivial, que o símbolo ‘99’ seja sucedido pelo símbolo ‘100’. Em LCC, para criar uma nova variável precisamos apenas acrescentar um traço. Evidentemente que um x seguido por 100 traços seria terrivelmente inconveniente de ser usado. Felizmente, em CPFL, Tarski não utiliza mais do que duas ou três variáveis em LCC. Na verdade, não precisaremos nos preocupar muito com LCC após sua metalinguagem ser definida.

Em LCC o símbolo **I** (inclusão) declara que uma classe está contida em outra. A expressão $Ix,x,,$, por exemplo, firma que a classe $x,$ está contida na classe $x,,$. O símbolo **N** (negação) é usado para negar expressões inteiras. Assim, $NIx,x,,$ nega que a classe $x,$ esteja contida na classe $x,,$. O símbolo **A** (soma lógica) é usado para representar uma alternativa. A expressão $AIx,x,,Ix,,x,$ declara que ou a primeira classe está contida na segunda ou a segunda classe está contida na primeira. Qualquer uma das alternativas torna a expressão verdadeira. O símbolo **Π** (quantificador universal) é usado para indicar que a expressão seguinte permanece válida se substituirmos, na expressão, a variável de classe definida no quantificador por qualquer membro do universo relevante de discurso. Assim a expressão $\Pi x,Ix,x,$ é lida como: para toda classe x , ela está contida nela mesma.

LCC usa a notação polonesa criada por Jan Łukasiewicz. Ela dispensa o uso de parênteses para resolver ambiguidades quanto à ordem das operações. Para isto os operadores devem preceder um número prefixado de operandos. O Quadro 16 compara duas expressões aritméticas, uma resolvendo ambiguidades com parênteses e outra em notação polonesa.

Notação tradicional	Notação polonesa
$2 * (3 + 4)$	$* 2 + 3 4$
$2 * 7$	$* 2 7$
14	14
$(2 * 3) + 4$	$+ 4 * 2 3$
$6 + 4$	$+ 4 6$
10	10

Quadro 16 - Comparação entre notação tradicional e polonesa na aritmética

No Quadro 17 podemos observar como a notação polonesa de LCC pode resolver ambiguidades sem o uso de parênteses. No exemplo dado basta mover um operador ‘A’. A ausência de parênteses simplifica a definição formal da linguagem, mas o custo em legibilidade é significativo.

Notação tradicional	Notação polonesa
$\forall_{P_1}((P_1 \subseteq P_2) \vee (P_2 \subseteq P_1) \vee (P_3 \subseteq P_1))$	$\Pi x, A A I x, x, I x, x, I x, x, x,$
$\forall_{P_1}((P_1 \subseteq P_2) \vee (P_2 \subseteq P_1)) \vee (P_3 \subseteq P_1)$	$A \Pi x, A I x, x, I x, x, I x, x, x,$

Quadro 17 – O uso de Parênteses versus a Notação Polonesa em LCC

2.5 MLCC – A METALINGUAGEM DO CÁLCULO DAS CLASSES

A Metalinguagem do Cálculo de Classes (MLCC) é uma linguagem muito maior e mais poderosa do que LCC. Tarski não fornece uma especificação fechada de MLCC. Em vez disso, ele lista componentes de linguagens conhecidas que serão necessários para CPFL. Além destas partes importadas, existem algumas expressões específicas de MLCC. Entre as expressões tomadas de outras linguagens ele lista:

- Equivalentes em linguagem coloquial das constantes e variáveis de LCC
 - ‘não’ ou ‘não é o caso de’ são traduções de $\neg$
 - ‘ou’ é uma tradução de $\vee$
 - ‘para todo’ ou ‘qualquer que seja’ são traduções de $\forall$
 - ‘está contido em’ é uma tradução de $\subseteq$
 - ‘a k-ésima variável’ é uma tradução de x_k , (x seguido de k traços)
- Expressões da lógica geral e da teoria dos conjuntos. Incluindo cálculo sentencial, cálculo funcional de primeira ordem e cálculo de classes. Ex.
 - ‘e’
 - ‘se ... então ...’
 - ‘... sse ...’ (abreviando ‘se e somente se’)
 - ‘=’ ou ‘é igual a’
 - ‘ $\not\subseteq$ ’ ou ‘não está contido em’
- Expressões da teoria da equivalência de classes e aritmética de números cardinais. Ex.
 - Classe finita
 - Classe potência de uma classe - a classe formada por todas as subclasses de uma classe dada
 - Número cardinal finito
 - Número cardinal infinito
 - 0, 1, 2 ...
 - $<, + \dots$

- Expressões da lógica de relações. Ex.
 - xRy
 - Par ordenado
 - Sequencia

Com estas expressões, Tarski pode falar em MLCC sobre coisas como 'sequencias infinitas de classes' ou 'domínios de cardinalidade infinita' ou usar a aritmética de números naturais. Nada disso é possível usando LCC. As expressões específicas de MLCC são:

- Nomes dos símbolos de LCC
 - ng , sm , un , em , v_k , $x \neg y$
- Variáveis da metalinguagem
 - Para classes: a , b
 - Para sequências de classes: f , g , h
 - Para números naturais (ou sequências de): k , l , m , n , p
 - Para expressões: t , u , w , x , y , z
 - Para classes de expressões: X , Y

Com este arsenal, Tarski começa o trabalho de relacionar MLCC a LCC e definir conceitos importantes.

O sistema axiomático de MLCC é composto dos axiomas das linguagens que são incorporadas a ela (ex. lógica geral e teoria dos conjuntos) e axiomas específicos de MLCC. Tarsky não provê explicitamente os axiomas gerais. Em vez disso, ele se refere aos que foram definidos por Alfred North Whitehead e Bertrand Russell, em *Principia Mathematica* (RUSSELL e WHITEHEAD, 1963). O segundo tipo de axiomas, aqueles específicos de MLCC, são os necessários para descrever o que Tarski chama de conceitos estruturais-descriptivos. Em outras palavras, os Axiomas 1 a 5 são usados para criar, de forma recursiva, expressões MLCC que serão usadas como nomes das expressões de LCC. No entanto, estes axiomas ainda não definem estas expressões como nomes, para isto serão necessárias as Definições 1 a 9.

- Axioma 1 - operações básicas: 'ng', 'sm', 'un' e 'in' são expressões diferentes. Veremos nas definições que Tarski vai usar essas expressões da seguinte forma:
 - 'ng' abreviará 'o sinal de negação'
 - 'sm' abreviará 'o sinal da soma lógica'
 - 'un' abreviará 'o sinal do quantificador universal'
 - 'in' abreviará 'o sinal de inclusão'
- Axioma 2 – variáveis: v_k é uma expressão sse k é um número natural. Tarski usará v_k para nomear a 'k-ésima variável'
- Axioma 3 - expressões compostas: $x \neg y$ é uma expressão sse x e y são expressões. Tarski usará $x \neg y$ com o significado de 'a expressão que consiste das expressões x e y seguidas uma da outra'.
- Axioma 4 - identidade dos cortes: duas concatenações são iguais se e somente se eles criam a mesma cadeia. Ou seja, $x \neg y = z \neg t$ sse um dos dois casos:
 - $x = z$ e $y = t$ – neste caso as duas concatenações são idênticas.
 - $\exists u$ tal que ou:
 - $x = z \neg u$ e $t = u \neg y$
 - $z = x \neg u$ e $y = u \neg t$

Por exemplo, se:

- $x = \text{in}$
- $y = v_1 \neg v_2$
- $z = \text{in} \neg v_1$
- $t = v_2$

Então, se tomarmos $u = v_1$:

- $x \neg u = \text{in} \neg v_1 = z$
- $u \neg t = v_1 \neg v_2 = y$

e as duas concatenações são idênticas: $x \neg y = \text{in} \neg v_1 \neg v_2 = z \neg t$

- Axioma 5 - Princípio da indução dos nomes estruturais: seja X uma classe que satisfaz as condições:
 - 'ng', 'sm', 'un' e 'in' pertencem a X
 - Se k é um número natural, então v_k pertence a X
 - Se $x \in X$ e $y \in X$, então $x \smallfrown y$ pertence a X

Então, todo nome de uma expressão LCC em MLCC pertence à classe X . Este axioma cria, de forma recursiva, uma classe contendo todos os possíveis nomes de expressões de LCC, mesmo de expressões não válidas como (ex. **ANA**).

A ideia destes axiomas é criar nomes estruturais. Como dito na seção 2.2, os nomes estruturais descrevem a estrutura sintática da expressão. Um possível nome estrutural da palavra "Doctor" seria $d\smallfrown o\smallfrown c\smallfrown t\smallfrown e\smallfrown r\smallfrown e$. Outro seria: a letra d seguida da letra o seguida da letra c seguida da letra t seguida da letra e seguida da letra r . Nomes estruturais tendem a ser grandes e pouco legíveis, mas são isentos dos problemas associados com nomes de citação usando aspas.

As Definições de 1 a 9 estabelecem os nomes de expressões LCC em MLCC, usando para isto os Axiomas acima. As definições 1, 2, 3 e 6 são usadas para:

- Fornecer traduções entre LCC e MLCC.
- Estabelecer as expressões abreviadas dos Axiomas como nomes de expressões LCC em MLCC
- Fornecer nomes simbólicos convenientes para as expressões de LCC, que serão usados no lugar nos nomes estruturais.

As definições 4, 5, 7, 8 e 9 são usadas para ampliar os nomes simbólicos de MLCC através da definição de expressões que estão ausentes de LCC mas que podem ser construídas por equivalência. Por exemplo, a quantificação existencial pode ser definida via quantificação universal e negação e o produto lógico pode ser definido usando a soma lógica e a negação.

A seguir eu colocarei o texto de Tarski de cada definição, conforme a excelente tradução de Celso Braida (TARSKI, 2007 [1933]) e depois colocarei minha releitura.

Definição 1 – Inclusão

x é a inclusão com v_k como primeiro e v_l como segundo termos (em símbolos $i_{k,l}$) se e somente se $x = (in \neg v_k) \neg v_l$.

(TARSKI, 2007 [1933], p. 43)

A expressão $(in \neg v_k) \neg v_l$ é uma declaração cujo significado é que o primeiro termo (referenciado por v_k) está incluso no segundo termo (referenciado por v_l). Sabemos da seção anterior (sobre LCC) que $Ix_k x_l$ também é uma declaração cujo significado é que o primeiro termo (referenciado por x_k) está incluso no segundo termo (referenciado por x_l). O fato que as duas expressões são declarações equivalentes habilita que usemos $(in \neg v_k) \neg v_l$ como nome em MLCC de $Ix_k x_l$ em LCC. A definição estabelece que $i_{k,l}$ também é uma declaração de que o primeiro termo está incluso no segundo termo. Assim esta expressão também pode ser usada como nome em MLCC de $Ix_k x_l$ em LCC, uma vez que foi declarada como equivalente ao nome estrutural.

Note que nas expressões $(in \neg v_k) \neg v_l$ e $i_{k,l}$, as letras k e l são variáveis de MLCC que podem designar qualquer número natural. A rigor, eu não poderia usar estas variáveis em expressões LCC, como $Ix_k x_l$. A expressão $Ix_1 x_2$ não é uma expressão válida nem em MLCC e nem em LCC. No entanto, o uso destas variáveis também nas expressões de LCC facilita a visualização das equivalências.

Definição 2 – Negação

x é a negação da expressão y termos (em símbolos $\bar{y}$) se e somente se $x = ng \neg y$.

(TARSKI, 2007 [1933], p. 43)

Na definição anterior comentei que as letras k e l são variáveis de MLCC que podem designar qualquer número natural. As letras x , y e z também são variáveis de MLCC. Elas designam expressões em MLCC. Por exemplo, se $y = i_{1,2}$ então, $x = \overline{i_{1,2}}$.

Novamente Tarski usa a mesma estratégia de estabelecer uma equivalência explícita entre $ng \neg y$ e $\bar{y}$ e definir o significado destas duas expressões de forma equivalente a Ny .

Note que as três expressões abaixo serviriam de nomes para Ny :

1. a expressão que consiste nas expressões o sinal de negação e y seguidas uma da outra
2. $ng \neg y$
3. $\bar{y}$

A primeira forma é o nome estrutural clássico. A segunda forma é uma abreviação do nome estrutural facilmente obtida a partir dele. A terceira é facilmente obtida via equivalência com a segunda. É esta terceira forma, por sua conveniência, que Tarski usará. Este padrão se repete nas outras definições.

Posso adicionar aqui uma observação quanto à maneira que Tarski escolheu para fazer estas definições. Se $y = (in \neg v_k) \neg v_l$ então obteremos, usando a definição 2, $x = ng \neg (in \neg v_k) \neg v_l$ como nome estrutural e $\bar{y} = \overline{(in \neg v_k) \neg v_l}$ como nome simbólico. Nenhuma das duas expressões está sinteticamente correta. No primeiro caso isto decorre de Tarski desnecessariamente introduzir parênteses nos nomes estruturais. De qualquer forma, Tarski não parece ter tido, nestas primeiras nove definições, o cuidado que lhe era característico. No entanto, estas questões são menores e a intenção das definições é clara. Torná-las mais precisas seria um trabalho desnecessário.

Definição 3 – Soma Lógica

x é a soma lógica (disjunção) das expressões y e z (em símbolos $x = y + z$)
se e somente se $x = (sm \neg y) \neg z$

(TARSKI, 2007 [1933], p. 43)

Não há novidades aqui. Tarski estabelece nomes MLCC como $(sm \neg y) \neg z$ e $y + z$ para expressões LCC no formato Ayz .

Definição 4 – Soma Lógica de várias expressões

x é a soma lógica das expressões $t_1, t_2, \dots, t_n$ (ou uma soma lógica de uma sequência finita de expressões t com n termos; em símbolos, $\sum_k^n t_k$) se e somente se t é uma sequência finita, com n termos, de expressões, que satisfaz uma das seguintes condições: (α) $n = 1$ e $x = t_1$; (β) $n > 1$ e $x = \sum_k^{n-1} t_k + t_n$;

(TARSKI, 2007 [1933], p. 43)⁹

Nesta definição Tarski cria um nome em MLCC que não tem uma correspondência direta com uma expressão em LCC. LCC só possui a soma lógica de duas expressões. No entanto, como a soma lógica possui a propriedade de associatividade, podemos encarar uma sequência de somas lógicas como uma grande operação em múltiplas expressões. A expressão $\sum_k^n t_k$ é equivalente a esta grande operação, não sendo mais do que uma forma de representar $t_1 + t_2 + \dots + t_n$. Tarski faz esta transformação recursivamente:

- Se $n = 1$ então temos uma única expressão t_1
- Se $n > 1$ então o resultado é a soma lógica de t_n com a soma lógica das $n - 1$ expressões remanescentes.

Como exemplo, se $x = \sum_k^3 t_k$ então

- $x = \sum_k^2 t_k + t_3$
- $x = \sum_k^1 t_k + t_2 + t_3$
- $x = t_1 + t_2 + t_3$

Tanto $t_1 + t_2 + t_3$ quanto $\sum_k^3 t_k$ podem ser usados como nomes MLCC para as expressões LCC que obedeçam ao padrão: $AA t_1 t_2 t_3$.

⁹ Na tradução de Celso Braida há um pequeno erro. Onde deveria constar a expressão $x = \sum_k^{n-1} t_k + t_n$ aparece $x = \sigma_k^{n-1} t_k + t_n$. Citei a versão na forma corrigida.

Definição 5 – Produto Lógico

x é o produto lógico (conjunção) das expressões y e z (em símbolos $x = y.z$) se e somente se $x = \overline{\overline{y} + \overline{z}}$

(TARSKI, 2007 [1933], p. 43)

Novamente Tarski cria um nome em MLCC que não tem uma correspondência direta com uma expressão em LCC. Para isto, Tarski usa a definição de produto lógico por meio da negação e da soma lógica: $A \wedge B = \neg(\neg A \vee \neg B)$.

A expressão $y.z$ pode ser usada como nome MLCC para a expressão LCC $\mathbf{NANyNz}$. O nome $\overline{\overline{y} + \overline{z}}$ seria igualmente válido, mas possuir uma nomenclatura específica para o produto lógico é conveniente.

Definição 6 – Quantificação Universal

x é a quantificação universal da expressão y sob a variável v_k (em símbolos $x = \cap_k y$) se e somente se $x = (\text{un} \neg v_k) \neg y$

(TARSKI, 2007 [1933], p. 44)

Nesta definição Tarski retorna aos nomes com correspondência direta. Ele estabelece nomes MLCC como $(\text{un} \neg v_k) \neg y$ e $\cap_k y$ para expressões LCC no formato $\Pi x_k y$.

Definição 7 – Quantificação Universal sob múltiplas variáveis

x é a quantificação universal da expressão y sob as variáveis $v_{p_1}, v_{p_2}, \dots, v_{p_n}$ (em símbolos $x = \cap_{p_k}^{k \leq n} y$) se e somente se p é uma sequência finita, com n termos, de números naturais, que satisfaz uma das seguintes condições:

(α) $n = 1$ e $x = \cap_{p_1} y$; (β) $n > 1$ e $x = \cap_{p_k}^{k \leq n-1} \cap_{p_n} y$;

(TARSKI, 2007 [1933], p. 44)

Novamente Tarski cria um nome em MLCC que não tem uma correspondência direta com uma expressão em LCC. LCC só possui a Quantificação Universal sob uma única variável. No entanto, quantificar sob várias variáveis é simplesmente quantificar sucessivamente sob cada uma delas. A expressão $\cap_{p_k}^{k \leq n} y$ pode então ser expandida para múltiplas quantificações.

Tarski faz esta expansão recursivamente:

- Se $n = 1$ então temos uma única quantificação $\bigcap_{p_1} y$
- Se $n > 1$ então o resultado é a quantificação sob p_n antecedida pelas $n - 1$ quantificações remanescentes.

Como exemplo, se $x = \bigcap_{p_k}^{k \leq 3} y$ então:

- $x = \bigcap_{p_k}^{k \leq 2} \bigcap_{p_3} y$
- $x = \bigcap_{p_k}^{k \leq 1} \bigcap_{p_2} \bigcap_{p_3} y$
- $x = \bigcap_{p_1} \bigcap_{p_2} \bigcap_{p_3} y$

Tanto $\bigcap_{p_1} \bigcap_{p_2} \bigcap_{p_3} y$ quanto $\bigcap_{p_k}^{k \leq 3} y$ podem ser usados como nomes MLCC para a expressão LCC $\Pi x, \Pi x, \Pi x, y$.

Definição 8

x é uma quantificação universal da expressão y se e somente se ou $x = y$ ou há uma sequência finita, com n termos p , de números naturais, tal que

$$x = \bigcap_{p_k}^{k \leq n} y$$

(TARSKI, 2007 [1933], p. 44)

A definição 8 é problemática. Como está, tanto $\bigcap_1 i_{1,1}$ quanto $i_{1,1}$ seriam quantificações universais se tomarmos $y = i_{1,1}$. Em um texto relativamente informal, isto seria aceitável, como mostra o comentário do próprio Tarski em sua Introdução à Lógica:

It has to be noticed that in the formulation of universal sentences the phrase "for any things (or numbers) $x, y, \dots$ " is often omitted and has to be inserted mentally;

(TARSKI, 1995, p. posição 341)

Mas CTFL está longe de ser um texto informal.

Em minha opinião, no texto de CTFL, devemos interpretar a definição 8 como abaixo:

x é uma quantificação universal da expressão y se e somente se, ocorrer um dos dois casos abaixo:

- se y não contém variáveis livres (ver Definição 11) e $x = y$.
- se y contém n variáveis livres e há uma sequência finita, com n termos p , de números naturais, tal que $x = \bigcap_{p_k}^{k \leq n} y$, que liga todas as variáveis de y .

Esta definição alternativa permite que usemos o termo quantificação tanto nos referindo expressões que já não tenham variáveis livres ou para expressões que resultem da operação de ligar todas as variáveis livres a quantificações.

Definição 9

x é a quantificação existencial da expressão y sob a variável v_k (em símbolos $x = U_k y$) se e somente se $x = \overline{\bigcap_k \bar{y}}$

(TARSKI, 2007 [1933], p. 44)

Pela última vez, Tarski cria um nome em MLCC que não tem uma correspondência direta com uma expressão em LCC. Tarski usa a definição de quantificação existencial por meio da negação e da quantificação universal: $\exists_x(P(x)) = \neg \forall_x(\neg P(x))$. Dizer que não é verdade que, para qualquer que seja o x ele torna $P(x)$ falsa é o mesmo que dizer que existe pelo menos um x que torna $P(x)$ verdadeira.

A expressão $U_k y$ pode ser usada como nome MLCC para a expressão LCC $\mathbf{N} \Pi x \cdot \mathbf{N} y$. O nome $\overline{\bigcap_k \bar{y}}$ seria igualmente válido, mas possuir uma nomenclatura específica para a quantificação existencial é conveniente.

Com esta definição Tarski encerra o trabalho de criar os nomes MLCC para expressões LCC.

Há um ponto que não fica explícito nestas definições, mas que é fundamental. LCC não é uma linguagem sem significado, ou seja, meros símbolos agrupados de acordo com regras sintáticas, mas sem qualquer semântica. Por exemplo a expressão LCC $\mathbf{N}I\mathbf{x},\mathbf{x},,$ tem como significado que não é o caso de que a classe 1 está incluída na classe 2. Sabemos este significado porque LCC foi especificada em linguagem natural, cuja semântica nós já conhecemos. Tarski usa em MLCC um subconjunto da linguagem natural. A seguinte expressão é válida em MLCC: ‘não é o caso de que a classe 1 está incluída na classe 2’. Obviamente esta expressão tem o mesmo significado de $\mathbf{N}I\mathbf{x},\mathbf{x},,$ em LCC. Mesmo sem usar explicitamente noções semânticas, Tarski usa nossa competência semântica em linguagem natural para conectar o significado de expressões LCC com expressões em MLCC.

Este uso de nossa competência semântica em linguagem natural expõe o trabalho de Tarski a críticas de que ele teria desrespeitado sua restrição auto imposta de não usar conceitos semânticos que não pudessem ser reduzidos a outros conceitos. Hartry Field, por exemplo, afirma que Tarski:

... reduces one semantic notion to three others. It explains what it is for a sentence to be true in terms of certain semantic features of the primitive components of the sentence: in terms of what it is for a name to denote something, what it is for a predicate to apply to something, and what it is for a function symbol to be fulfilled by some pair of things.

(FIELD, 1972, p. 350)

Encontramos outro exemplo de crítica no trabalho de Abilio Azambuja:

Minha conclusão é que, na hipótese de $L \subseteq ML$, as instâncias de (T) são tautologias e são triviais. Na hipótese de ML não conter L mas sim traduções das sentenças L a situação é diferente. Suponha-se agora que L seja o Inglês e ML o Português. É sem dúvida um fato empírico que ‘snow’ significa em Inglês o mesmo que ‘neve’ em Português. A instância de (T) (18) a sentença ‘snow is white’ é verdadeira (em Inglês) se, e somente se, a neve é branca. não é uma tautologia. Nesse caso, porém, a definição de Tarski está vulnerável a uma importante objeção, a saber, pressupor a noção de tradução, que é uma noção semântica.

(RODRIGUES FILHO, 2005, p. 49-50)

Ainda que estas críticas sejam justas, não acho que Tarski poderia tê-las evitado e construído sua definição sem nenhuma referência ao significado das linguagens envolvidas. Afinal não teria sentido algum em falar de verdade em uma linguagem que fosse apenas um jogo sintático.

Nas definições 1 a 9, Tarski mostra o significado dos nomes de sentença LCC em MLCC, provendo efetivamente uma tradução das expressões LCC para MLCC. Para chegar aos nomes simbólicos convenientes para o seu trabalho ele primeiro define nomes estruturais e, nas mesmas definições, introduz uma equivalência destes nomes com nomes simbólicos mais convenientes. Assim, por exemplo:

- A expressão LCC $\Pi x, Ix, x,$
- Tem como um nome estrutural MLCC: $((ng \neg in) \neg v_1) \neg v_2$
- Este nome pode ser lido da seguinte forma: A expressão que consiste nas expressões: a expressão que consiste nas expressões: a expressão que consiste nas expressões: o sinal de negação e o sinal de inclusão seguidas uma da outra e a 1ª.variável seguidas uma da outra e a 2ª.variável seguidas uma da outra
- Este nome estrutural é equivalente em MLCC ao nome simbólico: $\overline{i_{1,2}}$
- Todos estes nomes são traduzidos em MLCC como: ***não é o caso de que a classe 1 está incluída na classe 2.***

Com estas definições no lugar, não temos dificuldade para construir Sentenças-T. A Sentença-T abaixo, por exemplo, deve ser lida como se segue.

$\cap_1 i_{1,1}$ é verdade se e somente se para qualquer classe ela está contida nela mesma.

- $\cap_1 i_{1,1}$ – é o nome MLCC para a expressão LCC $\Pi x, Ix, x,$
- ‘para qualquer classe ela está contida nela mesma’ – é a tradução MLCC para a expressão LCC $\Pi x, Ix, x,$

O Quadro 18 abaixo complementa o Quadro 15 mostrando os nomes simbólicos MLCC.

Notação LCC	Notação de nome simbólico MLCC	Notação moderna
a classe $x,$	a classe 1	a classe $P_1.$
$Ix, x,,$	$i_{1,2}$	$P_1 \subseteq P_2$
$NIx, x,,$	$\overline{i_{1,2}}$	$\neg(P_1 \subseteq P_2)$
$AIx, x,,Ix,,x,$	$i_{1,2} + i_{2,1}$	$(P_1 \subseteq P_2) \vee (P_2 \subseteq P_1)$
$\Pi x, Ix, x,$	$\cap_1 i_{1,1}$	$\forall_{P_1}(P_1 \subseteq P_1)$

Quadro 18 - Expressões LCC, nomes simbólicos MLCC e notação moderna

2.6 RESUMO DOS CONCEITOS DE CTFL ATÉ AQUI

Tarski se propõe a criar uma definição de verdade que seja compatível com nossa intuição preteórica de que dizer que uma sentença é verdadeira significa que, de alguma forma, ela está de acordo com a realidade. Ele explicitamente descarta definições de verdade que se afastam desta intuição, como a concepção pragmática. Tarski se propõe a criar uma nova teoria baseada na concepção semântica aristotélica. A ideia de que sua teoria seria uma teoria de correspondência no sentido estrito (como as de Russell e Wittgenstein) é equivocada.

Como ele estava interessado na aplicação do conceito de verdade em linguagens artificiais, destinadas ao estudo da metamatemática, sua teoria se restringe ao uso de sentenças como *truth-bearers*. Não é seu objetivo explorar o conceito de verdade aplicado, por exemplo, a crenças ou proposições.

Tarski estabeleceu dois critérios para a validade de sua definição: Correção Formal e Adequação Material.

Uma definição possui **Correção Formal**, isto é, não tem vícios, se ela obedece às seguintes restrições:

- Não seja circular
 - no caso de uma definição explícita, a definição deve ser uma sentença na forma 'Para todo x , Verdade(x) se e somente se $\varphi(x)$ ', onde o predicado Verdade nunca ocorre em φ .
 - no caso de uma definição complexa, que use métodos recursivos, a demonstração do predicado definido deve usar apenas os axiomas da teoria que não contenham este predicado.
- Não pode levar a paradoxos
- Usar somente termos que não sejam problemáticos. Há dois níveis neste critério.
 - o primeiro, mais fraco, é que os termos fossem bem aceitos pela comunidade de Tarski.
 - o segundo, mais forte, é o de não usar conceitos semânticos a menos que fossem reduzidos a outros conceitos.

Uma definição possui **Adequação Material**, no sentido de adequação conceitual, se ela realmente faz justiça a concepção intuitiva da verdade. Para Tarski, isto ocorreria se duas condições fossem obedecidas:

- As sentenças que satisfizerem a definição devem ser exatamente as mesmas que nós, intuitivamente, contaríamos como sendo sentenças verdadeiras e é necessário que esta igualdade de extensões seja demonstrável a partir dos axiomas da teoria.
- Nenhuma sentença verdadeira deve ter quaisquer consequências que contradigam o Princípio do Terceiro Excluído.

Ele formaliza a primeira condição para adequação material no que se clama de Convenção-T:

- (**Convenção-T**) Todas as instâncias das Sentenças-T da linguagem são deriváveis a partir da definição de verdade na metalinguagem.

O passo inicial para a definição de verdade é estabelecer o conceito de uma definição parcial da verdade. Uma definição parcial da verdade é uma definição que se aplica a apenas um subconjunto das sentenças verdadeiras em uma linguagem. Um exemplo de definição parcial para uma única sentença da linguagem é ilustrado por:

- A sentença 'a neve é branca' é verdadeira se, e somente se, a neve é branca.

Sentenças deste tipo, que formam uma definição parcial de verdade para uma sentença da linguagem são chamadas de **Sentenças-T**.

Sentenças-T obedecem ao **Esquema-T** mostrado abaixo:

- (Esquema-T) x é uma sentença verdadeira se e somente se p .

Onde: p é uma variável que recebe sentenças como valores e x é uma variável que recebe os nomes destas sentenças como valores.

No entanto, tentativas de definir a verdade diretamente, com a transformação do Esquema-T em uma definição falham por diversos motivos. Tarski resolverá o problema por meio de uma definição recursiva que gere todas as instâncias do Esquema-T para uma linguagem. Para este propósito ele entra em diversas discussões preparatórias.

O Esquema-T gera a necessidade de se referir a sentenças por meio de um nome. Por diversos motivos Tarski descarta o tipo mais comum de nome: os nomes de citação usando aspas. Ele escolhe, em seu lugar, usar nomes estruturais descritivos, que descrevem como a sentença é montada a partir de seus componentes atômicos (ex. letras e espaços). Um exemplo de um nome estrutural descritivo para a sentença 'a neve é branca' poderia ser:

x = uma expressão consistindo em quatro palavras, das quais a primeira é composta apenas da letra A, a segunda das quatro letras: Ene, E, Vê e E, nesta ordem, a terceira apenas da letra E com o acento agudo e a quarta consistindo das seis letras: Bê, Erre, A, Ene, Cê e A, nesta ordem.

Outra discussão preparatória é sobre o critério de que a definição não gere paradoxos. Tarski observa que, se uma linguagem permite que se atribua o predicado 'Verdadeiro' a suas próprias sentenças ela está necessariamente exposta ao paradoxo do mentiroso.

Como uma das características das linguagens naturais é a universalidade, ou seja, podemos expressar com uma delas qualquer coisa que seja possível de ser expressada em uma linguagem qualquer, não parece haver um meio de evitar o paradoxo do mentiroso. Tarski conclui que nenhuma definição de verdade para a linguagem natural obedeceria ao seu segundo critério de Correção Formal. Sua definição de verdade não poderá ser usada em todas as linguagens, mas será restrita a um grande grupo delas, em que não seja possível construir antinomias. Em especial, sua definição de verdade será restrita a linguagens em que não é possível atribuir o predicado 'Verdade' a suas próprias sentenças.

Esta restrição leva ao próximo tema preparatório. Como construir uma definição de verdade para uma linguagem em que não é possível falar da verdade de suas próprias sentenças? Tarski adota a solução proposta por Lesniewski: em vez de tentar definir verdade para a linguagem objeto l na própria linguagem l é criada uma linguagem de nível superior, a metalinguagem ML , a definição é construída nesta linguagem. Dois requisitos para a metalinguagem são:

- Poder referenciar todas as expressões de l .
- Ter os recursos necessários para criar uma definição recursiva.

Tarski escolhe mostrar seu método usando um exemplo. Isto cria a necessidade de duas outras discussões preparatórias:

- Definir a linguagem l para a qual a definição de verdade será construída. Tarski escolhe uma pequena linguagem que ele chamou de LCC – A Linguagem do Cálculo das Classes.
- Definir a metalinguagem ML na qual a definição de verdade para a linguagem l será construída. Tarski chamou esta metalinguagem de MLCC – A Metalinguagem do Cálculo das Classes.

LCC – A Linguagem do Cálculo das Classes permite falar a respeito das relações entre classes. Os símbolos usados para construí-la e os equivalentes usados atualmente estão listados no Quadro 14. LCC usa a notação polonesa criada por Jan Łukasiewicz que resolve ambiguidades quanto à ordem das operações sem o uso de parênteses. Uma expressão LCC é de difícil entendimento para o leitor moderno, mas quando ela é traduzida para notação moderna, como no exemplo abaixo, fica evidente que não há problemas no entendimento do significado de suas expressões.

- $\mathbf{A}\Pi x, \mathbf{A}Ix, x, \mathbf{I}x, x, \mathbf{I}x, x, x$, significa $\forall_{P_1} ((P_1 \subseteq P_2) \vee (P_2 \subseteq P_1)) \vee (P_3 \subseteq P_1)$

MLCC, a Metalinguagem do Cálculo das Classes, é uma linguagem muito maior. Com ela podemos expressar qualquer conceito necessário para a construção da definição de verdade, tais como: número cardinal, número natural, par ordenado e sequência. Na verdade, MLCC é uma composição de diversas linguagens. Como formalizações destas linguagens já existiam em sua época, Tarski não se preocupa em, por exemplo, prover todos axiomas válidos para MLCC. Estes axiomas podem ser encontrados em obras como Principia Mathematica de Alfred North Whitehead e Bertrand Russell. Tarski lista apenas axiomas de um segundo tipo, que são específicos de MLCC e que são usados para criar nomes estruturais descritivos de expressões LCC. As primeiras 9 definições que ele cria usando MLCC tem exatamente este propósito. O Quadro 18 sumariza como nomes MLCC para sentenças LCC funcionam.

2.7 DEFINIÇÕES DE CONCEITOS IMPORTANTES

As Definições 10 a 17 estabelecem termos importantes de MLCC como: função sentencial, variável livre, sentença, axioma, consequência e teorema. Tarski afirma que estes conceitos estabelecem o Cálculo das Classes como uma ciência dedutiva formalizada. As Definições 18 a 21 estabelecem outros conceitos importantes que Tarski vai precisar mais tarde: sistema dedutivo, classe consistente de sentenças, classe completa de frase e frases equivalentes. Iremos analisar cada uma destas definições.

2.7.1 Definições de Conceitos Metodológico-Dedutivos

Definição 10 - Função Sentencial

Qualquer expressão LCC que seja uma fórmula sintaticamente bem formada é uma função sentencial. As variáveis livres (veja a Definição 11) são os argumentos da função. Formalmente, x é função sentencial se x é uma expressão que satisfaz uma das seguintes condições:

- $x = i_{k,l}$
- Sendo y e z funções sentenciais, x também será se:
 - $x = \bar{y}$
 - $x = y + z$
 - $x = \bigcap_k y$

Definição 11 - Variável Livre

Uma variável livre é apenas uma variável que não é usada em uma quantificação. Formalmente, v_k é uma variável livre de uma função sentencial x se preencher uma das seguintes condições:

- Existe um número l tal que $x = i_{k,l}$ ou $x = i_{l,k}$
- v_k é uma variável livre em y e ocorre um dos seguintes casos:
 - $x = \bar{y}$
 - $x = y + z$ ou $x = z + y$
 - $l \neq k$ e $x = \bigcap_l y$

Variáveis ligadas (ou variáveis aparentes) são as que ocorrem em uma função sentencial, mas não são livres, ou seja, são utilizadas para criar uma quantificação

- Ex. na função sentencial $\bigcap_l i_{k,l}$
 - v_k é uma variável livre
 - v_l é uma variável ligada

Definição 12 - Sentença / Sentença significativa

Uma sentença ou uma sentença significativa é apenas uma fórmula bem formada que não tenha variáveis livres. Formalmente, x é uma sentença **sse** x é uma função sentencial **e** não tem variáveis livres.

Se chamarmos a classe de expressões que são sentenças de S então, obviamente, x é uma sentença se $x \in S$.

Em sua "Introdução à lógica" (TARSKI, 1995), Tarski fornece uma explicação para o fato de chamar somente as expressões sem variáveis livres de sentenças significativas. Ele diz que, em vista do fato de que as variáveis por si só não terem significado, frases como: 'x é Inteiro' não são sentenças verdadeiras. Eles não expressam uma afirmação definitiva e assim podem ser confirmadas nem refutadas. Assim, por exemplo:

- $x = \bigcap_l i_{l,l}$ é uma sentença que deve ser ou verdadeira ou falsa
- $x = i_{k,l}$ não é uma sentença. Esta fórmula pode expressar uma verdade, se $v_k \subseteq v_l$ ou uma falsidade se $v_k \not\subseteq v_l$. Tudo depende dos valores que atribuirmos a v_k e v_l .

Há duas maneiras de obter uma sentença de a partir de uma função sentencial:

- Substituir todas as variáveis por constantes com um valor definido - este caminho está bloqueado em LCC, já que ela não tem constantes não lógicas.
- Transformar todas as variáveis livres em variáveis ligadas, usando quantificações.

Definição 13 - Axioma / Sentença primitiva

Tarski define dois grupos de axiomas (ou sentenças primitivas) para LCC: α e β . Estes axiomas não devem ser confundidos com os axiomas de MLCC que apresentamos anteriormente. O grupo α de axiomas são os necessários para que LCC tenha poder de realizar deduções segundo a Lógica de Proposições (que Tarski chama de Cálculo Sentencial). Estes axiomas permitem que operemos com a soma lógica e a negação tendo proposições como unidades atômicas. Com estas duas operações podemos construir qualquer outra do Cálculo Sentencial (ex. $A \wedge B = \neg(\neg A \vee \neg B)$ e $A \vdash B = \neg A \vee B$). Tarski oferece quatro esquemas em MLCC que podem gerar um número infinito de axiomas em LCC. Estes esquemas são listados no quadro Quadro 19, em notação LCC, notação simbólica MLCC, notação moderna em tradução literal e o significado do axioma em formulação moderna equivalente, mais amigável ao leitor.

Axiomas da Lógica de Proposições			
Notação LCC	Notação Simbólica MLCC	Notação Moderna	Significado
ANAppp	$\overline{y} + \overline{y} + y$	$(\neg(p \vee p)) \vee p$	<i>Remoção de Disjunção</i> $p \vee p \vdash p$
ANpApq	$\overline{y} + (y + z)$	$\neg p \vee (p \vee q)$	<i>Introdução de Disjunção</i> $p \vdash p \vee q$
ANApqAqp	$\overline{y} + \overline{z} + (z + y)$	$(\neg(p \vee q)) \vee (q \vee p)$	<i>Comutatividade</i> $p \vee q \vdash q \vee p$
ANANpqANArpArq	$\overline{y} + \overline{z} + (\overline{u} + \overline{y} + (u + z))$	$\neg(\neg p \vee q) \vee (\neg(r \vee p) \vee (r \vee q))$	<i>Silogismo Hipotético</i> $(p \vdash q) \wedge (r \vdash p) \vdash (r \vdash q)$

Quadro 19 - Axiomas da Lógica de Proposições

Evidentemente que um axioma x qualquer precisa ser uma sentença ($x \in S$) e não uma mera função sentencial. Então se colocarmos qualquer função sentencial de LCC no lugar de y , z e u , precisaremos ainda executar as quantificações necessárias até que todas as variáveis livres destas três funções sentenciais se tornem ligadas e a formula se torne uma sentença. Por exemplo, se tomarmos, por exemplo, a função sentencial $y = i_{1,2}$ e utilizarmos o esquema $\overline{y} + \overline{y} + y$, obteremos a função sentencial $\overline{i_{1,2}} + \overline{i_{1,2}} + i_{1,2}$. Para que esta função se torne um axioma precisamos transformá-la em uma sentença, ligando todas as variáveis livres a quantificadores. O resultado é o axioma: $\cap_1 \cap_2 \overline{i_{1,2}} + \overline{i_{1,2}} + i_{1,2}$.

Os axiomas do grupo β são necessários para que a estrutura básica de axiomas do Cálculo Sentencial (criada acima) seja expandida para permitir deduções do Cálculo de Classes. Estes axiomas definem propriedades que usam operações ausentes no Cálculo Sentencial, ou seja, quantificações e inclusões. Ao contrário dos axiomas do grupo α , não há necessidade de criar um esquema em MLCC e depois ligar as variáveis livres para gerar sentenças como axiomas. Eles são apenas quatro e podem ser listados diretamente. São eles:

- $\cap_1 i_{1,1}$
- $\cap_1 \cap_2 \cap_3 (\overline{i_{1,2}} + \overline{i_{2,3}} + i_{1,3})$
- $\cap_1 \cap_2 \cup_3 (i_{1,3} \cdot i_{2,3} \cdot \cap_4 (\overline{i_{1,4}} + \overline{i_{2,4}} + i_{3,4}))$
- $\cap_1 \cap_2 \cup_3 (i_{3,1} \cdot i_{3,2} \cdot \cap_4 (\overline{i_{4,1}} + \overline{i_{4,2}} + i_{4,3}))$
- $\cap_1 \cup_2 \left(\cap_3 \cap_4 \left((\overline{i_{3,1}} + \overline{i_{3,2}} + i_{3,4}) \cdot (\overline{i_{1,3}} + \overline{i_{2,3}} + i_{4,3}) \right) \cdot \right. \\ \left. \cap_5 (i_{5,2} + \cup_6 (i_{6,1} + \overline{i_{6,2}} + i_{6,5})) \right)$

Novamente a notação não familiar e a pobreza da linguagem fazem com que estes axiomas pareçam estranhos. O axioma $\cap_1 \cap_2 \cap_3 (\overline{i_{1,2}} + \overline{i_{2,3}} + i_{1,3})$, por exemplo, é equivalente a $\forall_{x,y,z} ((x \vdash y \wedge y \vdash z) \vdash (x \vdash z))$ que é a forma geral do Silogismo Hipotético.

Definição 14 - Substituição de Variáveis Livres

O propósito desta definição é nos permitir interpretar as variáveis livres de LCC como equivalentes umas às outras, de modo que podemos trocar uma variável de uma fórmula por outra sem mudança de sentido. Com o auxílio desta definição, podemos, por exemplo, partir da expressão $\overline{i_{1,2}} + \overline{i_{2,3}} + i_{1,3}$ e tomar a expressão $\overline{i_{3,5}} + \overline{i_{5,7}} + i_{3,7}$ como equivalente a ela. Assim os axiomas do grupo β podem gerar uma lista infinita de axiomas.

Vamos definir que:

- k, l e m são números naturais distintos
- z, u, w e t são funções sentenciais

Para facilitar o entendimento da definição é aconselhável ter em mente que as expressões w, t e y tem v_l como variável livre. Esta variável será substituída por v_k nas expressões u, z e x .

Formalmente, x é uma expressão obtida a partir da função sentencial y pela substituição válida da variável livre v_l pela variável livre v_k **sse** ocorrer qualquer uma das opções abaixo:

- v_l não é uma variável livre de y e $x = y$ (nenhuma substituição é feita)
- $x = i_{k,k}$ e $y = i_{l,l}$
- $x = i_{k,m}$ e $y = i_{l,m}$ ou $x = i_{m,k}$ e $y = i_{m,l}$
- $x = \bar{z}$ e $y = \bar{t}$ e z é obtido a partir de t pela substituição das ocorrências de v_l em t por v_k .
- $x = z + u$ e $y = t + w$ e z e u são obtidos a partir de t e w respectivamente, pela substituição das ocorrências de v_l em t e w por v_k .
- $x = \bigcap_m z$ e $y = \bigcap_m t$ e z é obtido a partir de t pela substituição das ocorrências de v_l em t por v_k .

Definição 15 - Consequência de grau n de uma classe X de sentenças

Tendo definido os axiomas de LCC, Tarski especifica as regras de transformação que permitem derivar sentenças a partir de um conjunto de sentenças, de modo que, se as sentenças originais forem verdadeiras, as sentenças derivadas também serão.

Vamos definir que:

- k e l são números naturais distintos
- u e w são funções sentenciais
- y and z são sentenças que são consequências do grau $n - 1$ de uma classe X de sentenças

x é consequência de grau n de uma classe X de sentenças **sse** $x \in S$ (x é uma sentença), $X \subseteq S$ e ocorrer qualquer uma das opções abaixo:

- (α) $n = 0$ e $x \in X$
- $n > 0$ e qualquer uma das seguintes condições é seguida:
 - (β) x é uma consequência de grau $n - 1$ da classe X .
 - (γ) x é uma quantificação universal de u e y quantificação universal w e u é obtido a partir de w pela substituição de v_l por v_k
 - (δ) z , y and x são, respectivamente, quantificações universais de w , $\bar{w} + u$ e u .
 - (ϵ) y e x são quantificações universais de $u + w$ e $u + \bigcap_k w$, respectivamente. Mas somente se v_k **não** é uma variável livre em u
 - (ζ) y and x são, respectivamente, quantificações universais de $u + \bigcap_k w$ e $u + w$.

A regra α é o passo básico, toda sentença é consequência dela mesma. A regra β é o passo indutivo.

A regra γ diz que, ao simplesmente substituímos as variáveis de uma sentença por outras variáveis, obtemos uma consequência da sentença original. Esta regra é chamada de operação de **substituição**.

A regra δ diz que, a partir de duas sentenças y e $\bar{y} + x$ podemos concluir x . Esta operação é chamada de **destacamento** (obs. em lógica clássica $y \rightarrow x =_{def} \bar{y} + x$).

A regra γ diz que, em LCC, podemos realizar uma quantificação em um dos termos de uma disjunção se esta quantificação não for sobre uma variável livre no outro termo. Se tomarmos, por exemplo, $i_{1,2} + i_{3,4}$, podemos quantificar sobre a variável v_1 do primeiro termo (obtendo $\cap_1 i_{1,2} + i_{3,4}$) antes de quantificar as variáveis livres restantes na disjunção, obtendo $\cap_2 \cap_3 \cap_4 (\cap_1 i_{1,2} + i_{3,4})$, que é rigorosamente equivalente a $\cap_1 \cap_2 \cap_3 \cap_4 (i_{1,2} + i_{3,4})$. Esta operação é chamada de **introdução do quantificador universal**. No entanto, no caso de $i_{1,2} + i_{3,1}$, a variável v_1 não é livre no segundo termo. Se tentarmos aplicar a regra, obteremos $\cap_1 i_{1,2} + i_{3,1}$ e depois $\cap_1 \cap_2 \cap_3 \cap_4 (\cap_1 i_{1,2} + i_{3,1})$. Esta expressão não é equivalente a $\cap_1 \cap_2 \cap_3 \cap_4 (i_{1,2} + i_{3,1})$, uma vez que v_1 na quantificação externa à disjunção tem um escopo diferente do na quantificação interna. Na prática, as duas ocorrências agem como duas variáveis diferentes.

A regra ζ realiza a operação contrária a regra γ , mas aqui precisamos assumir que as duas partes da disjunção já são sentenças sem variáveis livres. Se tomarmos a sentença $\cap_1 \cap_2 i_{1,2} + \cap_1 \cap_3 i_{1,3}$ e usarmos a regra, obteremos $\cap_1 \cap_2 i_{1,2} + \cap_3 i_{1,3}$. Se então quantificarmos a disjunção sobre v_1 obteremos $\cap_1 (\cap_1 \cap_2 i_{1,2} + \cap_3 i_{1,3})$, que é equivalente a sentença original, uma vez que o escopo de v_1 na quantificação externa à disjunção cobre apenas no segundo termo. Esta operação é chamada de **remoção do quantificador universal**.

Definição 16 - Consequência da classe X das sentenças

A expressão x é uma consequência de uma classe X de sentenças **sse** existe um número natural n de tal forma que x é uma consequência de grau n da classe X , usando a Definição 15. Esta definição nos libera de especificar o grau de uma consequência.

Podemos chamar a classe de sentenças que obedecem esta definição de $Cn(X)$.

Definição 17 - Teorema ou sentença provável

Se **Pr** é a classe formada por todas as sentenças demonstráveis a partir dos axiomas, então $x \in \mathbf{Pr}$ sse é x uma consequência do conjunto de todos os axiomas. A sentença x pode ser chamada de **teorema**, ou de sentença provável ou de sentença aceita. Se A for a classe de todos os axiomas, então $\mathbf{Pr} = \mathbf{Cn}(A)$.

Exemplo de uma Dedução usando D13 - D17

Com estas definições é possível usar LCC como uma linguagem dedutiva. Tarski mostra como deduzir a Lei do Terceiro Excluído em LCC usando os axiomas da Definição 13 e a regra de inferência (δ), de destacamento, da Definição 15. A partir dos axiomas da Definição 13 obtemos três premissas (p_1 , p_2 e p_3):

- (p_1) Tomamos o axioma (α_1) que tem a forma geral $\overline{y + y} + y$ e executamos os seguintes passos:
 - definimos $y = i_{1,1}$ para obtermos: $\overline{i_{1,1} + i_{1,1}} + i_{1,1}$
 - quantificamos y sobre a variável v_1 para obtermos: $\cap_1(\overline{i_{1,1} + i_{1,1}} + i_{1,1})$
- (p_2) Tomamos o axioma (α_2) que tem a forma geral $\overline{y + y} + z$ e executamos os seguintes passos:
 - definimos $z = y = i_{1,1}$ para obter: $\overline{i_{1,1}} + (i_{1,1} + i_{1,1})$
 - quantificamos y sobre a variável v_1 e obtemos: $\cap_1(\overline{i_{1,1}} + (i_{1,1} + i_{1,1}))$
- (p_3) Tomamos o axioma (α_3) que tem a forma geral $\overline{\overline{y} + z} + (\overline{u + y} + (u + z))$ e executamos os seguintes passos:
 - definimos $y = i_{1,1} + i_{1,1}$, $z = i_{1,1}$ e $u = \overline{i_{1,1}}$ de modo a obter: $\overline{\overline{i_{1,1} + i_{1,1}} + i_{1,1}} + (\overline{\overline{i_{1,1} + i_{1,1}} + i_{1,1}} + (\overline{i_{1,1}} + i_{1,1}))$
 - quantificamos y sobre a variável v_1 de forma a obter: $\cap_1(\overline{\overline{i_{1,1} + i_{1,1}} + i_{1,1}} + (\overline{\overline{i_{1,1} + i_{1,1}} + i_{1,1}} + (\overline{i_{1,1}} + i_{1,1})))$

A regra de inferência (δ), de destacamento, em termos gerais, permite concluir y a partir de x e $\bar{x} + y$. Assim podemos concluir c_1 como uma consequência de 1º grau de p_1 e p_3 da seguinte forma:

- p_1 é uma quantificação universal de $\mathbf{f}p_1 = \overline{l_{1,1} + l_{1,1}} + i_{1,1}$
- p_3 é uma quantificação universal de $\overline{fp_1} + (\overline{l_{1,1} + l_{1,1} + l_{1,1}} + (\overline{l_{1,1}} + i_{1,1}))$
- definindo $\mathbf{f}c_1 = \overline{l_{1,1} + l_{1,1} + l_{1,1}} + (\overline{l_{1,1}} + i_{1,1})$,
- podemos usar (δ) para inferir: $c_1 = \cap_1 (\overline{l_{1,1} + l_{1,1} + l_{1,1}} + (\overline{l_{1,1}} + i_{1,1}))$

Usando a mesma regra de inferência (δ), podemos inferir c_1 como uma consequência de 2º grau de p_2 e c_1 da seguinte forma:

- p_2 é uma quantificação universal de $\mathbf{f}p_2 = \overline{l_{1,1}} + (i_{1,1} + i_{1,1})$
- c_1 é uma quantificação universal de $\mathbf{f}c_1 = \overline{fp_2} + (\overline{l_{1,1}} + i_{1,1})$
- definindo $\mathbf{f}c_2 = (\overline{l_{1,1}} + i_{1,1})$,
- podemos usar (δ) para inferir: $c_2 = \cap_1 (\overline{l_{1,1}} + i_{1,1})$ que é a **Lei do Terceiro Excluído**.

2.7.2 Outros importantes conceitos metodológicos

As definições 10 a 17 são suficientes para usar LCC como um sistema dedutivo. No entanto, existem outros conceitos metodológicos que Tarski precisou definir. As definições 18 a 21 servem a este propósito.

Definição 18 - Sistema Dedutivo

X é um sistema dedutivo **sse** $Cn(X) \subseteq X \subseteq S$

Ou seja, todas as consequências que podem ser deduzidas a partir de uma classe X , já pertencem a classe X . A última inclusão ($X \subseteq S$) garante que os membros de X são necessariamente sentenças (S é a classe de todas as sentenças)

A Definição 17 nos permite deduzir teoremas de axiomas, mas às vezes é interessante tomar os axiomas e seus teoremas como um único conjunto de sentenças aceitas e falar sobre este conjunto. Se A é a classe dos axiomas, $Cn(A)$ é o sistema dedutivo do Cálculo de Classes.

Definição 19 - Classe Consistente de Sentenças

X é uma classe consistente de sentenças **sse** $X \subseteq S$ e para cada sentença x , **ou** $x \notin Cn(X)$ **ou** $\bar{x} \notin Cn(X)$

Isto significa que **não é possível deduzir tanto x quanto a sua negação**, uma vez que, se isto acontecesse estaríamos expostos a "ex contradictione quodlibet" (qualquer declaração pode ser provada a partir de uma contradição).

Definição 20 - Classe Completa de Sentenças

X é uma classe completa de sentenças **sse** $X \subseteq S$ e para cada sentença x , **ou** $x \in Cn(X)$ **ou** $\bar{x} \in Cn(X)$

Isto significa que é sempre possível deduzir ou x ou **a sua negação**.

Definição 21 - Sentenças Equivalentes

As sentenças $x \in \mathcal{S}$ e $y \in \mathcal{S}$ são equivalentes no que respeita à classe de sentenças X **sse** $X \subseteq \mathcal{S}$ e ocorre tanto que $\bar{x} + y \in \mathbf{Cn}(X)$ e que $x + \bar{y} \in \mathbf{Cn}(X)$

Isto significa que x e y e são provadas em conjunto ou disprovadas em conjunto pelo sistema dedutivo. Não pode acontecer que uma seja verdadeira e a outra falsa.

2.8 TENTATIVAS SINTÁTICAS PARA DEFINIR VERDADE

Ao longo de CTFL, Tarski experimenta e descarta várias formulações alternativas para o conceito de verdade. O que estas tentativas têm em comum é o fato de que elas, se funcionassem, não precisariam de conceitos semânticos para obedecer a Convenção-T. Antes de mostrar sua solução final, é interessante analisar estas tentativas.

2.8.1 Definição Direta

Como vimos, no capítulo §1 de CTFL, Tarski descarta duas definições diretas da Verdade.

(5) para todo p , ' p ' é uma sentença verdadeira se, e somente se, p .

(TARSKI, 2007 [1933], p. 26)

(6) para todo x , x é uma sentença verdadeira se, e somente se, para um certo p , x é idêntica a ' p ' e p .

(TARSKI, 2007 [1933], p. 26)

Tarski, a princípio, descarta a definição (5) apenas porque ela restringe os nomes das sentenças a nomes de citação entre aspas e tenta generalizá-la em (6). Acredito que vale a pena entender um pouco melhor por que ele descartou (6). Observe que suas razões também se aplicam a (5).

Vou descartar a ideia de que a Linguagem Objeto necessariamente seria incluída na Metalinguagem em favor da tese mais genérica de que a Metalinguagem conteria traduções da Linguagem Objeto. Assim, na definição (6), x é uma variável de Metalinguagem para um nome de uma sentença da Linguagem Objeto. Assim como a variável, este nome, em si, pertence a Metalinguagem. A letra p representa uma variável de Metalinguagem que recebe como valor a tradução para a Metalinguagem da sentença da Linguagem Objeto nomeada por x .

Se tratarmos os nomes de citação como palavras individuais em uma determinada linguagem ' p ' não poderia funcionar como uma variável. Em vez disso, podemos tentar combinar a ideia de ' p ' ser um functor linguístico aplicado a p com a ideia de nomes de citação como palavras individuais com a ideia. No entanto, se as aspas neste caso forem tratadas como um functor linguístico teremos um problema de ambiguidade. Se,

por exemplo, usássemos este functor com o exemplo clássico de Tarski poderíamos obter o seguinte resultado '*a neve é branca*' = '*a neve é branca*', onde a ocorrência da esquerda é um functor linguístico e a da direita é uma palavra individual da Metalinguagem. Para evitar confusão, podemos substituir o uso da aspas como functor linguístico por um functor explícito como em: *quotation_name_of(a neve é branca)* = '*a neve é branca*' ou mesmo aspas duplas com o mesmo significado destes functor ("*a neve é branca*" = '*a neve é branca*'). Assim obteríamos a seguinte versão modificada de (6):

(6*) para todo x , x é uma sentença verdadeira se e somente se, para um certo p , x é idêntica a " p " e p .

Assim, por exemplo:

- *quotation_name_of*($\cap_1 i_{1,1}$) = ' $\cap_1 i_{1,1}$ '
- " $\cap_1 i_{1,1} + \cap_1 \cap_2 i_{1,2}$ " = ' $\cap_1 i_{1,1} + \cap_1 \cap_2 i_{1,2}$ '

O real motivo pelo qual Tarski descarta esta solução é que, como vimos, este tipo de functor não é extensional, mas intensional. Um functor intensional é aquele que a referência do resultado não depende apenas da referência do argumento.

... a definição (6) seria inaceitável para alguém que deseje consistentemente evitar funtores intencionais e tenha mesmo a opinião de que uma análise mais profunda mostra ser impossível atribuir qualquer significado preciso a esses funtores.

(TARSKI, 2007 [1933], p. 28-29)

Este comentário quase emocional parece ser um tanto exagerado. Sabemos que o fato do functor não ser extensional gera problemas no requisito de Correção Formal, incorrendo no risco de paradoxos. No entanto, o significado desses funtores parece claro o suficiente. De qualquer forma, se ignorarmos os problemas com os critérios de Correção Formal, esta definição seria perfeitamente legítima do ponto de vista da utilização do Convenção-T como requisito suficiente para Adequação Material. De fato, alguns adeptos de teorias deflacionárias parecem se basear nesta definição descartada por Tarski.

2.8.2 Verdade como Deducibilidade

Claramente, a Definição 17 é uma definição candidata de Verdade.

Definição 17. *x é uma sentença demonstrável (aceita) ou um teorema (em símbolos, $x \in Pr$) se e somente se x for uma consequência do conjunto de todos os axiomas.*

(TARSKI, 2007 [1933], p. 50)

Em uma linguagem desenvolvida para uma ciência dedutiva formalizada, o significado de sentença verdadeira poderia ser definido como o mesmo de teorema demonstrável. Evidentemente esta definição não seria adequadamente aplicável a linguagens naturais, no entanto Tarski já havia, de qualquer modo, descartado a possibilidade de definir verdade para estas linguagens.

Tarski rejeita esta definição porque, em certas linguagens ela poderia contradizer o Princípio de Terceiro Excluído, pois nelas é possível que uma sentença nem seja provável ($x \in Pr$) nem sua negação seja provável ($\bar{x} \in Pr$). Então, nessas linguagens, se tomarmos $Tr = Pr$, seria falso que, para qualquer sentença x , **ou** $x \in Tr$ **ou** $\bar{x} \in Tr$. Se concordarmos com Tarski que uma definição de verdade em que o Princípio de Terceiro Excluído não fosse obedecido não estaria de acordo com o uso intuitivo do conceito de verdade, então esta definição não teria Adequação Material. Precisamos, para estas linguagens, de uma definição de verdade em que se possa atribuir verdade a sentenças que não podem ser nem provadas nem refutadas.

No entanto, devemos notar que Tarski rejeita esta definição simplesmente por ela não ser geral o bastante para seus objetivos. Esta definição obedece perfeitamente seu critério de Adequação Material se a linguagem for consistente e completa. Nessas linguagens, uma definição puramente sintática da verdade, baseada na Definição 17, obedeceria ao critério da Convenção-T. Claramente a Convenção-T, por si só, não é forte o suficiente para justificar uma definição semântica da Verdade.

2.8.3 Lista de Sentenças

Tarski reconhece que uma definição de verdade obedecendo seu critério de Adequação Material poderia ser dada por uma lista, se a linguagem fosse finita.

Se a linguagem Investigada contivesse apenas um número finito de sentenças fixadas a partir do início, e se pudéssemos enumerar todas essas sentenças, então o problema da construção de uma definição correta da verdade apresentaria dificuldades.

(TARSKI, 2007 [1933], p. 56)

Para uma linguagem como esta, uma definição correta de verdade seria dada por:

- $x \in \mathbf{Tr}$ sse $((x = x_1) \wedge p_1)$ ou $((x = x_2) \wedge p_2)$ ou ... ou $((x = x_n) \wedge p_n)$
- Onde
 - $x_1, x_2, \dots, x_n$ são nomes estruturais.
 - $p_1, p_2, \dots, p_n$ são traduções na metalinguagem.

Mais uma vez, Tarski rejeita uma definição candidata apenas por falta de generalidade suficiente para seus propósitos, uma vez que este método só é possível para as linguagens que possuírem um número finito de sentenças. Para estas linguagens, no entanto, este tipo de lista seria uma definição puramente sintática da verdade que obedeceria ao requisito da Convenção-T para Adequação Material. Este caso, mais do que qualquer outro, deixa evidente que a Convenção-T falha em capturar um critério de adequação conceitual que realmente faça justiça a concepção intuitiva da verdade. Podemos criar uma definição de mamífero na forma de lista finita:

- $x \in \mathbf{Mamíferos}$ sse $(x = \text{cão})$ ou $(x = \text{gato})$ ou ... ou $(x = \text{humano})$

Esta definição estaria extensionalmente correta. No entanto ela falharia em capturar nossa concepção intuitiva de mamífero. Para isto, precisaríamos de uma definição do tipo abaixo. Note que esta segunda definição tem uma vantagem importante. No caso de uma nova espécie surgir, não precisaríamos modificar a definição.

- $x \in \mathbf{Mamíferos}$ sse x é um animal vertebrado que possui glândulas mamárias que, nas fêmeas, produzem leite para alimentação dos filhotes.

Como veremos, a definição que Tarski efetivamente oferece é mais do que uma mera geradora de uma lista de Sentenças-T.

2.8.4 Definição Recursiva Direta

O método recursivo direto seria:

- Definir a operação para a construção de definições parciais de verdade para sentenças elementares
- Definir operações com as quais sentenças simples poderiam ser combinadas para criar sentenças compostas.
- Definir como a definição de verdade das sentenças compostas poderia ser definida usando as definições parciais das sentenças componentes.

Tarski rejeita este método porque as definições recursivas 10-12 nem sempre constroem sentenças usando sentenças. Em vez disso elas fazem uso de funções sentenciais que não são verdadeiras nem falsas e, portanto, não possuem uma definição parciais de verdade.

Tomemos $x = \bigcap_1 i_{1,1}$ e $y = \overline{\bigcap_1 \bigcap_2 i_{1,2}}$, como x e y são sentenças elas teriam definições parciais de verdade:

- $\bigcap_1 i_{1,1}$ é verdade se e somente se para qualquer classe ela está contida nela mesma.
- $\overline{\bigcap_1 \bigcap_2 i_{1,2}}$ é verdade se e somente se não é o caso de que para quaisquer duas classes a primeira está contida na segunda.

A partir disso, poderíamos montar uma definição recursiva de verdade para $x + y$ a partir das duas definições parciais componentes:

- $\bigcap_1 i_{1,1} + \overline{\bigcap_1 \bigcap_2 i_{1,2}}$ é verdade se e somente se para qualquer classe ela está contida nela mesma **E** não é o caso de que para quaisquer duas classes a primeira está contida na segunda

No entanto, para chegarmos a definição parcial para $\overline{\bigcap_1 \bigcap_2 i_{1,2}}$ teríamos que passar por $i_{1,2}$ e não podemos construir uma definição de verdade para esta função sentencial uma vez que ela pode assumir tanto o valor verdadeiro como falso, dependendo da escolha de que classe é a classe 1 e que classe é a classe 2.

Mais uma vez, Tarski rejeita uma definição candidata sintática, que obedeceria sua Convenção-T, por motivos puramente técnicos.

2.9 A DEFINIÇÃO SEMÂNTICA DE TARSKI

Tendo descartado o método recursivo direto, Tarski opta por um método indireto. Como o problema do método direto é que Verdade somente é aplicável a sentenças, ele precisa de um conceito mais geral que:

- seja aplicável também a funções sentenciais.,
- possa ser definido recursivamente
- e, quando aplicado a sentenças, nos leva quase diretamente ao conceito de Verdade.

Estes requisitos são cumpridos pela noção da satisfação de uma dada função sentencial por determinados objetos (em LCC esses objetos são sequências de classes). Antes de apresentar a definição, vamos entender a ideia geral do conceito de satisfação com alguns exemplos.

Digamos que desejamos saber que classes satisfazem a função sentencial $\cap_2 i_{1,2}$. Uma classe f_1 satisfaz a função sentencial $\cap_2 i_{1,2}$ sse, não importa qual seja a classe f_2 , $f_1 \subseteq f_2$. Apenas uma classe satisfaz essa condição: o conjunto vazio. Assim, qualquer sequência de classes em que a primeira classe da sequência seja o conjunto vazio satisfará esta função sentencial.

Em outro exemplo, digamos que desejamos saber se uma sequência de classes particular $f = \langle f_1, f_2 \rangle$ satisfaz a função sentencial com duas variáveis $i_{1,2}$. A condição de satisfação é que $f_1 \subseteq f_2$ e, evidentemente, isto vai depender de quais são as classes f_1 e f_2 .

- Se a sequência é $f = \langle \{1,2\}, \{1,2,3\} \rangle$ então a sequência f satisfaz a função sentencial $i_{1,2}$
- Se a sequência é $f = \langle \{1,2,3\}, \{5,10\} \rangle$ então a sequência f não satisfaz a função sentencial $i_{1,2}$

Por uma questão de uniformidade de modo de expressão, Tarski generaliza o conceito acima definindo que as sequências f são sequências infinitas de classe que podem ou não satisfazer uma dada função sentencial. Ele poderia ter usado, em vez disso, sequências finitas que poderiam ser obtidas a partir das sequências infinitas, eliminando todos os termos supérfluos. Estes termos não teriam influência sobre a

satisfação da função porque eles não correspondem a nenhuma variável da função. No entanto, isto iria introduzir complicações desnecessárias. O uso das sequências infinitas é ilustrado abaixo:

- A sequência infinita $f = \langle \{1,2\}, \{5,10\}, \{1,2,3\}, \{40\}, \dots \rangle$ **satisfaz** a função sentencial $i_{1,3}$ porque o primeiro termo da sequência, $f_1 = \{1,2\}$ está contido no terceiro termo, $f_3 = \{1,2,3\}$. Os termos restantes não importam.

Definição 22 – Satisfação

Tarski introduz a definição recursiva de Satisfação da maneira seguinte. A sequência f **satisfaz** a função sentencial x **sse**:

- f é uma sequência infinita de classes
- x é uma função sentencial
- e ocorre um dos seguintes casos:
 - Existem dois números naturais k e l (que são índices da sequência f) de forma que $x = i_{k,l}$ e $f_k \subseteq f_l$. Este é o passo básico.
 - Há uma função sentencial y de tal forma que $x = \bar{y}$ e f **não satisfaz** a função y .
 - Existem funções sentenciais y e z de tal forma que $x = y + z$ e f satisfaz y **ou** satisfaz z .
 - Há um número natural k e uma função sentencial y de tal forma que $x = \cap_k y$ e cada sequência infinita de classes que difere de f no máximo, no k^o lugar **satisfaz** a função y . (a classe na posição k da sequência corresponde a variável vinculada pela quantificação)

O conceito de Satisfação é extremamente importante. Ele é um conceito legitimamente semântico, uma vez que conecta sentenças e funções sentenciais de LCC aos objetos a que esta linguagem se refere, ou seja, classes. Isto é a base da moderna teoria de modelos da qual Tarski foi o pai fundador. É graças a este conceito que a teoria merece ser chamada de Semântica. Por outro lado, Satisfação é claramente definida com o uso de conceitos não problemáticos como o de sequências de classes. Além disso, com o uso deste conceito, a definição de verdade é quase trivial.

Definição 23 - Verdade de uma Sentença

A ideia geral da definição é que:

- Se uma dada sequência satisfaz uma dada função sentencial ou não depende **apenas** dos termos que correspondem (em seus índices) a variáveis livres.
- Quando a função é uma sentença, ela não contém nenhuma variável livre. Desta forma, a satisfação de uma sentença por uma sequência não depende nem das classes que compõem a sequência e nem das propriedades e relações destas classes em particular.
- Apenas duas possibilidades permanecem:
 - qualquer sequência infinita de classes satisfará a sentença dada (no caso das sentenças verdadeiras)
 - nenhuma sequência infinita de classes satisfará a sentença dada (no caso das sentenças falsas)

Tarski apresenta sua definição de verdade para LCC da seguinte maneira:

- **Tr** é a classe de todas as frases verdadeiras de LCC
- $x \in Tr$ (x é uma sentença verdadeira) **sse** $x \in S$ (x é uma sentença) e qualquer sequência infinita de classe satisfaz x

Note que esta definição é perfeitamente adequada a tautologias. Isto atende o objetivo de Tarski de usar o conceito de verdade em estudos metamatemáticos. No entanto, seria simples alterar a definição de Satisfação, caso LCC fosse expandida para ter constantes não lógicas representando classes específicas:

- Existem um número natural l (que é índice da sequência f) e uma constante k de forma que $x = i_{k,l}$ e $k \subseteq f_l$ **ou** $x = i_{l,k}$ e $f_l \subseteq k$

Se por exemplo, a constante $\emptyset$, denotando o conjunto vazio, fosse acrescentada a LCC, poderíamos gerar a seguinte Sentença-T:

- $\bigcap_1 i_{\emptyset,1}$ **é verdade se e somente se** para qualquer classe particular c_a , $\{\} \subseteq c_a$.

2.10 JUSTIFICANDO A CONCEPÇÃO SEMÂNTICA DE TARSKI

A Definição 23 parece ser materialmente adequada no sentido da Convenção-T, mas Tarski não fornece nenhuma prova formal de que este é o caso. Tal prova, segundo ele, seria extremamente complexa e precisaria ser feita em uma meta-metalinguagem. Em vez disso, ele fornece um exemplo e uma lista de consequências desejáveis desta definição, que servem para nos convencer desta adequação.

2.10.1 Exemplo de uma Derivação de uma Sentença-T

Como vimos, Tarski formaliza seu critério de Adequação Material como:

- (Convenção-T) Todas as instâncias das Sentenças-T da linguagem são deriváveis a partir da definição de verdade na metalinguagem.

De forma a nos convencer de como a Definição 23 pode ser usada para gerar todas as Sentenças-T, ele nos mostra um exemplo de como isto pode ser feito para uma sentença específica: $\cap_1 \cup_2 i_{1,2}$, que é um nome MLCC da sentença $\prod x, N \prod x, N I x, x,$ de LCC. Vamos ver esta derivação passo a passo.

A expressão $\cap_1 \overline{\cap_2 i_{1,2}}$ é um nome MLCC equivalente ao nome $\cap_1 \cup_2 i_{1,2}$. Será nesta forma que derivaremos a Sentença-T. O passo inicial usa o conceito de Satisfação no componente mais simples desta expressão: $i_{1,2}$

- $i_{1,2}$ é satisfeita por sequencias f onde $f_1 \subseteq f_2$

A aplicação da Satisfação para a negação desta expressão é trivial:

- $\overline{i_{1,2}}$ é satisfeita por sequencias f onde $f_1 \not\subseteq f_2$

A introdução da primeira quantificação é mais complicada:

- $\cap_2 \overline{i_{1,2}}$ é satisfeita por sequencias f onde qualquer sequência infinita de classes g que difira de f , no máximo, no 2º lugar **satisfaz** a função $\overline{i_{1,2}}$, ou seja, atende a condição $g_1 \not\subseteq g_2$
- Podemos retirar a referência à sequência g se fizermos $f_1 = g_1$ e notarmos que g_2 pode ser qualquer classe particular c_b . Assim a condição $g_1 \not\subseteq g_2$ se transforma em: $f_1 \not\subseteq c_b$ para qualquer classe particular c_b , obtendo a sentença abaixo:
- $\cap_2 \overline{i_{1,2}}$ é satisfeita por sequencias f onde $f_1 \not\subseteq c_b$ para uma classe qualquer c_b

Novamente, a aplicação da Satisfação para a negação desta expressão é trivial:

- $\overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$ é satisfeita por sequencias f onde $f_1 \subseteq c_b$, para alguma classe c_b

A introdução da segunda quantificação é tão complicada quanto a primeira:

- $\bigcap_1 \overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$ é satisfeita por sequencias f onde qualquer sequência infinita de classes h que difira de f , no máximo, no 1º lugar **satisfaz** a função $\overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$, ou seja, atende a condição $h_1 \not\subseteq c_b$, para alguma classe c_b
- Retiramos a referência a h se notarmos que h_1 pode ser qualquer classe particular c_a . A condição $h_1 \not\subseteq c_b$ se transforma em: $c_a \not\subseteq c_b$ para qualquer classe particular c_a , para alguma classe particular c_b , obtendo a sentença abaixo:
- $\bigcap_1 \overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$ é satisfeita por sequencias f onde $c_a \subseteq c_b$ para qualquer classe particular c_a , para alguma classe particular c_b .
- Uma redação menos desajeitada da mesma sentença seria:
- $\bigcap_1 \overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$ é satisfeita por sequencias f onde, para qualquer classe particular c_a , existe uma classe particular c_b onde $c_a \subseteq c_b$.

Usando a Definição 23 chegamos à seguinte Sentença-T:

- $\bigcap_1 \overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$ é **verdade se e somente se** toda sequencia f satisfaz a condição que, para qualquer classe particular c_a , existe uma classe particular c_b onde $c_a \subseteq c_b$.

Mas como nenhuma referência à f é encontrada na condição, podemos reformular a Sentença-T da seguinte forma:

- $\bigcap_1 \overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$ é **verdade se e somente se** para qualquer classe particular c_a existe uma classe particular c_b onde $c_a \subseteq c_b$

Finalmente, podemos substituir o nome MLCC $\bigcap_1 \overline{\bigcap_2 \overline{l_{1,2}}}$ pelo nome original:

- $\bigcap_1 \bigcup_2 i_{1,2}$ é **verdade se e somente se** para qualquer classe particular c_a existe uma classe particular c_b onde $c_a \subseteq c_b$.

Claramente, formalizar um processo de derivação como este seria uma tarefa extremamente complexa.

2.10.2 Consequências Desejáveis da Definição 23

Lemas A-E e os Teoremas 1-7 demonstram alguns resultados que são consequências desejáveis da Definição 23 enquanto propriedades da verdade. A intenção de Tarski é nos mostrar que sua definição é adequada. Entre esses resultados estão:

- O princípio da não-contradição
- O princípio do terceiro excluído
- Todas as sentenças demonstráveis também são sentenças verdadeiras.
- Existem sentenças verdadeiras que não são demonstráveis.
- A classe **Tr** (de todas as frases verdadeiras em LCC) é um sistema dedutivo consistente e completo.
- A classe **Pr** (dos teoremas de LCC) é um sistema dedutivo consistente, mas não um sistema dedutivo completo.

Teorema 1- O Princípio da Não-contradição

O Princípio da Não-contradição afirma que, para cada sentença x , **ou é o caso de $x \notin Tr$ ou de $\bar{x} \notin Tr$** . Isto é, uma sentença e sua contradição não podem ser ambas verdadeiras. Usando a Definição 22 (Satisfação) e Definição 23 (Verdade):

- Se $x \in Tr$ então:
 - Pela Definição 23, **toda** sequencia infinita de classes satisfaz x
 - Pela Definição 22, se $z = \bar{x}$, uma sequência f **satisfaz** a função sentencial z **sse f não satisfaz** a função x
 - Mas como **toda** sequencia infinita de classes satisfaz x , então **não existe** uma sequência infinita de classes que satisfaz $\bar{x}$ (uma vez que $z = \bar{x}$)
 - Assim: $\bar{x} \notin Tr$
- Se $\bar{x} \in Tr$ então:
 - Pela Definição 23, **toda** sequencia infinita de classes satisfaz $\bar{x}$
 - Pela Definição 22, se $z = \bar{x}$, uma sequência f **não satisfaz** a função x **sse f satisfaz** a função sentencial z (invertendo o bicondicional)
 - Mas como **toda** sequencia infinita de classes satisfaz z (uma vez que $z = \bar{x}$), então **não existe** uma sequência infinita de classes satisfaz x
 - Assim: $x \notin Tr$

Lema A

Se a sequência infinita de classes f satisfaz a função sentencial x e se uma sequência infinita de classes g satisfaz a seguinte condição:

- para todo k , **se** v_k é uma variável livre da função sentencial x **então** $f_k = g_k$.

então a sequência g também satisfará a função x .

O lema apenas declara que, se duas sequências f e g diferirem somente em posições que não correspondem a uma variável livre da função sentencial x , então se a primeira sequência satisfizer x a segunda também satisfará. Este lema é consequência da Definição 11 (variável livre) e da Definição 22 (Satisfação).

Lema B

Se $x \in \mathcal{S}$ **e** pelo menos uma sequência infinita de classes satisfaz a sentença x , **então** toda sequência infinita de classes satisfaz a sentença x ,

Como uma sentença não tem variáveis livres, pelo Lema A todas as sequências serão equivalentes para a sua satisfação. Se uma satisfizer a sentença, então todas as outras devem fazê-lo igualmente. Este lema é consequência do Lema A e da Definição 12 (Sentença).

Teorema 2 - Princípio do Terceiro Excluído

O Princípio do Terceiro Excluído afirma que, para cada sentença x , **ou é o caso de $x \in Tr$ ou de $\bar{x} \in Tr$** . Isto é, ou uma sentença é verdadeira ou sua contradição verdadeira. Não há uma terceira opção. Este Teorema utiliza o Lema B, a Definição 22 (Satisfação) e a Definição 23 (Verdade):

A partir da definição recursiva 22 (Satisfação) temos que, dada uma função sentencial x e uma sequência f , ou f satisfaz x ou f não satisfaz x .

Se f satisfaz x :

- Então, via Lema B, toda sequência infinita de classes satisfaz a sentença x
- Portanto, usando a Definição 23, $x \in Tr$.

Se f não satisfaz x :

- Pela Definição 22, se $z = \bar{x}$, uma sequência f satisfará a função sentencial z **sse** f não satisfizer a função x
- Mas então, a sequência f satisfaz a função sentencial $\bar{x}$ (já que $z = \bar{x}$)
- Então, a partir Lema A, toda sequência infinita de classes satisfaz a sentença $\bar{x}$.
- Portanto, usando a Definição 23, $\bar{x} \in Tr$

Lema C

Se y é uma quantificação universal da função sentencial x então:

- todas as sequências infinitas de classes satisfazem y
- sse**
- todas as sequências infinitas de classes satisfazem x

Aqui é importante recordar nossa releitura da Definição 8:

x é uma quantificação universal da expressão y se e somente se, ocorrer um dos dois casos abaixo:

- se y não contém variáveis livres (ver Definição 11) e $x = y$.
- se y contém n variáveis livres e há uma sequência finita, com n termos p , de números naturais, tal que $x = \bigcap_{p_k}^{k \leq n} y$, que liga todas as variáveis de y .

Teorema 3 - Consequências de sentenças verdadeiras também são verdadeiras

Se $X \subseteq Tr$ então $Cn(X) \subseteq Tr$, portanto, em especial, $Cn(Tr) \subseteq Tr$. Se um conjunto de sentenças forem verdadeiras, então as consequências dessas sentenças também serão verdadeiras.

Este Teorema utiliza o Lema C, a Definição 15 (Consequência de grau n), a Definição 16 (Consequência), a Definição 22 (Satisfação) e a Definição 23 (Verdade).

Todas as transformações de uma consequência de grau n são válidas se forem feitas nas funções sentenciais e, em seguida, sejam colocadas em quantificações universais. Mas, pelo Lema C, todas as sequências infinitas de classes satisfazem a Quantificação universal **sse** todas as sequências infinitas de classes satisfazem a função sentencial original.

Uma vez que assumimos que $X \subseteq Tr$, então:

- Se $y \in Tr$ e obtemos x por substituição de variáveis em y então $x \in Tr$. Como todas as sequências satisfazem uma expressão, então não importa qual classe, que ocupe uma posição particular da sequência, vinculamos a variável.
- Se $y \in Tr$ and $z \in Tr$ então as operações de destacamento, introdução do quantificador universal e remoção do quantificador universal sobre elas geram sentenças x tais que $x \in Tr$.

É fácil de ver se este Teorema é válido para uma classe qualquer $X \subseteq Tr$, então será válido para o caso especial em que $X = Tr$.

Teorema 4 - Tr é um sistema dedutivo consistente e completo

A classe Tr é um sistema dedutivo consistente e completo.

Este Teorema utiliza a Definição 18 (Sistema Dedutivo), a Definição 19 (Classe Consistente de sentenças) e a Definição 20 (Classe Completa de sentenças).

- Teorema 3 mostra que Tr é um sistema dedutivo.
- Teorema 1 mostra que Tr é um sistema dedutivo consistente.
- Teorema 2 mostra que Tr é um sistema dedutivo completo.

Lema D

Cada axioma é uma sentença verdadeira

Usando a Definição 13 (Axioma) e o Lema C

- Os axiomas do tipo β já são sentenças e seu status como verdade é comprovado pelo Teorema 3.
- Os axiomas do tipo α não são sentenças, mas o Lema C garante que o status de suas quantificações como sentenças verdadeiras.

Teorema 5 - Toda sentença provável é uma sentença verdadeira

Toda sentença provável é uma sentença verdadeira. Em outras palavras, $Pr \subseteq Tr$.

Usando a Definição 17 (Teorema) e o Lema D:

- Vamos definir $X_{\alpha\beta}$ como a classe de todos os axiomas de LCC
- Pelo Lema D: $X_{\alpha\beta} \subseteq Tr$
- Pelo Teorema 3, se $X_{\alpha\beta} \subseteq Tr$ então $Cn(X_{\alpha\beta}) \subseteq Tr$
- Mas, pela definição 17, $Cn(X_{\alpha\beta}) = Pr$, então $Pr \subseteq Tr$

Lemma E

Tarski provê um exemplo de uma sentença em que nem ela nem sua negação podem ser provadas em LCC.

Ambas: $\neg \neg (i_{1,2}) \notin Pr$ e $\neg \neg (\neg (i_{1,2})) \notin Pr$

Tarski comenta apenas que a prova deste lema 'não é inteiramente fácil' (TARSKI, 2007 [1933], p. 67).

Teorema 6 - Há sentenças verdadeiras que não são demonstráveis

O Teorema 5 não pode ser invertido, pois há sentenças verdadeiras que não são demonstráveis, em outras palavras, $Tr \not\subseteq Pr$

Usando o Teorema 2 (Princípio do Terceiro Excluído) e o Lema E:

- Vamos definir $x = \bigcap_1 \bigcap_2 (i_{1,2})$
- Do Teorema 2 **ou** $\bigcap_1 \bigcap_2 (i_{1,2}) \in Tr$ **ou** $\overline{\bigcap_1 \bigcap_2 (i_{1,2})} \in Tr$
- Mas pelo Lema E, **ambos** $\bigcap_1 \bigcap_2 (i_{1,2}) \notin Pr$ **e** $\overline{\bigcap_1 \bigcap_2 (i_{1,2})} \notin Pr$
- Portanto existe pelo menos uma sentença verdadeira, que não é demonstrável em LCC, provando que $Tr \not\subseteq Pr$.

Teorema 7- Pr é um sistema dedutivo consistente, mas não completo

A classe Pr (diferente de Tr) é um sistema dedutivo consistente, mas não completo.

Usando o Teorema 1, o Teorema 5 e o Teorema 6:

- Do Teorema 1, **ou** $x \in Tr$ **ou** $\bar{x} \in Tr$
- Mas pelo Teorema 5, $Pr \subseteq Tr$.
- Portanto, **ou** $x \in Pr$ **ou** $\bar{x} \in Pr$ e assim Pr é consistente.
- No entanto, o Teorema 6 é uma prova que Pr não é completo.

Dada a elegância e o sucesso de sua teoria, várias tentativas foram feitas de contornar a proibição de Tarski e estender sua teoria de modo a obter um conceito de verdade que fosse aplicável a linguagens que contivessem seu próprio predicado verdade, como as linguagens naturais. Talvez o maior empecilho para isto são os paradoxos da família do Mentiroso. No próximo capítulo analisaremos melhor estes paradoxos e algumas soluções propostas.

3 O GRANDE MENTIROSO

O homem que teria, inadvertidamente, dado origem a um dos mais importantes paradoxos da História foi um filósofo e poeta grego nascido em Knossos, na ilha de Creta, no século VII ou VI a.C, chamado Epimenides. Segundo Lawor (1916), Rendel Harris atribuiu a Epimenides o seguinte poema.

'A grave has been fashioned for thee, O holy and high One,
The lying Cretans, who are all the time liars, evil beasts, idle bellies;
But thou diest not, for to eternity thou livest and standest,
For in thee we live and move and have our being.'

(LAWLOR, 1916, p. 180, grifo nosso)

Como Epimenides era cretense, e afirma, no poema, que os cretenses sempre mentem, Epimenides cria um problema. Se o que ele diz é verdadeiro, então, como ele próprio, sendo cretense, sempre mente, então é mentira que os cretenses sempre mentem. O poema não chega a criar um paradoxo, uma vez que podemos admitir que os cretenses, como todo mundo, dizem tanto mentiras quanto verdades e, neste caso, Epimenides está falando uma mentira ao dizer que os cretenses sempre mentem. No entanto, o poema parece ter entrado na imaginação popular grega a ponto de mais de 600 anos mais tarde, a Epístola a Titus, atribuída ao apóstolo Paulo, conter a citação: 'Um dentre eles, o profeta deles disse: Os cretenses são sempre mentirosos, feras selvagens, glutões preguiçosos'.

Provavelmente o primeiro a criar um paradoxo verdadeiro a partir desta ideia foi um filósofo grego da escola de Megara, chamado Ebulides de Mileto, que viveu no século IV a.C. Segundo Dowden (2011), Ebulides teria formulado a seguinte pergunta: 'Um homem diz que ele está mentindo. O que ele diz é verdadeiro ou falso?'. Se o homem diz a verdade então ele, segundo suas próprias palavras, diz algo falso. Se o homem mente então ele, ele diz algo falso ao dizer que está mentindo, então ele diz algo verdadeiro. Esta é, até onde sabemos, a forma original do paradoxo do mentiroso.

Paradoxos e problemas lógicos foram usados intensivamente na disputa entre o Céticos da Academia e os Estoicos. Entre eles, o Paradoxo do Mentiroso parece ter sido a mais esmagadora arma dos Céticos, o que forçou estoicos, como Chrysippus, a escreverem livros inteiros tentando resolvê-lo (SEDLEY, 1998).

O mentiroso reaparece durante a idade média, quando o interesse por paradoxos, sob o nome de *insolubilia*, ocupou gerações de pensadores entre os séculos XII e XIV. Aparentemente, a redescoberta de Aristóteles pela Europa e, em particular, de suas Refutações Sofísticas foi uma causa importante deste movimento. Merece particular destaque o trabalho de Thomas Bradwardine, escrito entre 1321 e 1324, onde defendeu que sentenças do tipo ‘eu estou dizendo uma falsidade’ são falsas. Esta opinião foi compartilhada, embora com uma justificativa diferente, por outro pensador importante, Jean Buridan, que escreveu sobre o assunto entre 1330 até a metade da década de 1350. (SPADE e READ, 2013).

Paradoxos se tornaram um assunto importante desde o início da Filosofia Analítica, com, por exemplo, o Paradoxo de Russell sendo um marco importante no programa logicista. Se tornou costume nesta tradição adotar a distinção de Frank Ramsey e Giuseppe Peano entre paradoxos puramente lógicos e paradoxos semânticos. Os paradoxos semânticos dependeriam de alguma noção ‘semântica’, como verdade, referência ou sentido, enquanto nos paradoxos puramente lógicos tais noções não estariam envolvidas. A intenção desta separação parece ter sido a de permitir a possibilidade de diagnósticos e soluções diferentes para paradoxos semânticos, como o do mentiroso e paradoxos puramente lógicos, como o de Russell (BLACKBURN, 1996).

3.1 VARIEDADES DE MENTIROSO

Existe toda uma família de paradoxos semânticos do mentiroso. Vou apresentar uma lista de membros desta família que, em sua maior parte, é a mesma apresentada por Beall, Glanzberg e Ripley (2016). O primeiro membro desta família é a do mentiroso simples usando falsidade, também conhecido como Mentiroso Clássico.

FLiar: *FLiar* é falsa

Esta é a configuração básica do paradoxo original. Se assumirmos que a frase '*FLiar* é falsa' é verdadeira, como *FLiar* é esta mesma frase, então, na realidade, assumimos que é verdade que *FLiar* é falsa. Ou seja, se assumimos que *FLiar* é verdadeira, chegamos a conclusão de que ela é falsa. Se assumirmos que a frase '*FLiar* é falsa' é falsa, como *FLiar* é esta mesma frase, então, na realidade, assumimos que é falso que *FLiar* é falsa, e então *FLiar* é verdadeira. Ou seja, se assumimos que *FLiar* é falsa, chegamos a conclusão de que ela é verdadeira.

O diagnóstico mais óbvio é que o problema é devido ao fato da sentença referenciar a si mesma. Mas há formas perfeitamente inocentes disto acontecer. Por exemplo:

35Char: A sentença 35Char tem 35 caracteres

A sentença 35Char diz de si mesma que ela possui 35 caracteres, o que é perfeitamente verdadeiro se considerarmos os espaços. Além disso, a possibilidade de auto referência é uma ferramenta importante para matemáticos e lógicos.

Por exemplo, se $\mathcal{L}_{PA}$ é a linguagem da Aritmética de Peano, para toda expressão φ da linguagem, existe um número Natural correspondente $\#(\varphi)$, que é o número de Gödel da fórmula. Em $\mathcal{L}_{PA}$ os números são codificados em uma série, usando 0 e seus sucessores, de tal forma que, por exemplo, $\bar{1} = S(0)$ e $\bar{3} = S(S(S(0)))$. Assim, é possível, e extremamente útil, em $\mathcal{L}_{PA}$, usar expressões como: $\overline{\#(\varphi)} + 0 = \overline{\#(\varphi)}$, que é verdadeira para qualquer expressão em $\mathcal{L}_{PA}$. E, como toda expressão tem um número correspondente, esta expressão é verdadeira também quando ' φ ' é o próprio número de Gödel para $\overline{\#(\varphi)} + 0 = \overline{\#(\varphi)}$ (HORSTEN, 2011). Se incluirmos um predicado significando 'falso' na linguagem, já temos os ingredientes para criar uma expressão equivalente a *FLiar*. Ou seja, existe uma sentença $Fs(\overline{\#(\lambda)})$, cujo número de Gödel é justamente $\#(\lambda)$.

Outra situação em que a auto referência se torna possível é o caso de linguagens que permitam declarar o significado de variáveis proposicionais e que possuam algum mecanismo de citação. A declaração é um instrumento extremamente útil, uma vez que podemos transformar fórmulas complexas em outras, mais simples, com o mesmo significado. Por exemplo, digamos que tenhamos a seguinte fórmula:

$$\left((\neg p \wedge \neg q) \vee ((\neg(\neg p \wedge \neg q) \wedge r) \vee (\neg(\neg p \wedge \neg q) \wedge \neg r)) \right)$$

Através da declaração $s := (\neg p \wedge \neg q)$ podemos reduzi-la a uma forma muito mais clara:

$$(s \vee ((\neg s \wedge r) \vee (\neg s \wedge \neg r)))$$

Vimos que Tarski colocou objeções ao uso de nomes de citação com o uso de aspas. Quine projetou um mecanismo, conhecido como quasicitação como um meio conveniente de se referir a estrutura de expressões que podem conter conteúdo não especificado, como variáveis. Assim, por exemplo ' $(x + 0)$ ' deve ser lido como: o resultado de encerrar entre parênteses a conjunção de um valor não especificado x com o símbolo ' 0 ', nesta ordem, pelo símbolo '+' (QUINE, 1981). Uma vez que definamos um valor para x , ou se usarmos uma constante c , a quasi-citação se transforma em um nome estrutural da expressão obtida removendo os sinais "'" e "'". Assim, por exemplo ' $(c + 0)$ ' deve ser lido como: a expressão que é o resultado de encerrar entre parênteses a conjunção da constante c com o símbolo ' 0 ', nesta ordem, pelo símbolo '+'.
 Se incluirmos um predicado significando 'falso' a uma linguagem que possua estes dois mecanismos, já temos os ingredientes para criar a expressão *FLiar*.

$$FLiar := Fs('FLiar')$$

A partir dos exemplos acima, fica claro que, mesmo que a auto referência seja uma condição necessária (é veremos que isto não parece ser o caso), ela não é suficiente para um paradoxo. *FLiar* é um paradoxo semântico, então o uso de um conceito semântico deve ser incluído. De fato, a conjunção da auto referência com um conceito semântico como 'falso' ou 'verdadeiro' são recursos suficientes para criar o paradoxo.

No entanto, ainda assim, eles podem ser combinados sem gera-lo. A sentença abaixo é problemática, mas não é paradoxal.

Veridic: *Veridic* é verdadeira

O motivo de *Veridic* ser problemática é que ela é compatível tanto com ser verdadeira quanto com ser falsa. Se assumirmos que a frase '*Veridic* é verdadeira' é verdadeira, como *Veridic* é esta mesma frase, então, na realidade, chegamos à conclusão de que ela é verdadeira. Se assumirmos que a frase '*Veridic* é verdadeira' é falsa, como *Veridic* é esta mesma frase, então, na realidade, assumimos que é falso que *Veridic* é verdadeira, e então *Veridic* é verdadeira. Ou seja, se assumimos que *Veridic* é falsa, chegamos à conclusão de que ela é falsa. Em outras palavras, *Veridic* toma o valor verdade que assumirmos que ela possui. Isto parece contrariar a ideia de que acreditamos corretamente em uma sentença quando esta sentença é verdadeira, e não o contrário.

Vimos que Tarski estava disposto a eliminar não só *FLiar* e *Veridic* mas qualquer possibilidade de auto referência semântica. Talvez sua solução pareça extrema, mas neste ponto é bom lembrar as palavras de Quine.

The paradoxes of this class are called antinomies, and it is they that bring on the crises in thought. An antinomy produces a self-contradiction by accepted ways of reasoning. It establishes that some tacit and trusted pattern of reasoning must be made explicit and henceforward be avoided or revised.

(QUINE, 1976, p. 7)

De uma forma geral, os autores que propõem soluções para a Antinomia do Mentiroso estão dispostos a ir além de Tarski no questionamento de formas de raciocínio não só aceitas como veneráveis. Um exemplo disso é a disposição em abrir mão do princípio da bivalência, ou seja, a aparentemente evidente ideia de que uma sentença ou proposição tem exatamente um de dois valores possíveis: verdadeiro ou falso. Mas mesmo uma decisão tão grave não é suficiente e as soluções que usam mais de dois valores verdade precisam ser sofisticadas para tentar lidar com paradoxos. Alegadamente, uma das razões é a existência de um outro membro da família: o mentiroso simples usando não verdade. Esta variante é conhecida como Mentiroso Fortalecido, pois resiste a soluções simples que abram mão da bivalência.

SLiar: *SLiar* é não verdadeira

Ou

$$SLiar := \neg Tr('SLiar')$$

Mesmo se admitirmos um terceiro valor verdade, com as sentenças por exemplo, podendo ser verdadeiras, falsas ou nem verdadeiras nem falsas, o paradoxo persiste. Ele funciona essencialmente da mesma maneira de *FLiar* se assumirmos que *SLiar* é verdadeira, ou se assumimos que ela é falsa. Se assumirmos que ela é nem verdadeiras nem falsa, então era não é verdadeira, o que torna a expressão '*SLiar* é não verdadeira' verdadeira. Eu usei a expressão 'alegadamente' quando disse que o paradoxo fortalecido seria uma das razões para soluções simples que abram mão da bivalência não sejam suficientes, porque concordo com Adam Rieger (2001) em que o mesmo problema acontece com o paradoxo original. Se assumirmos que *FLiar* é nem verdadeira nem falsa, então era não é falsa, o que torna a expressão '*FLiar* é falsa' falsa. Como a diferença de força entre as duas versões do paradoxo é dada como fato em quase toda literatura, me parece adequado citar a opinião do próprio Rieger.

(...) it is strange that so much has been made of the difference between the simple and strengthened liar. For the same phenomenon – that contradiction reasserts itself once the liar sentence has been classified as neither true nor false – occurs with the simple liar too.

(RIEGER, 2001, p. 196)

Tanto o Mentiroso Clássico quanto o Mentiroso Fortalecido podem ser expandidos em sentenças complexas igualmente paradoxais. Desta maneira é possível criar uma lista infinita de sentenças paradoxais. Beall, Glanzberg e Ripley (2016) fornecem um exemplo particularmente simples de uma sentença disjuntiva com o Mentiroso Fortalecido e uma sentença falsa.

$$DLiar := \left((\neg Tr('DLiar')) \vee (1 = 0) \right)$$

Assumindo sucessivamente que *DLiar* é verdadeira e que é falsa teremos:

- $(\neg(\text{verdadeiro}) \vee \text{falso}) \models (\text{falso} \vee \text{falso}) \models \text{falso}$
- $(\neg(\text{falso}) \vee \text{falso}) \models (\text{verdadeiro} \vee \text{falso}) \models \text{verdadeiro}$

Não é necessário que a sentença referencie a si mesmo diretamente. O paradoxo pode ser criado por meio de ciclos. A versão mais simples destes ciclos é:

A: *B* é verdadeira

B: *A* é não verdadeira

Ou

$$A := Tr(^{\ulcorner}B^{\urcorner})$$
$$B := \neg Tr(^{\ulcorner}A^{\urcorner})$$

Se assumirmos que *A* é verdadeira, então concluímos que *B* é verdadeira, mas como ela afirma que *A* não é verdadeira e chegamos a uma contradição. Se assumirmos que *A* é falsa, então concluímos que *B* é falsa, mas como ela afirma que *A* não é verdadeira, se ela é falsa, *A* é verdadeira e chegamos novamente a uma contradição. Atribuir valores a *B* gera o mesmo problema. Assim, simplesmente bloquear a possibilidade sintática de que uma sentença se declare falsa não resolve o problema. De fato, Kripke (1975) criou uma versão do Mentiroso em Ciclo que parece descartar soluções sintáticas. Vimos que as Teorias Deflacionistas têm que admitir um papel mínimo do predicado verdade como recurso linguístico no caso de queremos afirmar, ou negar, um número finito ou infinito de sentenças que só podemos demarcar definindo certas condições. Este é o caso de quando afirmamos, por exemplo, que tudo que uma pessoa disser sobre um assunto é verdade. Note que 'tudo que a pessoa *A* disser sobre o assunto Σ ' é um predicado empírico, em que o conjunto de sentenças que o satisfaz não pode ser definido logicamente, mas apenas empiricamente, pelos fatos do mundo.

The versions of the Liar paradox which use empirical predicates already point up one major aspect of the problem: many, probably most, of our ordinary assertions about truth and falsity are liable, if the empirical facts are extremely unfavorable, to exhibit paradoxical features.

(KRIPKE, 1975, p. 691)

Se os fatos empíricos forem extremamente desfavoráveis, um paradoxo pode ser gerado. Por exemplo, definamos duas possíveis declarações envolvendo um determinado assunto Σ :

Harry: *Tudo que Sally diz envolvendo Σ é verdade*

Sally: *A maior parte do que Harry diz envolvendo Σ é falso*

Se Sally tem sido infalível sobre Σ a frase *Harry* é verdadeira e, ao mesmo tempo, se Harry erra mais que acerta quando fala algo envolvendo Σ , a frase *Sally* é, ao mesmo tempo, verdadeira. Mas note que a frase *Harry* sobre Sally envolve o assunto Σ e, desta forma, ela, ao ser verdadeira ou falsa, se dita por Harry, altera a porcentagem do que ele diz sobre Σ que é falso, ou seja, tem o potencial de alterar o valor verdade da frase *Sally*. E digamos que os fatos empíricos são extremamente desfavoráveis, de modo que, até Harry fazer o comentário *Harry* sobre Sally, ele tenha expresso exatamente o mesmo número de sentenças verdadeiras e de falsas sobre Σ e Sally tenha sido infalível até o momento que Sally faça o comentário *Sally*. Se o comentário de Harry for verdade, ele passa a ter dito mais verdades que falsidades sobre Σ , mas isto torna o comentário de Sally falso, o que, por sua vez, torna o comentário de Harry falso. Se o comentário de Harry for falso, ele passa a ter dito mais falsidades que verdades sobre Σ , mas isto torna o comentário de Sally verdadeiro, o que, por sua vez, torna o comentário de Harry verdadeiro. O paradoxo surge por uma situação completamente contingente em um uso essencial do predicado verdade, ou seja, falar sobre um número não especificado de sentenças que atendam certa condição. Este uso não pode ser dispensado pelas escolas deflacionistas, sendo uma função linguística fundamental do predicado verdade. O paradoxo de Kripke é um teste importante para qualquer teoria da verdade.

Até 1993, a opinião geral era que o paradoxo só poderia ser gerado por auto referência direta (como no caso de *FLiar* e *SLiar*), ou indireta (como no caso dos ciclos). Neste ano, porém, Stephen Yablo publicou um artigo de uma página intitulado *Paradox without Self-Reference* (YABLO, 1993), que colocou esta visão em cheque. Neste artigo, Yablo pede que imaginemos uma sequência infinita de sentenças $S_1, S_2, S_3 \dots$, em que cada sentença afirme que todas as sentenças que a seguem na série é falsa.

(S_1) para todo $k > 1$, S_k é falsa

(S_2) para todo $k > 2$, S_k é falsa

(S_3) para todo $k > 3$, S_k é falsa

...

Se supormos que alguma sentença S_n é verdadeira, e isto inclui S_1 , então em qualquer $k > n$, S_k é falsa e isto inclui S_{n+1} . No entanto, se S_{n+1} é realmente falsa alguma sentença depois dela deve ser verdadeira, o que torna S_n falsa. Se supormos que a sentença S_1 é falsa, então alguma sentença S_n é verdadeira e voltamos ao problema. Chegamos a conclusão que S_1 é paradoxal. Como já vimos que existem casos em que a auto referência direta ou indireta geram sentenças não paradoxais, a auto referência não é uma condição suficiente para o problema. Se concordarmos com Yablo que S_1 é paradoxal sem que ela se auto referencie, ou seja referenciada por qualquer sentença S_k onde $k > 1$, então chegamos a conclusão que a auto referência usando o predicado ‘verdadeiro’ (ou ‘falso’) não é uma condição necessária e nem suficiente para o problema dos paradoxos da família do Mentiroso.

O paradoxo de Yablo e o paradoxo empírico de Kripke parecem ser pedras de toque para testar possíveis soluções para o Mentiroso. Mas há uma versão do paradoxo que parece ser o teste final. Este paradoxo foi adequadamente batizado de Vingança do Mentiroso. Digamos que classificamos sentenças como *SLiar* como pertencendo a tipo qualquer $\mathfrak{C}$ que nos permite escapar do paradoxo. Por exemplo, podemos dizer que a sentença *SLiar* é sem sentido e por isto não tem um valor verdade. Vamos assumir que esta solução funciona. Se $\mathfrak{C}$ é uma solução para *SLiar* então $\mathfrak{C}(p) \neq \neg Tr(p)$. Caso contrário, classificar *SLiar* como $\mathfrak{C}$ implicaria que *SLiar* não é verdadeira. Como ela se diz não verdadeira, ela seria verdadeira. Assim, em nosso exemplo, ao dizer que uma sentença é sem sentido, isto não nos permitiria afirmar que ela é não verdadeira, ou retornaríamos ao paradoxo.

Assumindo então, que $\mathcal{C}$ é uma solução robusta, podemos construir, sobre ela, o seguinte paradoxo.

$$RLiar := \left((\neg Tr(RLiar)) \vee \mathcal{C}(RLiar) \right)$$

Se assumirmos $RLiar$ como verdadeira ela não é do tipo $\mathcal{C}$, e assim ela só pode ser verdadeira se $\neg Tr(RLiar)$ for verdadeira, o que a torna falsa. Se assumirmos $RLiar$ como falsa ela não é do tipo $\mathcal{C}$, e assim ela só pode ser falsa se $\neg Tr(RLiar)$ é falsa e $RLiar$ é verdadeira. Se assumirmos $RLiar$ é do tipo $\mathcal{C}$, $\neg Tr(RLiar)$ é falsa, como programado, mas $\mathcal{C}(RLiar)$ é verdadeira, tornando $RLiar$ verdadeira. E novamente temos um paradoxo.

J.C. Beal (2007) argumenta que devemos procurar distinguir o fenômeno da Vingança do uso da Vingança como objeção à solução $\mathcal{C}$. Se o objetivo da teoria que inclui $\mathcal{C}$ é explicar plenamente os fenômenos da linguagem natural, então parece que Vingança seria uma objeção definitiva. Mas isto não precisa ser o caso. Se o objetivo da teoria que inclui $\mathcal{C}$ é iluminar conceitos importantes em nossa linguagem natural, sem ter o mesmo poder que ela, que foi o caminho tomado por Tarski, pode ser perfeitamente aceitável que a linguagem da teoria não permita que Vingança seja expressa nesta mesma linguagem. Se esta deficiência não for relevante para os objetivos da teoria, a objeção é inválida. Eu sou inclinado a concordar com Beal se eu o interpretei corretamente que Vingança é uma objeção *prima facie* final apenas para um projeto que pretenda ser uma teoria para verdade na linguagem natural e não para teorias mais modestas. No entanto, isto significa que uma definição de verdade que tenha pretensão de ser aplicável a linguagem natural, que é o caso da que será apresentada neste trabalho, precisa ser imune a vingança.

3.2 MENTIROSOS EXPLOSIVOS

Como veremos, os paradoxos da família do mentiroso têm gerado soluções de diversos tipos. Um destes tipos, por exemplo, abraça a contradição e define que, por exemplo $SLiar$ é, de fato, verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Os detalhes de uma destas soluções serão dados mais adiante. Aqui desejo apenas demonstrar um perigo ligado a aceitar que uma sentença é verdadeira e, simultaneamente aceitar que ela é falsa. Isto pode acontecer acidentalmente se, em uma teoria, inadvertidamente se inclui uma premissa que permita a criação de um paradoxo. Digamos que admitimos uma premissa que conclui $SLiar$. Em algum ponto do argumento, usando $SLiar := \neg Tr('SLiar')$ chegamos à conclusão $\neg Tr('SLiar')$. Este resultado, em outro ponto do argumento, pode ser combinado com a equivalência clássica $\neg Tr('SLiar') \leftrightarrow \neg SLiar$ para chegar à conclusão $\neg SLiar$. A presença simultânea de sentenças contraditória como $SLiar$ e $\neg SLiar$ em uma teoria tem consequências dramáticas. O teorema abaixo demonstra que, a partir do paradoxo, da equivalência $Tr('p') \leftrightarrow p$ e de axiomas e regras de inferência da lógica clássica, podemos provar qualquer coisa. Isto é chamado de explosão.

1	$SLiar$	<i>Hipótese</i>
2.	$\neg Tr('SLiar')$	<i>Pela definição de 'SLiar'</i>
3	$\neg Tr('SLiar') \rightarrow \neg SLiar$	<i>Via Sentenças-T</i>
4	$\neg SLiar$	<i>2,3 e Modus Ponens</i>
5	$(SLiar \rightarrow (SLiar + q))$	<i>Introdução da Disjunção</i>
6	$(SLiar + q)$	<i>1, 5 e Modus Ponens</i>
7	$(SLiar + q) \circ \neg SLiar$	<i>6,4 e Adjunção</i>
8	$((SLiar + q) \circ \neg SLiar) \rightarrow q$	<i>Silogismo Disjuntivo</i>
9	q	<i>7, 8 e Modus Ponens</i>

A ideia de que raciocínios que geram consequências paradoxais podem passar despercebidos é bem menos absurda do que pode parecer. A divisão dos paradoxos entre paradoxos semânticos e paradoxos puramente lógicos é relativamente arbitrária e uma teoria ideal resolveria os dois problemas com a mesma solução. E é um fato

histórico que raciocínios que implicavam paradoxos lógicos passaram despercebidos. O caso mais famoso foi o do Paradoxo de Russell. Zalta (2017) explica este episódio. Já no primeiro volume de seu *Grundgesetze der Arithmetik* (Leis básicas da Aritmética), publicado em 1893, Frege adicionou como um axioma o que, para ele, era uma proposição lógica: a Lei Básica V. Frege explica este axioma da seguinte forma.

For any (first-level) function of one argument, there is some object that is its value-range; and two such functions are by Axiom (V) equal in value-range if and only if their values always equal for any given argument. Concepts (*ibid.*, pp. 15-16) are functions whose values can only be the True or the False. For the value-ranges of concepts, which are called their extensions, the principle runs thus: Two concepts are equal in extension if and only if whatever falls under either falls under the other.

(FREGE, 1960, p. 234 nota A)

Podemos explicar a ideia em termos simples. Os conjuntos são definidos por suas extensões. Conceitos são funções sobre um conjunto qualquer e os dois valores Verdadeiro e Falso. Se dois conceitos levam dos mesmos objetos aos mesmos valores verdade eles são o mesmo conceito. Implícito neste axioma está a ideia de que qualquer conceito pode ser definido desta forma.

Frege dá um depoimento comovente das circunstâncias em que o problema foi descoberto. O segundo volume de *Grundgesetze der Arithmetik*, que coroaria o trabalho de sua vida, estava sendo impresso para publicação, o que aconteceria em 1903, quando ele recebeu uma carta de Bertrand Russell.

Hardly anything more unfortunate can befall a scientific writer than to have one of the foundations of his edifice shaken after the work is finished. This was the position I was placed in by a letter of Mr. Bertrand Russell, just when the printing of this volume was nearing its completion.

(FREGE, 1960, p. 234)

A carta foi enviada em junho de 1902 (HEIJENOORT, 2002). Após copiosos elogios ao trabalho de Frege, Russell diz que há apenas um ponto onde ele encontrou uma dificuldade, o que é, em termos gerais, equivalente a um tripulante do Titanic enviar uma mensagem dizendo que a viagem inaugural encontrou um único 'ponto de dificuldade'. O ponto em que Russell encontrou foi colocado na forma de uma pequena

pergunta: Seja w o predicado: ser um predicado que não pode ser predicado a si mesmo. W pode ser predicado de si mesmo? Tanto assumir que w pode ser predicado a si mesmo quanto assumir que w não pode ser predicado a si mesmo leva a conclusão contrária.

Este paradoxo foi devastador para o trabalho de Frege. De fato, Zalta comenta que, por muitos anos, a inconsistência na Lei Básica V tem um ofuscado a profunda realização teórica que pode ser extraída de sua obra. Sem o *Begriffsschrifts* e o *Grundgesetze der Arithmetik*, os Principia mathematica de Alfred North Whitehead e Bertrand Russell talvez não tivessem existido. Isto não quer dizer que a importância do paradoxo foi exagerada. Muitos dos teoremas de Frege decorriam da Lei Básica V. E, como vimos, se deste axioma, podemos concluir tanto $W(W)$ quanto $\neg W(W)$, qualquer coisa pode ser concluída. As soluções de Russell e de Zermelo contornaram a Lei Básica V, impedindo que fosse possível definir W em suas teorias. Há, claro, a alternativa de encontrar um erro no próprio argumento da explosão. De qualquer forma, os paradoxos não podem ser ignorados. A seguir mostro algumas tentativas de solução do Mentiroso.

3.3 ALGUMAS SOLUÇÕES PARA MENTIROSO

Dowden (2011) provê uma útil visão geral dos caminhos que foram tomados para lidar com sentenças do tipo Mentiroso.

- *SLiar* não tem valor verdade porque é **não-gramatical**.
- *SLiar* não tem valor verdade porque, apesar de gramatical, **não tem sentido**.
- *SLiar* **não tem valor verdade** apesar de ser gramatical e ter sentido.
- *SLiar* tem valor verdade e o **argumento** que leva ao paradoxo é falho.
- *SLiar* é **paradoxal** e precisamos aprender a viver com isto.

Tornar uma sentença paradoxal impossível de ser expressa na linguagem foi o caminho que Tarski tomou. Não é válido na gramática da linguagem que ela atribua qualquer valor verdade a suas próprias sentenças. Como dediquei um capítulo inteiro a solução de Tarski, não é necessário nenhum comentário adicional.

J. C. Beal (2001) propõe uma solução que define *SLiar* como sem sentido. Beal argumenta que a ideia fundamental do deflacionismo sobre a verdade é que, mesmo que a verdade seja uma propriedade genuína, atribuir a verdade a *P* não é muito diferente da mera afirmação de *P*. Uma das características do deflacionismo é a ideia de eliminabilidade, ou seja, a ideia de que o predicado verdade é, em princípio eliminável, de qualquer sentença significativa. Em condições de discurso especiais, como ‘tudo que o mestre disser é verdade’, não é possível, na prática, eliminar o predicado verdade simplesmente porque esta sentença implica uma conjunção infinita. Mas, em princípio, um ser infinito poderia substituir mesmo esta sentença, por uma sentença infinita sem o predicado verdade e com o mesmo sentido. Porém, o predicado verdade não é eliminável de *SLiar* nem mesmo em princípio e, assim, o deflacionista tem uma razão não *ad-hoc* para dizer que esta sentença não tem sentido, uma vez que, segundo ele, em toda sentença com sentido o predicado verdade seria eliminável.

Barwise e Etchemendy (1987) propõe uma solução do tipo: *SLiar* tem valor verdade, mas o argumento que leva ao paradoxo é falho. Em seu artigo de crítica ao livro, Anil Gupta (1989) fornece um excelente resumo da teoria. Ela se baseia no conceito do J. L. Austin de que a linguagem possui convenções descritivas que correlacionam sentenças com tipos de situações que, possivelmente, existem no mundo. Tomemos como exemplo a sentença ‘Sócrates é mortal’ ou seu equivalente formal *Mortal(socrates)*. As convenções descritivas da linguagem relacionam esta sentença com um tipo de situação, que descreveremos como $[Mortal, socrates; 1]$. Na notação de Barwise e Etchemendy o primeiro elemento é um conjunto que define uma propriedade e o segundo é um objeto. Se o terceiro elemento é 1 ele designa que o objeto pertence ao conjunto e se é 0 que ele não pertence ao conjunto.

No momento em que uma sentença é usada, as convenções demonstrativas da linguagem selecionam uma situação no mundo. Uma situação é simplesmente um conjunto de *states of affairs*. Assim como tipos de situação, os *states of affairs* também são modelados por uma teoria de conjuntos e podem incluir, da mesma forma, objetos, propriedades e relações. A notação de Barwise e Etchemendy para *states of affairs* é a mesma que para tipo de situação, diferindo apenas em que os tipos de situação aparecem envolvidos em colchetes ‘[]’ enquanto os *states of affairs* usam parênteses angulares ‘()’. No caso da sentença ‘Sócrates é mortal’, quando de seu uso, ela pode se vincular a uma situação como $s = \{(Mortal, socrates; 1), \dots\}$.

A definição de verdade de Austin é importante para a teoria. Ela define que uma sentença é verdadeira quando a situação a qual a sentença refere contém um *state of affairs* do tipo descrito pela sentença. Assim, ‘Sócrates é mortal’ é verdadeira porque a situação $s = \{(Mortal, socrates; 1), \dots\}$ contém um *state of affairs* do tipo $T_{Ms} = [Mortal, socrates; 1]$.

De forma fundamental, porém, Barwise e Etchemendy admitem que não só sentenças, mas proposições podem ser verdadeiras ou falsas. O que eles entendem por uma proposição é o conjunto formado por uma situação que é definida pelo contexto quando a sentença é expressa e um tipo de situação descrito pela sentença: $\{s, T\}$. Quando ‘Sócrates é mortal’ é expressa, o contexto e as convenções da linguagem a vinculam a um significado, que é a proposição $p_{Ms} = \{s, T_{Ms}\}$, onde s é a situação $\{(Mortal, socrates; 1), \dots\}$ e T_{Ms} é o tipo de situação $[Mortal, socrates; 1]$.

É importante notar que a situação s não precisa abranger o mundo inteiro e, de fato, pode até conter um único *state of affairs* que é aquele relevante para a sentença. Se a verdade for definida como a propriedade Tr , então podemos ter um *state of affairs* $\langle Tr, p; 1 \rangle$ que define que a proposição p pertence ao conjunto Verdade ou um *state of affairs* $\langle Tr, p; 0 \rangle$ que define que a proposição p não pertence ao conjunto Verdade, mas nunca os dois *state of affairs* pertencem à mesma situação do mundo.

A linguagem usada por Barwise e Etchemendy possui uma constante **this** que permite a criação da sentença do Mentiroso. Em termos simples, esta constante denota a proposição expressa pela sentença em que ocorre. Assim, $\sim True(this)$ é a sentença do mentiroso. Ela expressa a proposição $p_{liar} = \{s, [Tr, p_{liar}; 0]\}$. O problema, segundo eles, é que a sentença $\sim True(this)$ é infinitamente ambígua e esta proposição está longe de ser a única expressa por ela. Mas vamos primeiro analisar esta proposição.

As chaves para a solução do Mentiroso são: (1) existem duas maneiras em que uma sentença é falsa na teoria e (2) no modo que Barwise e Etchemendy lidam com o princípio da não contradição e o princípio do terceiro excluído. A maneira como o princípio da não contradição é definível na teoria é que, dada uma situação s se $\langle P, a; 1 \rangle \in s$ então, obrigatoriamente $\langle P, a; 0 \rangle \notin s$. Da mesma forma se $\langle P, a; 0 \rangle \in s$ então, obrigatoriamente $\langle P, a; 1 \rangle \notin s$. Sua versão do princípio do terceiro excluído é expressa pelo fato que o terceiro parâmetro de um *state of affairs* só pode ter dois valores: 0 ou 1. No entanto, não é obrigatório que um dos dois *states of affairs* pertença a s . Na verdade, se $\mathcal{U}$ é o conjunto de todos os *states of affairs* do mundo, não é obrigatório que $\langle P, a; 0 \rangle \in \mathcal{U}$ ou $\langle P, a; 1 \rangle \in \mathcal{U}$. Assim, as duas maneiras que uma sentença pode ser falsa são (1) se ela possui um tipo como $[P, a; 0]$ e $\langle P, a; 1 \rangle \in \mathcal{U}$ ou possui um tipo como $[P, a; 1]$ e $\langle P, a; 0 \rangle \in \mathcal{U}$ ou (2) se ela possui um tipo como $[P, a; 1]$ (ou $[P, a; 0]$) e ambos $\langle P, a; 1 \rangle \notin \mathcal{U}$ e $\langle P, a; 0 \rangle \notin \mathcal{U}$.

Para que $p_{liar} = \{s, [Tr, p_{liar}; 0]\}$ seja verdadeira, a situação s precisa conter um *state of affairs* do tipo $[Tr, p_{liar}; 0]$, ou seja, $\langle Tr, p_{liar}; 0 \rangle \in s$. No entanto, seu significado define que, para que ela seja verdade, $\langle Tr, p_{liar}; 0 \rangle \notin s$. A solução é que nem $\langle Tr, p_{liar}; 0 \rangle \in s$ e nem $\langle Tr, p_{liar}; 1 \rangle \in s$ e p_{liar} é falsa porque a situação não é do tipo descrito por ela, e não porque a situação contém um *state of affairs* do tipo oposto. Note então que a falsidade de p_{liar} não é um *state of affairs* da situação s .

Uma vez que descobrimos a falsidade de p_{liar} , podemos definir uma situação s^1 mais abrangente que s , onde $s^1 = s \cup \{\langle Tr, p_{liar}; 0 \rangle\}$ e, para Barwise e Etchemendy não há razão para que $\sim True(this)$ se refira a esta situação em vez de s . Neste caso, temos que o significado desta sentença passa a ser $p_{liar}^1 = \{s^1, [Tr, p_{liar}; 0]\}$. Diferente da primeira proposição, esta é verdadeira. Mas nada impede que definamos uma situação s^2 mais abrangente que s^1 , onde $s^2 = s^1 \cup \{\langle Tr, p_{liar}^1; 1 \rangle\}$ e uma nova proposição $p_{liar}^2 = \{s^2, [Tr, p_{liar}^1; 0]\}$, que, evidentemente é uma proposição falsa. Este processo continua indefinidamente, criando situações cada vez mais abrangentes e proposições que se alternam em ser verdadeira e falsas e todas elas são significados de $\sim True(this)$. O paradoxo do mentiroso não é uma antinomia porque ele comete a falácia de misturar os diversos significados da sentença. Segundo a teoria, a falácia não é diferente daquelas mais óbvias, em que um texto define um significado técnico específico para um termo comum e depois o argumento mistura os dois significados. Por exemplo: definamos a palavra liberdade como significando servir ao Estado. O homem só é feliz quando tem liberdade, assim o homem só é feliz quando serve ao Estado. A diferença é que embora baste apenas um mínimo de atenção para perceber esta falácia, se Barwise e Etchemendy estão certos, entender as mudanças de sentido de $\sim True(this)$ exige conhecimento específico da sua teoria da linguagem.

Restam dois tipos de solução em nossa lista. A solução de Kripke é a mais influente das soluções que fazem com que $SLiar$ não tenha valor verdade e a de Priest é a mais influente das soluções que dizem que $SLiar$ é realmente paradoxal e precisamos aprender a viver com isto. Veremos estas importantes soluções em detalhes.

3.3.1 O Ponto Fixo de Kripke

Kripke introduz intuitivamente sua teoria como um processo de explicar a palavra ‘verdade’ a uma pessoa que não entende o que esta palavra significa. Vamos seguir o método de Kripke, mas vamos usar um personagem que, apesar de compreender perfeitamente nosso idioma, é um filósofo analítico que é cético de que possamos dar uma definição formal para a palavra ‘verdade’ e se recusa a utilizá-la em seus textos a menos que tal definição seja apresentada. Chamaremos nosso personagem de Saul. Saul é versado em lógica e, apesar de seu ceticismo, é uma pessoa razoável e aceita que criemos convenções para o uso de termos da linguagem. Em particular, Saul aceita que utilizemos a teoria de modelos e a lógica forte de Kleene.

O modelo que usaremos para a linguagem L tem como componentes:

- D - um conjunto não vazio chamado de domínio.
- i - uma função interpretação.
- Uma Álgebra sobre um Lattice $(\mathbb{V}, \leq)^{10}$

A função interpretação funciona definindo:

- Para cada constante c em L , um elemento de D , ou seja:

$$i(\ulcorner c \urcorner) = a \in D$$

- Para cada função f de grau n em L , uma função D^n para D ou seja

$$i(\ulcorner f(x_1, x_2 \dots x_n) \urcorner) = D^n \rightarrow D$$

- Para cada predicado P de grau n em L , um subconjunto de D^n em que o predicado se aplica, em outras palavras, a extensão de P , ou seja:

$$i(\ulcorner P(x_1, x_2 \dots x_n) \urcorner) = E_P^n \subseteq D^n$$

Para todo P corresponde também uma anti-extensão $A_P^n \subseteq D^n$. Normalmente podemos assumir que a anti-extensão A_P^n de P é a extensão de sua negação $\neg P$, e vice-versa, ou seja, $A_P^n = E_{\neg P}^n$ e $A_{\neg P}^n = E_P^n$. Em uma linguagem totalmente clássica, a anti-extensão A_P^n de P seria o conjunto complemento da extensão em relação ao conjunto D^n , ou seja, $A_P^n = D^n - E_P^n$, o que significa que $A_P^n \cup E_P^n = D^n$ (todos os elementos do

¹⁰ Uma introdução ao Algebras Abstratas baseadas em Lattices será dada na seção 4.2.2

domínio, ou atendem o predicado, ou atendem sua negação). No entanto é possível definir um predicado não clássico em que $A_p^n \cup E_p^n \subseteq D^n$, mas onde exista um conjunto U_p^n , em que o predicado não está definido, tal que $A_p^n \cup E_p^n \cup U_p^n = D^n$.

A interpretação das sentenças da linguagem L é um elemento de um conjunto $\mathbb{V}$. Chamamos $\mathbb{V}$ de ‘conjunto verdade’ e cada elemento de ‘valor verdade’. Esta mera convenção não nos compromete, e nem a Saul, com o conceito de verdade em si. É fato que, em alguns casos, este conjunto pode ser $\mathbb{V} = \{\perp, \top\}$, onde $\top$ significa verdade e $\perp$ significa falsidade, o que parece implicar tal compromisso. No entanto, é muito mais conveniente, e filosoficamente neutro, usarmos números para o conjunto verdade. Na interpretação clássica, os dois valores seriam representados por $\{0, 1\}$. Na formalização da teoria de Kripke usaremos $\mathbb{V} = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$, onde 1 pode ser lido como expressando a verdade da sentença e 0 expressando a falsidade da sentença. No entanto, mesmo após termos apresentado uma formalização de verdade aceitável para Saul, $\frac{1}{2}$ não será interpretado como um valor verdade em si, mas simplesmente como sendo uma forma conveniente de expressar que a sentença não tem um valor verdade definido¹¹. Esta maneira de encarar o conjunto verdade com três valores não é universal. É comum que $\frac{1}{2}$ seja lido como o valor verdade ‘nem verdadeiro e nem falso’. Em lógica *fuzzy* o conjunto verdade normalmente utilizado é $\{v \in \mathbb{R} \mid 0 \leq v \leq 1\}$ representando que uma sentença pode ter uma gama infinita de valores verdade que vão de ‘totalmente falso’ a ‘totalmente verdadeiro’, passando por ‘verdadeiro em grau n ’. Estas diferentes leituras são importantes do ponto de vista filosófico, mas irrelevantes do ponto de vista formal.

- Para cada sentença atômica $P(c_1, c_2 \cdots c_n)$ de grau $n \geq 1$ em L , onde $c_1, c_2 \cdots c_n$ são constantes:

$$i(\ulcorner P(c_1, c_2 \cdots c_n) \urcorner) = v \in \mathbb{V}$$

Definimos que um dos componentes do modelo da linguagem é uma Álgebra sobre um Lattice $(\mathbb{V}, \leq)$. Não é importante agora que expliquemos o que é um Lattice. Para

¹¹ Em sua nota de rodapé 18 (KRIPKE, 1975, p. 700-701), Kripke é explícito em negar que ‘indefinido’ seja um valor verdade extra, em adição a ‘verdadeiro’ e ‘falso’. Da mesma forma que a função $1/x$ não tem valor definido para $x = 0$ e não dizemos que ‘indefinido’ é um número extra, em adição aos números Reais, a existência de sentenças com valor verdade indefinido não implica a existência de um valor verdade extra.

nossos propósitos basta que, ao dizermos que $(\mathbb{V}, \leq)$ é um Lattice, isto representa que o conjunto $\mathbb{V}$ é ordenado e esta ordenação tem certas propriedades mínimas. Uma Álgebra, no sentido relevante aqui, é simplesmente um Lattice em conjunto com certas funções que podemos executar sobre os elementos do conjunto. Em nosso caso utilizaremos um tipo de Álgebra de Kleene. Em seu livro *Introduction to Metamathematics* (KLEENE, 1971), Stephen Cole Kleene definiu uma lógica de 3 valores conhecida como Lógica Forte de Kleene ou K_3 . As tabelas verdade mostradas na Figura 5, retirada de seu livro, ilustram o funcionamento desta lógica:

$\bar{Q}$	$Q \vee R$	$Q \& R$	$Q \rightarrow R$	$Q \equiv R$
	$R \quad t \quad f \quad u$	$R \quad t \quad f \quad u$	$R \quad t \quad f \quad u$	$R \quad t \quad f \quad u$
$Q \quad t \quad \quad f$	$Q \quad t \quad \quad t \quad t \quad t$	$Q \quad t \quad \quad t \quad f \quad u$	$Q \quad t \quad \quad t \quad f \quad u$	$Q \quad t \quad \quad t \quad f \quad u$
$f \quad \quad t$	$f \quad \quad t \quad f \quad u$	$f \quad \quad f \quad f \quad f$	$f \quad \quad t \quad t \quad t$	$f \quad \quad f \quad t \quad u$
$u \quad \quad u$	$u \quad \quad t \quad u \quad u$	$u \quad \quad u \quad f \quad u$	$u \quad \quad t \quad u \quad u$	$u \quad \quad u \quad u \quad u$

Figura 5 - Tabelas Verdade da Lógica Forte de Kleene

Fonte: (KLEENE, 1971, p. 334)

Quando lida com proposições verdadeira ou falsas, a Lógica K_3 funciona exatamente como a lógica clássica. Em muitos casos, a operação lógica sobre proposições com valor verdade indefinido gera um resultado também indefinido. No entanto, existem casos em que, se pelo menos uma das proposições na operação não for indefinida, o valor será verdadeiro ou falso. Por exemplo, digamos a proposição B signifique que a neve é branca e, assim, tem como valor verdade **t**, mas existe uma sentença U que tem valor verdade **u** e desejamos saber o valor verdade de $B \vee U$. Neste caso temos o equivalente a **t** $\vee$ **u**, que, em K_3 , tem como resultado **t**. Em outro exemplo, digamos que proposição I signifique que Kripke e Searle são irmãos, e, assim, tem como valor verdade **f** e desejamos saber o valor verdade de $U \& I$. Neste caso temos o equivalente a **u** $\&$ **f**, que, em K_3 , tem como resultado **f**.

Dissemos que em uma Álgebra, existem certas funções que podemos executar sobre os elementos do conjunto. Em nosso caso, as funções básicas são negação, conjunção e disjunção. Mas antes de apresentá-las, temos que definir melhor a interpretação de uma sentença atômica. Dissemos que $i('P(c_1, c_2 \dots c_n)')$ $= v \in \mathbb{V}$, mas usando a interpretação do predicado P podemos definir estes valores.

Lembremos que:

$$i(P(x_1, x_2 \dots x_n)) = E_P^n \subseteq D^n$$

Então:

$$i(P(c_1, c_2 \dots c_n)) = \begin{cases} 0 & \text{se } \langle c_1, c_2 \dots c_n \rangle \in E_P^n \\ 1 & \text{se } \langle c_1, c_2 \dots c_n \rangle \in A_P^n \\ 1/2 & \text{em outro caso} \end{cases}$$

Agora podemos voltar a negação, conjunção e disjunção. Elas são definidas pelas fórmulas abaixo, onde p e q são sentenças (atômicas ou não).

- Negação: $i(\neg p) = 1 - i(p)$
- Conjunção: $i(p \wedge q) = \max(0, i(p) + i(q) - 1)$
- Disjunção: $i(p \vee q) = \min(1, i(p) + i(q))$

É fácil de ver que estas formulas obedecem às tabelas de Kleene.

No caso da negação:

- se $i(p) = 0$, então $i(\neg p) = 1 - 0 = 1$
- se $i(p) = 1/2$, então $i(\neg p) = 1 - 1/2 = 1/2$
- se $i(p) = 1$, então $i(\neg p) = 1 - 1 = 0$

No caso da conjunção, por exemplo:

- se $i(p) = 1$ e $i(q) = 1$ então $i(p \wedge q) = \max(0, 1 + 1 - 1) = 1$
- se $i(p) = 0$ e $i(q) = 0$ então $i(p \wedge q) = \max(0, 0 + 0 - 1) = 0$
- se $i(p) = 1$ e $i(q) = 1/2$ então $i(p \wedge q) = \max(0, 1 + 1/2 - 1) = 1/2$

No caso da disjunção, por exemplo:

- se $i(p) = 1$ e $i(q) = 1$ então $i(p \vee q) = \min(1, 1 + 1) = 1$
- se $i(p) = 0$ e $i(q) = 0$ então $i(p \vee q) = \min(1, 0 + 0) = 0$
- se $i(p) = 0$ e $i(q) = 1/2$ então $i(p \vee q) = \min(1, 0 + 1/2) = 1/2$

Outras operações podem ter suas interpretações definidas usando estas três básicas:

$$i(p \supset q) = i(\neg p \vee q)$$

$$i(p \equiv q) = i((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p))$$

No caso das quantificações, Kripke define a quantificação existencial $\exists$ como básica:

$$i(\ulcorner \exists x p(x) \urcorner) = \begin{cases} 0 & \text{se } i(\ulcorner p(x) \urcorner) = 0 \text{ para todas as atribuições de } e \in D \text{ a } x \\ 1 & \text{se } i(\ulcorner p(x) \urcorner) = 1 \text{ para alguma atribuição de } e \in D \text{ a } x \\ \frac{1}{2} & \text{em qualquer outro caso} \end{cases}$$

Como é usual, definida a quantificação existencial, a quantificação universal $\forall$ pode ser definida como:

$$i(\ulcorner \forall x p(x) \urcorner) = i(\ulcorner \neg \exists x (\neg p(x)) \urcorner)$$

Em seu estado inicial, Saul se recusa a usar o termo ‘verdade’, mas há sentenças que ele está disposto a afirmar (ex. ‘a neve é branca’) e outras que ele está disposto a negar (ex. ‘a neve é preta’). Kripke propõe formalizar este estado inicial definindo uma linguagem de primeira ordem L que seja interpretada segundo um modelo clássico baseado em teoria dos conjuntos. A linguagem L , tal como descrita acima, possui um número infinito, mas enumerável, de predicados primitivos e também é capaz de expressar conjunção, disjunção, negação, implicação, quantificação universal e quantificação existencial.

Na linguagem L existem variáveis que apontam para objetos em um domínio D não vazio. Os predicados primitivos são totalmente definidos em D , ou seja, para qualquer sentença primitiva p , a interpretação $i(\ulcorner p \urcorner) \in \{0,1\}$. Assim, por exemplo, podemos corretamente afirmar o predicado *Branco(neve)* se *neve* designar um objeto $e \in D$, que também pertença ao subconjunto de D de todos os objetos brancos. E podemos corretamente negar *Irmão(kripke, searle)* se o par ordenado $\langle kripke, searle \rangle$ não pertencer ao conjunto de pares ordenados de D em que o primeiro elemento é irmão do segundo.

A linguagem L também possui alguma forma de se referenciar a sua própria sintaxe usando mecanismos como os números de Gödel ou as quase-citações de Quine. Assim, por exemplo, se $\ulcorner Branco(neve) \urcorner$ for o nome da sentença *Branco(neve)*, poderia ser correto afirmar $\acute{E\_uma\_sentença}(\ulcorner Branco(neve) \urcorner)$ e incorreto afirmar $\acute{E\_uma\_sentença}(\ulcorner Branco()neve \urcorner)$. Saul estaria disposto a afirmar ou negar todas as sentenças da linguagem L , inclusive sentenças sobre a sintaxe da linguagem e sentenças compostas como $(Branco(neve) \vee Irmão(kripke, searle))$.

O próximo passo, que Saul aceita, é simplesmente incluir em seu vocabulário o predicado verdade. Nós podemos então estender a linguagem L para uma nova linguagem $\mathcal{L}$, cuja única diferença é a presença de um predicado parcial $T(x)$ cujo domínio são as sentenças¹² de L . Este predicado será o único predicado primitivo parcial de $\mathcal{L}$. A interpretação dos outros predicados primitivos é estritamente clássica. Lembre-se que, quando lida com proposições com interpretações 0 ou 1, a Lógica K_3 , e nosso modelo de interpretação, funciona exatamente como a lógica clássica.

A questão que surge agora é a da interpretação do predicado $T(x)$ em $\mathcal{L}$. Lembremos que, classicamente, pensamos em um predicado $P(x)$ como dividindo o domínio D em um par de conjuntos disjuntos (E_P, A_P) , onde E_P é a **extensão** de $P(x)$, A_P é a **anti-extensão** de $P(x)$ e $E_P \cup A_P = D$. Assim, por exemplo, pensamos no predicado $Branco(x)$ dividindo o domínio D em uma extensão, que é o conjunto de todas as coisas brancas e uma anti-extensão, que é o conjunto de todas as coisas que não são brancas. No entanto, no caso predicado $T(x)$, que estando montando para Saul, existe um conjunto U_P em que o predicado $T(x)$ é indefinido de forma que $E_P \cup A_P \cup U_P = D$. Note que se o predicado $T(x)$ for interpretado como significando verdade, estamos condenados a negar a Lei do Terceiro Excluído $(p \vee \neg p)$ uma vez que existirão sentenças que não são nem verdadeiras e nem falsas.

De fato, como ainda não definimos como Saul deve usar $T(x)$, a interpretação inicial deste predicado é que tanto a sua extensão como a sua anti-extensão estejam vazias. Chamaremos a linguagem deste estado inicial de $\mathcal{L}_0$ e ela é definida como $\mathcal{L}(\emptyset, \emptyset)$, ou seja, uma linguagem com as sentenças de $\mathcal{L}$, mas em que a extensão e a anti-extensão de $T(x)$ estão vazias. Nenhuma sentença da linguagem $\mathcal{L}_0$ é chamada de verdadeira e nem de falsa, embora existam sentenças cuja interpretação seja 1 e outras cuja interpretação seja 0. Estas, como dissemos, são aquelas que Saul está disposto a afirmar ou negar.

¹² Mais apropriadamente o domínio seria formado pelos números de Gödel das sentenças ou pelas quase-citações, ou por outra forma de nomear, ou se referir, as sentenças. Por simplicidade vou ignorar este ponto.

Fica claro que, com a noção de interpretação, podemos criar regras aceitáveis para estender $T(x)$. Por exemplo, Saul não vê problemas em aceitar a seguinte convenção:

We may say that we are entitled to assert (or deny) of any sentence that it is true precisely under the circumstances when we can assert (or deny) the sentence itself.

(KRIPKE, 1975, p. 701)

A ideia é, a partir de $\mathcal{L}_0$, usar esta convenção para definir linguagens $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$, etc. que progressivamente ampliem o predicado $T(x)$. Bonnay e van Vugt (2015) resumem este processo de forma até mais clara que o artigo original de Kripke. A progressão na hierarquia de linguagens é feita via a definição de um operador J^K que tome a extensão e a anti-extensão de $T(x)$ no nível de $\mathcal{L}_\alpha$ e o estenda para o nível $\mathcal{L}_{\alpha+1}$.

$$J^K(E^\alpha, A^\alpha) \rightarrow (E^{\alpha+1}, A^{\alpha+1})$$

A partir de $\mathcal{L}_0$, podemos obter uma linguagem $\mathcal{L}_1$ definida como $\mathcal{L}(E^1, A^1)$, onde $(E^1, A^1) = J^K(\emptyset, \emptyset)$. A extensão E^1 de $T(x)$ conterà as sentenças p com $i(\ulcorner p \urcorner) = 1$ em $\mathcal{L}_0$ e a anti-extensão A^1 de $T(x)$ conterà as sentenças p com $i(\ulcorner p \urcorner) = 1$ em $\mathcal{L}_0$. Saul passará, por exemplo, a afirmar tanto *Branco(neve)* quanto $T(\ulcorner \text{Branco}(\text{neve}) \urcorner)$.

Como, na lógica de Kleene, existem casos em que, se pelo menos uma das proposições na operação não for indefinida, o valor do resultado é definido, nosso modelo de interpretação parece ser adequado para a construção de J^K . Se $\mathcal{M}$ é o modelo clássico da linguagem L e $\mathcal{M}, (E, A)$ é este mesmo modelo estendido com uma extensão e uma anti-extensão de $T(x)$, o operador J^K pode ser definido como:

$$J^K(E, A) = \{p \mid \mathcal{M}, (E, A) \models^K p\}$$

Onde $\models^K$ é a implicação semântica usando o esquema forte de Kleene. Em outras palavras, a nova extensão E' é definida como todas as sentenças p com $i(\ulcorner p \urcorner) = 1$ a partir da extensão anterior E . A nova anti-extensão A' é simplesmente a extensão de $\neg J^K(E, A)$, que conterà as negações das sentenças de E' .

No geral, cada nível $\mathcal{L}_{\alpha+1}$ será a expansão do nível anterior de forma que $(E^{\alpha+1}, A^{\alpha+1}) = J^K(E^\alpha, A^\alpha)$. As regras que decidimos colocar no operador J^K são tais que $E^\alpha \subseteq E^{\alpha+1}$ e $A^\alpha \subseteq A^{\alpha+1}$, ou seja, se uma sentença for declarada verdadeira (ou falsa) em um nível anterior, deve continuar sendo declarada da mesma forma no nível

seguinte. O máximo que pode acontecer é que sentenças de valor indefinido passem a ser declaradas verdadeiras (ou falsas). Uma vez que estas sentenças recebam um valor verdade, elas são integradas a extensão ou a anti-extensão de $T(x)$ e podem definir o valor verdade de outras sentenças. Kripke descreve esta propriedade dizendo que o operador J^K é monótono. Até agora, usamos o operador J^K para ampliar $T(x)$ até qualquer nível α finito. Mas a propriedade de operação monótona pode ser ampliada para os níveis transfinitos β , ou seja, ω , $\omega + 1$, $\omega + 2$, etc. O primeiro nível transfinito ω é definido como a união de todos os níveis α finitos.

$$(E^\omega, A^\omega) = \left(\bigcup_{\alpha < \omega} E^\alpha, \bigcup_{\alpha < \omega} A^\alpha \right)$$

Os níveis transfinitos $\omega + 1$, $\omega + 2$, etc. podem ser definidos de forma semelhante, pela união de todas as extensões (e anti-extensões) do nível anterior. Não cabe aqui uma explicação sobre os níveis ordinais transfinitos, e, na verdade, a teoria pode ser inteiramente ignorada no caso do primeiro nível ω . Tudo que é preciso entender é que, se prosseguirmos com a operação J^K até o infinito, então o conjunto de sentenças que incluiremos na extensão (e anti-extensão) será a união de todas as sentenças que incluímos em todos os níveis. Assim, de forma simplificada:

$$(E^\infty, A^\infty) = \left(\bigcup_{\alpha=1}^{\infty} E^\alpha, \bigcup_{\alpha=1}^{\infty} A^\alpha \right)$$

É importante notar que, para as sentenças incluídas em $E \cup A$, a lógica funciona de forma clássica. Em particular se $p \in (E \cup A)$ então $(p \vee \neg p) \in E$. Isto motiva Kripke a fazer a seguinte observação sobre esta hierarquia de linguagens:

The hierarchy of languages just given is analogous to the Tarski hierarchy for the orthodox approach. $T(x)$ is interpreted in $\mathcal{L}_{\alpha+1}$ as the truth predicate for $\mathcal{L}_\alpha$.

(KRIPKE, 1975, p. 703)

Se $T(x)$ pode ser interpretado em $\mathcal{L}_{\alpha+1}$ como o predicado verdade de $\mathcal{L}_\alpha$, de forma semelhante à da hierarquia de linguagens de Tarski, pode-se questionar o que se ganha com esta nova abordagem. O que se ganha é o fim do interdito de Tarski de que uma linguagem não poderia conter seu próprio predicado verdade. Kripke provou que existe um nível ordinal em que $(E^\sigma, A^\sigma) = J^K(E^\sigma, A^\sigma)$, ou seja, um nível que define seu próprio predicado verdade. A este nível, em que o operador J^K não acrescenta

nada a $T(x)$, Kripke chamou de ponto fixo mínimo, sendo que a linguagem $\mathcal{L}_\sigma$ comumente também recebe esta mesma designação. Claramente, os níveis ordinais superiores também são pontos fixos. Para nossa linguagem, o menor ordinal que cria um ponto fixo é ω , ou seja, o ponto fixo mínimo é justamente (E^∞, A^∞) . Desta forma, $\mathcal{L}(E^\infty, A^\infty)$ é, de forma aparentemente contrária a prova de Tarski, uma linguagem que contém seu próprio predicado verdade. Mas há um custo que Tarski não tinha que pagar. A prova de Tarski tinha como premissa que $T(x)$ é interpretada por uma relação total. A interpretação de $T(x)$ como parcial nos permitiu chegar a $\mathcal{L}(E^\infty, A^\infty)$, mas o custo é que nem todas as sentenças de $\mathcal{L}$ estão em qualquer nível da hierarquia. Não importa o quanto subamos na hierarquia, certas sentenças sempre permanecerão indefinidas. A estas sentenças chamamos de ‘infundadas’ (*ungrounded* no original).

If some of these sentences themselves involve the notion of truth, their truth value in turn must be ascertained by looking at other sentences, and so on. If ultimately this process terminates in sentences not mentioning the concept of truth, so that the truth value of the original statement can be ascertained, we call the original sentence grounded; otherwise, ungrounded.

(KRIPKE, 1975, p. 693-694)

As sentenças ‘fundadas’ (*grounded* no original) são aquelas que aparecem ou na extensão ou na anti-extensão do ponto fixo mínimo criado pelo operador $\mathcal{J}^K$. Intuitivamente, estas são as sentenças que, em última análise, tem o seu valor verdade 1 ou 0 definido pelas sentenças primitivas de $\mathcal{L}_0$. Em qualquer ponto fixo, as sentenças ‘fundadas’ serão sempre declaradas verdadeiras ou falsas. Isto não acontece com as ‘infundadas’. Mas isto não quer dizer que não é possível definir um ponto fixo em que pelo menos algumas sentenças ‘infundadas’ recebem seu valor verdade.

Devemos distinguir dois tipos de sentenças ‘infundadas’, exemplificadas pelas duas sentenças definidas abaixo:

- $veridic := T('veridic')$
- $liar := \neg T('liar')$

Parece claro que nem *veridic* e nem *liar* são ‘fundadas’. Nenhuma sentença verdadeira ou falsa em $\mathcal{L}_0$ participa na definição do valor verdade destas sentenças. Desta forma, se seguirmos apenas a convenção que já combinamos com Saul, ele

não estará disposto a afirmar ou negar nenhuma das duas sentenças e, mesmo no ponto fixo mínimo elas não são declaradas verdadeiras e nem falsas. No caso de *liar*, sabemos que admitir que ela é verdadeira ou falsa implica em paradoxo. No caso de *veridic*, apesar de não haver paradoxo, podemos tanto atribuir verdade ou falsidade de forma arbitrária.

Digamos que acrescentemos *veridic* ou na extensão ou na anti-extensão de, por exemplo, (E^1, A^1) e usemos o processo acima para chegar a um ponto fixo. Este ponto fixo, não será, evidentemente o ponto fixo mínimo de $\mathcal{L}$, e, na verdade, chegaremos a pontos fixos diferentes dependendo de nossa escolha de encarar *veridic* como verdadeira ou falsa. É possível fazer o mesmo processo acrescentando outras sentenças que, como *veridic*, podem ter seu valor verdade arbitrado.

(...) we can prove that every fixed point can be extended to a maximal fixed point, where a maximal fixed point is a fixed point that has no proper extension that is also a fixed point. Maximal fixed points assign "as many truth values as possible";

(KRIPKE, 1975, p. 708)

No entanto, mesmo que cheguemos a um ponto fixo máximo, que atribui ‘tantos valores de verdade quanto possível’, as sentenças paradoxais como *liar* jamais terão seu valor verdade definido. Assim, a solução básica de Kripke para o problema do mentiroso é que toda sentença paradoxal tem valor verdade indefinido.

A solução de Kripke é poderosa porque, se escolhermos operadores mais inclusivos que J^K podemos ter pontos fixos mais inclusivos e até mesmo recuperar uma versão da lei do terceiro excluído. É o caso de um operador que use a noção de van Fraassen de superavaliação. Bonnay e van Vugt, chamam este operador de J^V . Podemos começar com uma linguagem $\mathcal{L}(E, A)$ em existam sentenças de valor verdade indefinido. Existem na linguagem expressões complexas que podem conter sentenças primitivas indefinidas. Digamos que p é uma destas expressões complexas. A ação de J^V é testar se toda e qualquer atribuição arbitrária de valor 1 ou 0 para as sentenças indefinidas gera o mesmo resultado. Se sim, a sentença é declarada verdadeira ou falsa, conforme o caso. Por exemplo, tanto $i(\ulcorner liar \urcorner)$ quanto $i(\ulcorner \neg liar \urcorner)$ tem valor indefinido, no entanto, $i(\ulcorner liar \vee \neg liar \urcorner)$ será considerada verdadeira. Se atribuirmos 1 para $i(\ulcorner liar \urcorner)$, isto torna $i(\ulcorner \neg liar \urcorner) = 0$ e a conjunção é verdadeira. Se atribuirmos 0

para $i('liar')$, isto torna $i('¬liar') = 1$ e a conjunção, novamente, é verdadeira. Como isto esgota todas as possibilidades e encontramos sempre o mesmo valor verdade, $(liar \vee ¬liar)$ será incluída na extensão da próxima linguagem da hierarquia e $¬(liar \vee ¬liar)$ e na sua anti-extensão. Note que o ponto fixo de J^V terá mais sentenças que o ponto fixo mínimo de J^K . Na verdade, se também arbitrarmos valores verdade para sentenças como *veridic* e ampliarmos $\mathcal{L}(E, A)$ para que um máximo conjunto consistente de sentenças seja definido, poderemos recuperar a lei do Terceiro Excluído, uma vez que a fórmula abaixo será verdadeira:

$$\forall_p \left(\acute{E\_uma\_senten\c{c}a}(p) \supset T(p \vee \neg p) \right)$$

No entanto, o exemplo com a sentença *liar* alerta para uma interpretação cuidadosa da sentença acima.

The last-mentioned formula, however, must be interpreted with caution, since it is still not the case, even on the supervaluation interpretation in question, that there is any fixed point that makes every formula or its negation true. (The paradoxical formulas still lack truth value in all fixed points.) The phenomenon is associated with the fact that, on the supervaluation interpretation, a disjunction can be true without it following that some disjunct is true.

(KRIPKE, 1975, p. 712)

Kripke nega explicitamente que esteja oferecendo uma proposta definitiva para a interpretação do uso intuitivo do termo ‘verdadeiro’, ou para a solução dos paradoxos semânticos. Quando escreveu seu artigo ele esperava apenas que seu modelo captasse muitas de nossas intuições mais importantes sobre a verdade e que fosse fértil tecnicamente. É minha opinião que os dois objetivos foram atingidos. O trabalho de Kripke é tão influente na solução de paradoxos semânticos que no livro *Revenge of the Liar* (BEALL, 2007), voltado exclusivamente para soluções para os paradoxos da família de *liar*, J. C. Beall tem o cuidado de colocar um apêndice explicando esta teoria, justificando sua existência pelo fato que grande parte dos capítulos pressupõe familiaridade com ela. Apesar disto, há um tom quase lamentoso em seu artigo quando Kripke observa o que ele chama de ‘fantasma da hierarquia de Tarski’: a rigor, como *liar* nunca tem valor verdade 1 ou 0, ela indefinida em $\mathcal{L}$, mas não há como afirmar isto usando a própria linguagem $\mathcal{L}$, mas somente na metalinguagem.

3.3.2 Uma Lógica para os Paradoxos

Aristóteles declarou que a mais certa de todas as crenças é que declarações opostas não são ambas verdadeiras ao mesmo tempo (ARISTOTLE, 1933, p. Γ6, 1011b13-14). Em termos modernos, esta crença é chamada de princípio da não-contradição e é codificado como $\vdash \neg(A \wedge \neg A)$ e um sistema dedutivo que o obedece é chamado de consistente. Além de ser uma forte crença, a não obediência ao princípio da não-contradição gera um problema conhecido como *ex contradictione sequitur quodlibet* (de uma contradição qualquer coisa se segue). A partir de $(A \wedge \neg A)$ podemos corretamente deduzir A e também deduzir $\neg A$. De A podemos deduzir $(A \vee B)$, onde B é uma sentença qualquer. Juntando $\neg A$ com $(A \vee B)$ podemos deduzir B . Resumindo $(A \wedge \neg A) \models B$, ou seja, se admitirmos uma contradição e usarmos os axiomas e regras de inferência normais da lógica clássica, podemos deduzir qualquer coisa como teorema. Uma teoria em que toda e qualquer sentença é um teorema é adequadamente chamada trivial, pois é, evidentemente, inútil.

Um sistema lógico que não siga o princípio da não-contradição e, ao mesmo tempo, não seja trivial é chamado de paraconsistente (além do consistente). Segundo Priest, Tanaka e Weber (2016), o primeiro a desenvolver uma lógica formal paraconsistente foi o lógico Jaśkowski, que foi estudante de Łukasiewicz. Jaśkowski publicou seu sistema em seu artigo '*Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*' em Polônês, de 1948, que foi republicado em inglês em 1999 com o nome '*A propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems*'. Segundo suas próprias palavras, Jaśkowski foi motivado a buscar uma solução para um problema prático. No desenvolvimento de uma ciência empírica existem períodos em que os cientistas são incapazes de explicar os resultados experimentais com uma teoria homogênea e consistente e, em vez disso, utilizam diferentes hipóteses, que nem sempre são consistentes entre si. Nestas situações os cientistas precisam raciocinar com estas hipóteses de forma restrita o suficiente para não gerar falsidades evidentes (JAŚKOWSKI, 1999). Jaśkowski se propôs a resolver este problema pela criação um sistema lógico que permitisse raciocinar com segurança em situações de inconsistência e definiu as características desejáveis de tal sistema.

(...) the problem of the logic of inconsistent systems is formulated here in the following manner: the task is to find a system of the sentential calculus which: (1) when applied to the inconsistent systems would not always entail their overfilling, (2) would be rich enough to enable practical inference, (3) would have an intuitive justification.

(JAŚKOWSKI, 1999)

Um sistema que aceite contradições sem ser trivial, que tenha poder suficiente para ser usado nas situações em que ele se torne necessário e que seja intuitivamente justificável parece ser uma meta excelente. Infelizmente, estes objetivos frequentemente se conflitam. Sistemas muito poderosos tendem a ser triviais na presença de contradições e sistemas tolerantes às contradições podem ser restritivos demais para certas aplicações práticas. O sistema de Jaśkowski foi a primeira tentativa e eventualmente deu origem a todo um ramo de pesquisa, mas isto não aconteceu imediatamente. Um marco neste desenvolvimento foi o trabalho pioneiro do brasileiro Newton da Costa. Embora Jaśkowski tenha desenvolvido o primeiro sistema paraconsistente, este sistema abrange apenas a lógica proposicional. Newton da Costa foi o primeiro a desenvolver um sistema paraconsistente para a lógica de predicados, ainda em 1963. Por este motivo, na introdução da edição de 1993 do livro *Sistemas Formais Inconsistentes*, Décio Krause expressou a visão de que, não obstante a existência de precursores, o prof. da Costa deve ser considerado como o real criador das lógicas paraconsistentes (DA COSTA, 1993).

Uma vez que as lógicas paraconsistentes foram criadas para tratar a possibilidade de contradições, é natural que elas sejam a base de teorias sobre o Paradoxo do Mentiroso. Para demonstrar esta família de soluções examinaremos a Lógica do Paradoxo de Graham Priest. Este sistema tem a vantagem de ser relativamente simples, ser fundamentado em uma clara posição filosófica (o Dialetheísmo) e ter sido amplamente discutido, uma vez que o próprio Priest tem sido extremamente atuante na defesa desta solução (BEALL, GLANZBERG e RIPLEY, 2016).

Priest apresentou sua solução em 1979, em seu artigo *The Logic of Paradox* (PRIEST, 1979). Embora o termo não apareça no artigo original, ele é fundamentado na posição filosófica do dialetheísmo. Uma dialetheia é uma sentença ou uma proposição em que tanto ela como sua negação são verdadeiras. A palavra dialetheia foi cunhada a partir do prefixo di, significando duas e a palavra grega ἀλήθεια (alétheia), que significa verdade. O dialetheísmo é a posição filosófica de que existem dialetheias legítimas, ou seja, a lógica clássica está errada em assumir que nenhuma sentença pode ser tanto verdadeira quanto falsa. (PRIEST e BERTO, 2017).

Em *The Logic of Paradox*, Priest apresenta o sistema *LP*, que possui três valores verdade. Tal como a teoria do Ponto Fixo de Kripke, *LP* é baseada na Lógica Forte de Kleene ou K_3 . No entanto há uma importante diferença na interpretação dos valores verdade. Kripke interpreta o novo valor como ‘nem verdadeiro nem falso’, ou seja, um *gap* (lacuna) no predicado verdade, em que este predicado não está definido. Priest interpreta o novo valor como ‘tanto verdadeiro quanto falso’, ou seja, um *glut* (abundância) no predicado verdade, em que uma sentença aparece tanto na extensão quanto na anti-extensão. Em Kripke a extensão e anti-extensão do predicado verdade são disjuntas $E_{True} \cap A_{True} = \emptyset$, mas sua união não cobre todo o domínio das sentenças $E_{True} \cup A_{True} \subset D$. Em Priest a extensão e anti-extensão do predicado verdade não são disjuntas $E_{True} \cap A_{True} \neq \emptyset$, mas sua união cobre todo o domínio das sentenças $E_{True} \cup A_{True} = D$.

Em decorrência desta interpretação, *LP* tem dois valores designados. Se adotarmos $\mathbb{V} = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ para representar os três valores verdade, em Kripke o único destes três valores designado como verdade era 1. Isto refletia o fato de que $\frac{1}{2}$ representava uma sentença fora da extensão do predicado verdade e assim, a rigor, não verdadeira. Para Priest tanto $\frac{1}{2}$ quanto 1 são designados como verdade, porque as sentenças com valor $\frac{1}{2}$ estão na intercessão da extensão com a anti-extensão e assim, a rigor, são verdadeiras. Se uma sentença é tanto verdadeira como falsa, Priest se refere a ela como ‘paradoxal’ (*p*). Se é verdadeira e não falsa, ele a chama de ‘verdadeira apenas’ (*t*). As sentenças que não são verdadeiras podem ser chamadas de falsas ou de ‘falsas apenas’ (*f*), uma vez que só existe um valor não designado. Em minha opinião, hoje seria mais adequado chamar uma sentença que é tanto verdadeira como falsa de ‘dialetheia’ (*d*), mas seguirei a convenção do artigo original.

É importante notar que se uma sentença é chamada de verdadeira, sem mais qualificações, ela pode ser tanto ‘verdadeira apenas’ quanto ‘paradoxal’. Na lógica clássica, uma sentença é verdadeira se, e somente se, sua negação for falsa. Em *LP* podemos dizer que a negação de uma sentença ‘verdadeira apenas’ é ‘falsa apenas’. Similarmente, a negação de uma sentença ‘falsa apenas’ é ‘verdadeira apenas’. Mas negar que uma sentença é ‘verdadeira e falsa’ equivale a dizer que ela é ‘falsa e verdadeira’, o que é a mesma coisa. A negação de uma sentença paradoxal é uma sentença paradoxal, o que está de acordo com a tabela verdade da negação em K_3 .

$\neg$	
<i>t</i>	<i>f</i>
<i>p</i>	<i>p</i>
<i>f</i>	<i>t</i>

A disjunção em *LP* também é compatível com a tabela de K_3 .

$\wedge$	<i>t</i>	<i>p</i>	<i>f</i>
<i>t</i>	<i>t</i>	<i>p</i>	<i>f</i>
<i>p</i>	<i>p</i>	<i>p</i>	<i>f</i>
<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>	<i>f</i>

Se A e B são fórmulas da linguagem, com estas duas operações podemos definir normalmente:

- $A \vee B =_{def} \neg(\neg A \wedge \neg B)$
- $A \rightarrow B =_{def} \neg A \vee B$
- $A \leftrightarrow B =_{def} (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

Estas fórmulas são idênticas à da lógica clássica, mas sua interpretação é diferente. O mesmo vale para outros termos familiares.

Digamos que:

- P é o conjunto de todas as variáveis sentenciais de LP
- v é a função de interpretação de LP para P onde $v: P \rightarrow \{t, p, f\}$.
- Σ é o conjunto de todas as sentenças de LP
- v^+ é uma extensão da função de interpretação de LP para Σ , onde $v^+: \Sigma \rightarrow \{t, p, f\}$.

Podemos então definir

- Se F é uma fórmula em LP , $\models F$ é uma **tautologia de dois valores** se, e somente se, para toda interpretação v das variáveis proposicionais, $v^+(F) = t$ ou $v^+(F) = p$.

Note que, usando as matrizes de K_3 , muitas das inferências da lógica clássica são preservadas. Por exemplo:

- Tanto $\neg\neg A \models A$ quanto $A \models \neg\neg A$.
- $A, B \models A \wedge B$
- $A \models A \vee B$
- $A \rightarrow B \models \neg B \rightarrow \neg A$

No entanto, nem tudo é preservado. Obviamente, em LP , o **Princípio da Explosão** $A \wedge \neg A \models B$ não é válido, já que este é um dos propósitos básicos das lógicas paraconsistentes. Não há o que lamentar a perda do Princípio da Explosão, mas há perdas significativas. Uma das mais importantes é a do **Silogismo Hipotético**:

- $A \rightarrow B, B \rightarrow C \not\models A \rightarrow C$

Para entendermos isto basta olhar a tabela verdade de $\rightarrow$ e definirmos que $v^+(A) = t$, $v^+(B) = p$ e $v^+(C) = f$.

$\rightarrow$	t	p	f
t	t	p	f
p	t	p	p
f	t	t	t

Neste caso:

- $A \rightarrow B$ é verdade porque $t \rightarrow p \models p$, que é um valor designado.
- $B \rightarrow C$ é verdade porque $p \rightarrow f \models p$, que é um valor designado.
- Mas $A \rightarrow C$ é falso porque $t \rightarrow f \models f$.

Outras perdas importantes são necessárias:

- **Modus Ponens** – $A, A \rightarrow B \not\models B$ e, em decorrência, $A, \neg A \vee B \not\models B$
- **Modus Tollens** – $A \rightarrow B, \neg B \not\models \neg A$ e, em decorrência, $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \not\models \neg A$

No mesmo artigo, Priest ampliou LP para uma lógica de primeira ordem LPQ . O modelo usado é muito semelhante a um modelo de lógica clássica $\langle D, i \rangle$ onde:

- D - um conjunto não vazio chamado de domínio.
- i - uma função interpretação.

Se A, B e C são fórmulas da linguagem LPQ , P_n é um predicado com n variáveis e a interpretação de uma constante c é um elemento de D :

- Se A tem a forma $P_n(c, c_2 \dots c_n)$, onde $c_1, c_2 \dots c_n$ são constantes mapeadas como elementos de D , então $i(A)$ será um dos elementos de $\{t, p, f\}$ conforme A for ‘verdadeira apenas’ (t), de ‘paradoxal’ (p) ou de ‘falsa apenas’ (f).
- Se A tem uma das formas $\neg B, B \wedge C, B \vee C, B \rightarrow C$ ou $B \leftrightarrow C$ então $i(A)$ é feita da mesma forma que em LP .
- Se A tem a forma $(\forall x)B$, onde x é uma variável livre de B , então:
 - $i(A)$ é ‘verdadeira apenas’ (t) se, e somente se, toda $i(B)$ substituindo x por um elemento $d \in D$ for ‘verdadeira apenas’
 - $i(A)$ é ‘falsa apenas’ (f) se, e somente se, alguma $i(B)$ substituindo x por um elemento $d \in D$ for ‘falsa apenas’.
 - $i(A)$ é ‘paradoxal’ (p) em qualquer outro caso, ou seja, se alguma $i(B)$ substituindo x por um elemento $d \in D$ for ‘paradoxal’ e nenhuma for ‘falsa apenas’.
- Se A tem a forma $(\exists x)B$, onde x é uma variável livre de B então $i(A) = i(\neg \neg (\forall x) \neg B)$

Como é esperado, muitas das inferências da lógica clássica são preservadas em *LPQ*. Por exemplo:

- $(\forall x)A \models \neg(\exists x)\neg A$
- $(\forall x) A \models (\forall x)(A \vee B)$
- $(\forall x)A, (\forall x)B \models (\forall x)(A \wedge B)$
- $(\forall x)(A \rightarrow B) \models (\forall x)(\neg B \rightarrow \neg A)$

E, como igualmente esperado, nem tudo é preservado:

- **Modus Ponens** – $(\forall x)A, (\forall x)(A \rightarrow B) \not\models (\forall x)B$
- **Modus Tollens** – $(\forall x)(A \rightarrow B), (\forall x)\neg B \not\models (\forall x)\neg A$
- **Silogismo Hipotético** – $(\forall x)(A \rightarrow B), (\forall x)(B \rightarrow C) \not\models (\forall x)(A \rightarrow C)$

O problema é que justamente estes princípios são tão importantes que parecem se confundir com a própria lógica. ‘Todo homem é mortal, Sócrates é homem, logo, Sócrates é mortal’ é provavelmente o primeiro exemplo de dedução lógica que a maioria das pessoas aprende. Admitir um Sistema Dedutivo em que tal dedução é inválida causa, no mínimo, estranheza. Priest oferece um modo de ver a questão que alivia um pouco o incômodo causado por seu sistema.

We can soften the blow to the intuitions a little by pointing out that although these inferences are not generally valid, they are valid provided all the truth values involved are classical (i.e., true only or false only). Let us call a rule that is truth preserving only under such conditions ‘quasi-valid’. Then quasi-valid inferences are perfectly O.K. provided we steer clear of funny sentences such as ‘This sentence is false’ and ‘The Russell set is a member of itself’. Obviously all classically valid rules of inference are either valid or quasi-valid.

(PRIEST, 1979, p. 231-232)

Princípios de dedução como Modus Ponens, Modus Tollens e o Silogismo Hipotético não são inferências válidas de forma universal, mas eles são válidos desde que todos os valores de verdade envolvidos na dedução sejam aqueles que correspondem aos da lógica clássica: ‘verdadeira apenas’ (*t*) e ‘falsa apenas’ (*f*). De uma forma geral,

um argumento é válido se, e somente se, ele torna impossível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão seja falsa. Então podemos definir dois conceitos:

- Princípio **Válido** - se ele torna impossível que as premissas sejam verdadeiras, no sentido de ‘verdadeiras apenas’ (t) ou ‘paradoxais’ (p) e a conclusão seja ‘falsa apenas’ (f).
- Princípio **Quase-válido** - se ele torna impossível que as premissas sejam verdadeiras, no sentido de ‘verdadeiras apenas’ (t) e a conclusão seja ‘falsa apenas’ (f).

Todo Princípio Válido é também um Princípio Quase-válido, mas o contrário não é verdadeiro. Para que possamos usar a Lógica Clássica precisamos ter certeza de que sentenças como ‘Esta sentença é falsa’ ou ‘O conjunto de Russell é um membro de si mesmo’ não apareçam em nosso universo de discurso. Devemos nos lembrar que, para o Dialetheísmo, não há nada errado com estas sentenças. Apenas ocorre que sentenças como ‘Todo homem é mortal’ tem certas características que permitem que usemos princípios de dedução que não podemos usar universalmente. Existem sistemas que impedem as sentenças paradoxais citadas de acontecer, como a hierarquia de linguagem de Tarski e teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel. O problema é que não parece existir uma forma geral detectar se uma sentença é paradoxal ou não e é notoriamente difícil determinar se um sistema dedutivo específico é logicamente consistente.

However, paradoxical sentences seem to be a fairly small proportion of the sentences we reason with. (...) In view of this, it seems reasonable to formulate the following methodological maxim.

MM Unless we have specific grounds for believing that paradoxical sentences are occurring in our argument, we can allow ourselves to use both valid and quasi-valid inferences.

(PRIEST, 1979, p. 235)

Priest se resigna a postular a Máxima Metodológica, ou princípio prático, de que a menos que tenhamos razões para acreditar que frases paradoxais estão efetivamente ocorrendo em um argumento, podemos nos permitir usar tanto as inferências válidas quanto as quase-válidas.

4 A CONCEPÇÃO DA VERDADE POR SATISFAÇÃO

A Concepção Clássica da Verdade é, seguindo a interpretação do termo usado por Tarski, o conjunto de concepções e teorias que capturam a noção preteorética de que algo é verdadeiro se representa adequadamente a realidade. Outra maneira de expressar a mesma noção é dizer que uma proposição é verdadeira quando a realidade a justifica de forma adequada. Uma forma ainda mais simples de expressar nossas intuições é a ideia básica algo é verdade quando é suportado de alguma forma pela realidade. Como vimos na pesquisa exploratória do capítulo 1 existe uma grande variedade de teorias nesta tradição, no entanto é possível classificar a Concepção Clássica em três grandes tipos de acordo com a ênfase:

- **Concepção Semântica** – este tipo é o mais simples de ser formulado e tem uma expressão quase perfeita já em Aristóteles: “Dizer do que é que não é, ou do que não é que é, é falso, enquanto dizer do que é que é, ou do que não é que não é, é verdadeiro” (ARISTOTLE, 1933, p. Γ, 7, 27 apud TARSKI, 2007 [1944]). A ênfase está na linguagem e em sua capacidade de expressar a realidade. Em sua formulação básica esta concepção é compatível com quase qualquer teoria da verdade. No entanto, se for complementada com uma teoria de como as sentenças se relacionam com a realidade, ou seja, uma teoria da semântica, ela capta adequadamente a noção preteorética. Este é o caso de Aristóteles. Muitas teorias deflacionárias são simplesmente versões incompletas da Concepção Semântica onde uma teoria semântica complementar é omitida.
- **Concepção por Correspondência** – A versão por correspondência é a mais próxima da noção preteorética, tanto que ela é frequentemente confundida com a Concepção Clássica como um todo. A citação “*veritas est adaequatio rei et intellectus*” (AQUINAS, 1952, p. quest. 1, art 1, resp.) é o protótipo desta versão. Se o autor escolhe a linguagem como fonte de *truth-bearers*, esta versão pode se confundir com a anterior. No caso de Aquinas, no entanto, a correspondência é entre qualquer coisa que pode existir no intelecto e qualquer coisa que tenha existência. Modernamente, Russell é o expoente da teoria de correspondência.

- Concepção *Truthmaking* – “*Truth-maker says that for each claim that is true, there is some entity that, by its mere existence, makes that claim true*” (MERRICKS, 2007, p. xii). *Truthmaking* inverte a lógica da concepção semântica. Esta versão tenta mostrar como as características de um determinado ente faz com que um *truth-bearer* qualquer seja verdadeiro. O exemplo clássico é que eu ou você, simplesmente por existirmos e sermos humanos, tornamos a sentença “Humanos existem” verdadeira.

Como mostra a Figura 6, as três ênfases têm a mesma estrutura geral e compartilham as mesmas premissas básicas. As teorias ligam duas ontologias: a dos *truth-bearers* e a dos *truth-makers*. Quando colocadas desta forma fica evidente que, com *Truthmaking*, a última opção disponível para esta estrutura foi tentada. Para aqueles que, como eu, acreditam que a noção preteorética da verdade está essencialmente correta, mas que é insatisfeito com as opções de concepção existentes, parece que o único caminho é um questionamento mais profundo das premissas da Concepção Clássica. A Concepção da Verdade por Satisfação, que proporei neste capítulo é parte da tradição Clássica no sentido de tentar captar a noção preteorética da verdade, mas difere radicalmente em estrutura e pressupostos.

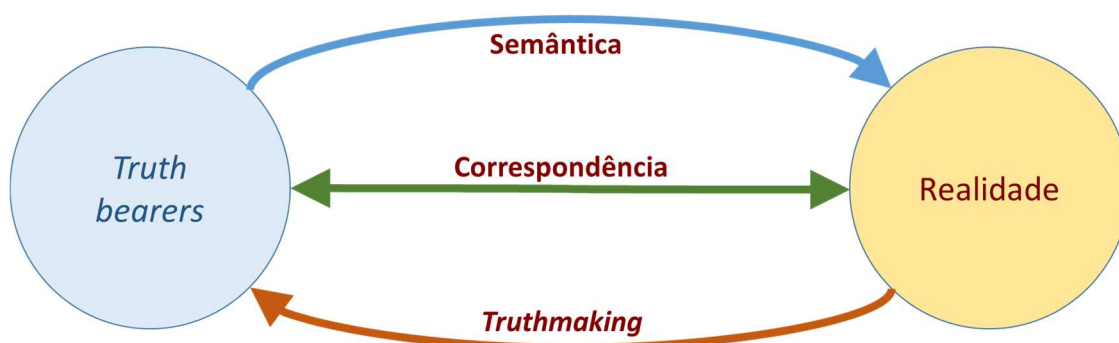


Figura 6 - As três ênfases da Concepção Clássica

Como as três concepções da tradição clássica compartilham a mesma estrutura subjacente, existem problemas e questões que as três compartilham. Por outro lado, como são, efetivamente, três concepções diferentes, existem problemas ou questões que são mais evidentes em uma versão ou que são particulares a ela. Para cada problema ou questão existem várias opções de resposta e, para cada resposta há contra-argumentos e argumentos em resposta. Não tenho intenção de atacar ou defender estas concepções e, por isto, não necessito fazer uma análise destas críticas

e defesas, argumentos e contra-argumentos. O que desejo fazer é um breve inventário de questões e problemas significativos das três versões com o objetivo de gerar um conjunto de testes para a nova concepção. Pouco importa se um problema pode ser respondido adequadamente por uma ou outra versão existente da concepção clássica. Se a nova concepção puder endereçar adequadamente todos eles, isto será um enorme argumento a seu favor.

O primeiro problema que as três versões da concepção clássica devem encarar é o de explicar o que acontece entre um *truth-bearer* e a realidade quando aquele é verdadeiro. Vimos que, para Aristóteles, uma declaração no formato sujeito-predicado identifica objeto em que o singular ou universal designado pelo sujeito exemplifica o universal designado pelo predicado. Notoriamente, quando as sentenças se afastam do formato sujeito-predicado a utilização da semântica de Aristóteles fica cada vez mais convoluta. Além disso, o uso da existência como uma propriedade leva a falhas na lógica aristotélica. No entanto, acredito que ninguém foi tão bem-sucedido em complementar uma teoria da verdade que usa o poder da linguagem com uma teoria da semântica da linguagem e uma teoria metafísica sobre a estrutura da realidade. Para que uma teoria semântica não caia na armadilha deflacionária estas teorias complementares devem ser fornecidas. Ramsey observa este ponto quando diz:

Our definition is one in terms of propositional reference, which we take as a term already understood. But it may be held that this notion of propositional reference is itself in need of analysis and definition, and that a definition of truth in terms of so obscure a notion represents very little if any progress. [...] to many this may seem merely to shirk the hardest and most interesting part of the problem, which is to find out how and in what sense those images or ideas in Mr Jones' mind at 10 o'clock constitute or express a "belief that the earth is flat." Truth, it will be said, consists in a relation between ideas and reality, and the use without analysis of the term propositional reference simply conceals and shirks all the real problems that this relation involves. This charge must be admitted to be just, and an account of truth which accepts the notion of propositional reference without analysis cannot possibly be regarded as complete.

(RAMSEY, RESCHER e MAJER, 1991, p. 13-14)

Ramsey acreditava que podia explicar a verdade usando o poder da linguagem em descrever a realidade. Talvez isto seja possível, mas sem uma explicação de como a linguagem tem este poder, sua teoria se torna deflacionária simplesmente porque é incompleta.

A teoria da Correspondência toma a saída mais simples de definir o que acontece entre um *truth-bearer* e a realidade quando aquele é verdadeiro como uma relação. Relações podem ser definidas extensionalmente como pares ordenados. O primeiro elemento do par ordenado é o *truth-bearer* e o segundo é um aspecto da realidade. David (2015) divide as objeções principais a este tipo de teoria em objeções sobre a relação de correspondência e objeções sobre a noção de fato. Ele cita duas sobre a relação de correspondência:

- Se a relação não for simplesmente definida extensionalmente, o que tornaria a teoria *ad-hoc* e trivial, a relação de correspondência deve ser explicada. O tipo mais comum de explicação usa o conceito de semelhança. O problema é encontrar o que nos *truth-bearers* se parece com o que na realidade.
- O funcionamento da relação de correspondência parece ser misterioso. Como uma proposição sobre um tempo futuro se relaciona com a realidade?

Em minha opinião a versão de *Truthmaking* se sai um pouco melhor que a versão de Correspondência justamente porque deixa claro seus compromissos ontológicos. Lembremos o Princípio de *Truthmaking* de Armstrong:

- Uma proposição p é verdadeira se, e somente se, existe um T (uma entidade no mundo) tal que T necessita que p e p é verdadeira em virtude de T .

O principal problema está justamente na própria relação de implicação, não proposicional, de *truthmaking*. Esta relação não parece muito melhor que a de correspondência e se baseia na noção de necessidade e na lógica modal. Nem uma nem outra parecem ser fundamentais o suficiente para uma teoria que se propõe a explicar a verdade.

Além do problema básico de conexão com a realidade, um grupo de problemas que as três versões da concepção clássica devem encarar é o de lidar com os diversos tipos de proposição. O mais antigo destes problemas é o das proposições falsas e foi

colocado por Platão no Sofista. Crivelli (2012) explica o argumento de Platão como um paradoxo:

- [1] Dizer o que não é implica em não dizer o que é.
- [2] Não dizer o que é implica em dizer nada.
- [3] Não dizer nada implica em não realizar o ato de dizer.
- [4] Por isso, é impossível dizer que não é.
- [5] Mas falar falsamente é dizer o que não é
- [6] Consequentemente é impossível falar falsamente.

A solução de Platão é rejeitar [2] e propor que é possível dizer o que não é. Ele encara a declaração implícita de não existência em uma falsidade como uma declaração de falta de adequação. Para isto precisamos de dois componentes (ex. um particular e um universal, uma ideia-sujeito e uma ideia-predicado etc.) em que podemos declarar que um componente se ajusta ou não ao outro e pode ser ou não o caso deste ajuste. 'Theaetetus está voando' afirma a conexão entre dois componentes existentes no mundo, o objeto Theaetetus e a forma Voando, mas eles não se ajustam.

Platão propõe que uma pessoa que fala falsamente predica sobre algo uma coisa que não é predicado deste algo. Isto é possível para Platão porque ele não faz corresponder à sentença 'Theaetetus está voando' uma entidade como o fato <Theaetetus está voando>. Usando a nomenclatura de Aristóteles, dizer 'Theaetetus está voando' é atribuir o Universal voar ao Particular Theaetetus.

Para que sua solução tenha sucesso, ele tem que abordar o problema das **proposições predicativas negativas** do tipo $\langle x \text{ não é } F \rangle$. Platão deve mostrar que a proposição verdadeira 'Theaetetus não está voando' não implica que voar não existe. Nas palavras de Crivelli, Platão apela para o conceito de diferença. Para que x não seja F , então F precisa ser diferente de tudo que x é. 'Theaetetus está voando' é falsa e 'Theaetetus não está voando' é verdadeira pelo mesmo motivo, ou seja, voar é diferente de tudo que pode ser predicado sobre Theaetetus.

A concepção de correspondência de Aquinas pode aproveitar o mesmo tipo de solução, mas o problema das proposições predicativas negativas volta a se tornar incômodo quando a semântica Platônico-Aristotélica é substituída pela solução da Correspondência com Fatos.

Russell explica uma falsa crença de que Theaetetus está voando da seguinte forma: Digamos que x seja a crença de Platão de que Theaetetus está voando. Usando a definição do capítulo 1, esta crença é falsa porque

$$Crer\langle Plato, \Phi_1\langle Voar, theaetetus \rangle \rangle \& \neg Voar(theaetetus)$$

Onde Φ_1 é a forma geral da relação-objeto *Voar* com seu único termo. A expressão $Crer\langle Plato, \Phi_1\langle Voar, theaetetus \rangle \rangle$ simboliza a crença de Platão. Ele pode representar o relacionamento entre voar e Theaetetus usando a forma geral da predicação a um objeto. A expressão $\neg Voar(theaetetus)$, por outro lado, simboliza o fato negativo que 'Theaetetus não está voando'. Assim, quando Russell explica uma falsa crença ele utiliza um fato negativo como correspondente. A reação do público acadêmico foi registrada por ele:

When I was lecturing on this subject at Harvard I argued that there were negative facts, and it nearly produced a riot: the class would not hear of there being negative facts at all.

(RUSSELL e PEARS, 2010 [1918], p. 42)

A Concepção *Truthmaking* lida com o mesmo tipo de problema. Como, para que algo seja verdadeiro deve existir uma entidade no mundo que necessita esta verdade, o caso das **proposições existenciais negativas** do tipo $\langle x \text{ não existe} \rangle$ é particularmente sensível. Tal como a de Russell, a teoria de Armstrong não escapa da ideia da negatividade de fatos. Mas ele distingue entre dois tipos de proposições com características de negação: ausências e limites. Para proposições como $\langle \text{unicórnios não existem} \rangle$, que caracterizam uma ausência, ele não precisa admitir que existem *states of affairs* específicos que as tornem verdadeiras. O que ele admite é a existência de *states of affairs* específicos para limites. Existe pelo menos um destes limites, ou seja, o *state of affair* que afirma, da soma metrológica de todos os objetos, propriedades e *states of affairs* do mundo, que eles são todas as entidades do mundo. Com este tipo de *state of affairs* ele pode dar uma solução semelhante à de Platão para a verdade de 'Theaetetus não está voando'. Esta sentença é tornada verdadeira pela soma metrológica de todas as propriedades de Theaetetus e o *state of affairs* limitador de que elas são todas as propriedades de Theaetetus.

As proposições negativas, é claro, são apenas um aspecto de um problema mais geral. Em qualquer uso da linguagem e, em especial, em um argumento lógico, as proposições são combinadas com constantes lógicas que representam negação, disjunção, conjunção, implicação etc.. Isto sem falar de declarações de igualdade, de existência e de universalidade. Lidar com a natureza composicional destas sentenças é um requisito essencial para medir se uma teoria da verdade é bem-sucedida.

Cada teoria tem formas de lidar com sentenças como ‘ Se Theaetetus não está voando e Sócrates nasceu na Grécia então Sócrates nasceu na Grécia ou Platão é democrata’. No entanto, algumas destas soluções, justamente porque se baseiam em algum princípio de composicionalidade, tem dificuldade de lidar com casos especiais como as atitudes proposicionais. Tomemos, por exemplo, as duas sentenças abaixo:

1. George IV tem a opinião de que o autor de Waverley é um gênio.
2. George IV tem a opinião de que Walter Scott não é um gênio.

Uma vez que, sem o conhecimento de George IV, Walter Scott é o autor de Waverley temos um problema potencial ligado ao princípio de substitutividade *salva veritate*. Este princípio define que se duas expressões são equivalentes elas podem ser substituídas uma pela outra de forma que não alteram o valor de verdade das afirmações em que ocorrem. Digamos que as duas sentenças são verdadeiras porque representam corretamente as opiniões de George IV. Digamos que Walter Scott seja um gênio. Então a sentença ‘Walter Scott é um gênio’ é verdadeira e a sentença ‘Walter Scott não é um gênio’ é falsa. Como ‘Walter Scott’ e ‘o autor de Waverley’ se referem a mesma pessoa, podemos então usar o princípio da substituidade *salva veritate*, para criar a sentença ‘o autor de Waverley é um gênio’ que é verdadeira da mesma forma que ‘Walter Scott é um gênio’. Estas duas sentenças são equivalentes. A substituidade *salva veritate*, no entanto, não é válida em contextos opacos como o das duas sentenças sobre George IV. Substituir ‘o autor de Waverley é um gênio’ por ‘Walter Scott é um gênio’ na sentença ‘George IV tem a opinião de que o autor de Waverley é um gênio’ transforma uma sentença verdadeira em uma falsa. O problema é que, neste tipo de caso, se tentarmos derivar a verdade ou a falsidade das sentenças complexas a partir da verdade ou falsidade das sentenças componente o processo falhará.

Em *On Denoting* (RUSSELL, 1905), Russell lida com este problema e com o problema de descrições definidas não denotadoras, como ‘O atual Rei da França’. Como a França não tem Rei, como deve ser avaliada a verdade ou a falsidade de sentenças do tipo ‘O atual Rei da França é calvo’? As soluções que vimos para proposições negativas não parecem oferecer muita ajuda. Se pesquisarmos todas as pessoas com a propriedade de ser calvo, o atual Rei da França não estará entre elas, o que nos induziria a definir que ‘O atual Rei da França é calvo’ é falsa. No entanto, se pesquisarmos todas as pessoas que não possuem a propriedade de ser calvo, o atual Rei da França também não estará entre elas, o que nos induziria a definir que ‘O atual Rei da França é calvo’ é verdadeira. A solução de Russell, passa por negar que este tipo de sentença diz o que parece dizer e ele se propõe a reescreve-las de forma a que o problema desapareça. Uma vez feito este processo, descobrimos que a sentença ‘O atual Rei da França é calvo’ é realmente falsa. Explicarei a solução de Russell em mais detalhes quando apresentar como a Concepção da Verdade por Satisfação lida com estes problemas. Por enquanto, noto simplesmente que, idealmente, uma teoria da verdade deveria poder lidar com atitudes proposicionais e descrições definidas não denotadoras.

Existe um problema desta família que é mais ou menos específico da Concepção por Correspondência e que foi colocado por Donald Davidson em *True to the Facts* (DAVIDSON, 1969). Davidson parte da seguinte formulação:

- A declaração que p corresponde ao fato de que f .

E admite, por amor ao argumento, que exista uma teoria que é capaz de explicar os termos ‘fato’ e ‘correspondência’ de uma forma não circular, ou seja, que não utilize o conceito de verdade. Em seguida ele assume que se a declaração que p corresponde ao fato de que f então ela também corresponde ao fato de que g desde que:

- f difere de g em que g é gerada pela substituição de um termo singular em f por outro termo singular que seja coextensivo ao original.
- f e g são logicamente equivalentes.

A primeira destas opções é o princípio da substituidade *salva veritate*. A segunda é mais questionável, mas normalmente aceita. Usando estes princípios, ele questiona qual é o fato que corresponde a declaração que Nápoles fica mais ao norte que Red

Bluff. Ele certamente admite que podemos descrever este fato usando a própria sentença, mas não vê motivos que a declaração não corresponda igualmente:

- ao fato que Red Bluff fica mais ao sul do que Nápoles.
- ao fato que Red Bluff fica mais ao sul do que a maior cidade italiana dentro de trinta milhas de Ischia.

Certamente Nápoles satisfaz a descrição de ‘a grande maior cidade italiana dentro de trinta milhas de Ischia’. Como não estamos lidando com contextos opacos e o princípio da substituidade *salva veritate* parece ser válido. Nápoles ficar mais ao norte que Red Bluff e Red Bluff ficar mais ao sul que Nápoles certamente são equivalentes. No entanto, o fato que Red Bluff fica mais ao sul do que a maior cidade italiana dentro de trinta milhas de Ischia inclui informações sobre a localização e o tamanho de Nápoles, sem contar a menção a Ischia. Que uma declaração sobre as posições relativas de Nápoles e Red Bluff corresponde a um fato que inclui informações sobre Ischia parece estranho. Aplicando o segundo dos dois princípios de Davidson a sensação de estranheza aumenta. Como Londres fica na Inglaterra o fato abaixo é logicamente equivalente aos anteriores e também corresponde a declaração.

- Red Bluff fica mais ao sul do que a maior cidade italiana dentro de trinta milhas de Ischia, tal que Londres fique na Inglaterra.

Mas isto ainda não é suficiente para Davidson. Digamos que exista uma certa propriedade $D(x)$ que só é instanciada por uma única entidade a no universo. Por exemplo, a propriedade menor número natural maior que 2 só é instanciada por 3. A expressão $\iota x[D(x)]$ simboliza, o x tal que $D(x)$. Esta expressão assume que somente uma única entidade obedece $D(x)$. Como, por princípio, esta entidade é a , a seguinte expressão é verdadeira.

$$a = \iota x[D(x)]$$

Note que, $\iota x[D(x) \ \& \ p]$ também é igual a a se p é verdadeira. Então a igualdade:

$$\iota x[D(x)] = \iota x[D(x) \ \& \ p]$$

Será verdadeira se p for verdadeira e falsa se p for falsa. Mas isto significa que esta igualdade é logicamente equivalente a p . Digamos que p seja uma sentença verdadeira qualquer. Então:

- a declaração que p corresponde ao fato de que p .

Mas podemos substituir p pela sentença logicamente equivalente:

- a declaração que p corresponde ao fato de que $\iota x[D(x)] = \iota x[D(x) \ \& \ p]$.

Nós assumimos que p é uma sentença verdadeira. Pelo princípio da substituidade *salva veritate* podemos substituir p na expressão $\iota x[D(x)] = \iota x[D(x) \ \& \ p]$ por qualquer outra proposição q desde que q também seja uma sentença verdadeira.

- a declaração que p corresponde ao fato de que $\iota x[D(x)] = \iota x[D(x) \ \& \ q]$.

Além disso, $\iota x[D(x)] = \iota x[D(x) \ \& \ q]$ é logicamente equivalente a q . E assim:

- a declaração que p corresponde ao fato de que q .

Se aplicado a nosso exemplo, poderíamos mostrar que a declaração que Nápoles fica mais ao norte que Red Bluff corresponde ao fato que Londres fica na Inglaterra. Como p é uma sentença verdadeira qualquer e q representa um fato qualquer, Davidson acredita ter provado que todas as sentenças verdadeiras correspondem a todos os fatos. Ele expressa esta ideia dizendo que todas as descrições de fatos no formato ‘o fato de que f ’ descrevem a mesma coisa: o Grande Fato. Este é o famoso argumento estilingue (*slingshot argument*).

É interessante que a Concepção Semântica de Aristóteles é imune a este tipo de crítica, já que ela nem pode ser formulada nesta concepção, já que a relação de correspondência não é usada. A Concepção *Truthmaking* também é imune. Armstrong admite que existem inúmeros *states of affairs* que servem de *truth-maker* para a mesma verdade, mas nem todos os *states of affairs* servem. Eu não acredito que argumento estilingue é convincente mesmo contra a teoria da Correspondência. Ele se baseia em dois princípios questionáveis, especialmente o segundo, o de que fatos logicamente equivalentes são o mesmo fato. Mas é certamente desejável que uma teoria da Verdade seja imune a ele.

Recapitulando: idealmente, uma teoria da Verdade deveria explicar o que acontece entre um *truth-bearer* e a realidade quando aquele é verdadeiro e poder lidar com sentenças compostas usando operadores lógicos, com atitudes proposicionais, com descrições definidas não denotadoras e com o argumento estilingue.

Talvez o pior problema que aflige as teorias clássicas sejam os paradoxos. Dediquei um capítulo aos paradoxos da família do Mentiroso. Basta registrar aqui que, idealmente, a teoria deve ser resistente tanto ao Mentiroso quanto à Vingança, bem como ao paradoxo epistêmico de Kripke e ao paradoxo não autorreferente de Yablo.

No entanto, a família do Mentiroso não é o único paradoxo importante. O mesmo Eubulides de Mileto que, no século IV a.C., criou a primeira versão do Mentiroso propôs outros paradoxos, entre eles o *Sorites* e o *Phalakros*. Estes nomes se referem ao que, na realidade, é o mesmo paradoxo. A versão que leva o nome de Sorites, da palavra grega *σωρός* (*sōros*), que significa ‘monte’, ficou famosa. No entanto, a versão *φαλακρός* (*phalakros*), que significa homem calvo, é minha predileta. Digamos que uma pessoa bem hirsuta tenha 100.000 fios de cabelo. O paradoxo começa com duas premissas aparentemente inocentes:

[1] A perda de um único fio de cabelo não transforma um homem não calvo em um homem calvo.

[2] Um homem com 100.000 fios de cabelo não é calvo.

Não parece haver maneira de questionar estas premissas e, de fato, elas estão corretas. Se aplicarmos [1] sobre [2] obtemos:

[3] Um homem com 99.999 fios de cabelo não é calvo

Mas agora que chegamos à conclusão inapelável de que [3] é verdadeira, podemos usar [1] de novo e chegar a [4], que é verdadeira como as anteriores.

[4] Um homem com 99.998 fios de cabelo não é calvo

Como nada parece nos impedir, podemos chegar a [6], [7], [8], ... até a conclusão inevitável:

[100.001] Um homem com 0 fios de cabelo não é calvo

Uma vez que é inaceitável que um homem sem nenhum fio de cabelo seja considerado não calvo, estamos diante de um paradoxo. Como, aparentemente, as premissas são verdadeiras e usamos apenas princípios lógicos aceitos, estamos diante de uma antinomia. Lembremos as palavras de Quine:

The paradoxes of this class are called antinomies, and it is they that bring on the crises in thought. An antinomy produces a self-contradiction by accepted ways of reasoning. It establishes that some tacit and trusted pattern of reasoning must be made explicit and henceforward be avoided or revised.

(QUINE, 1976, p. 7)

Talvez não seja apropriado dizer sobre uma antinomia que conhecemos há mais de dois milênios que ela trouxe uma crise no pensamento. Mas certamente ela tem como consequência que algum padrão implícito e confiável em nosso modo de raciocinar deve ser evitado ou revisto. Um passo essencial neste processo foi dado por Zadeh em uma série de artigos que começaram com *Fuzzy sets* (ZADEH, 1965) e em que *Fuzzy logic and approximate reasoning* (ZADEH, 1975) tem especial importância. A semântica das linguagens formais baseadas no trabalho de Tarski utilizam o conceito de conjunto para, por exemplo, dar significado a uma expressão como $P(a)$. Isto significa que só existem duas possibilidades: a pertence ao conjunto P e $P(a)$ é verdadeira ou a não pertence ao conjunto P e $P(a)$ é falsa. Em substituição da metafísica aristotélica, a teoria de conjuntos está na base da moderna concepção semântica da verdade. Como Russell tem uma abordagem extensional, sua teoria de correspondência também, implicitamente, utiliza teoria de conjuntos quando fala de propriedades e relações. As propriedades pertencentes à ontologia de Armstrong também parecem extensionais e modeláveis por conjuntos. A grande contribuição de Zadeh foi oferecer uma modificação na teoria de conjuntos que permite representar casos como o de um homem que já não é definitivamente não calvo, mas ainda não se pode afirmar definitivamente que é calvo. E este tipo de situação é exatamente a causa raiz do problema em *Sorites* e *Phalakros*.

A fuzzy set is a class of objects with a continuum of grades of membership. Such a set is characterized by a membership (characteristic) function which assigns to each object a grade of membership ranging between zero and one. The notions of inclusion, union, intersection, complement, relation, convexity, etc., are extended to such sets, and various properties of these notions in the context of fuzzy sets are established.

(ZADEH, 1965, p. 338)

Os conjuntos fuzzy de Zadeh permitem modelar propriedades vagas, que possuem fronteiras borradas que incluem objetos que nem instanciam totalmente a propriedade e nem claramente não instanciam esta mesma propriedade. A contribuição de Zadeh foi fundamental para a retomada dos estudos sobre a vagueza e seus paradoxos. No entanto, quando é tentada uma definição exata de vagueza e um diagnóstico preciso de quais modificações na lógica são necessárias, a solução final tem sido elusiva. Quanto a definição de vagueza, Nicholas J. J. Smith expõe claramente o problema.

it would be desirable to have a proper definition of vagueness: a crisp statement of what is of the essence of vagueness—of what vagueness ultimately consists in—given which, we can see why vague predicates have borderline cases, generate Sorites paradoxes, and draw blurred boundaries.

(SMITH, 2009)

Quanto aos ajustes em nosso modo de raciocinar, é necessária uma lógica que faça jus as nossas intuições clássicas e que seja a mais poderosa possível tendo a lógica clássica como padrão, mas que explique *Sorites* e *Phalakros* de forma não paradoxal.

Parece pouco razoável pedir que uma teoria da Verdade resolva o Mentiroso, defina Vagueza e ainda fundamente uma lógica como a descrita acima. O bom senso dita que problemas tão difíceis sejam abordados separadamente em teorias específicas. Assim, Armstrong tenta explicar a verdade através da Metafísica, enquanto Smith usa os conjuntos fuzzy de Zadeh para definir vagueza e Priest e da Costa trabalham em modificações da lógica de forma a raciocinar com sentenças paradoxais. No entanto, por vezes, o bom senso está errado e um grupo de problemas difíceis só pode ser adequadamente resolvido se trabalhados de forma unificada. E, mesmo que o bom senso estivesse correto, pelo menos idealmente, uma teoria da Verdade deveria resolver os paradoxos, permitir a definição de Vagueza e gerar um sistema lógico com as características citadas.

As ideias de Lynch em *Truth as one and many* (LYNCH, 2009) oferecem o próximo grupo de requisitos para uma concepção de Verdade. Nesta obra, Lynch começa com nossas ideias intuitivas sobre a verdade e cria uma descrição que, em sua opinião, todo candidato a ser uma definição de verdade tem que se adequar. Sua descrição toma a forma de truísmos fundamentais sobre a verdade. Idealmente, a aderência a pelo menos alguns destes truísmos deve ser decorrência direta da definição de

verdade e, se qualquer truísmo for desobedecido, a teoria deve ter boas justificações de porquê e exatamente como nossas intuições sobre a verdade falham.

O primeiro truísmo fundamental de Lynch é Objetividade. A verdade de uma crença depende de como as coisas são e não de como gostaríamos que elas fossem. Mas existe uma questão mais forte, ligada a noção de objetividade. Trata-se da noção de que a verdade é assimétrica. Uma concepção de correspondência que simplesmente defina uma relação entre uma declaração e um fato pode descumprir esta intuição. Tomemos um bicondicional como ‘a declaração p é verdadeira se, e somente se, o fato f ’. A partir deste bicondicional derivamos validamente ‘a declaração p é verdadeira se o fato f ’ e ‘o fato f se a declaração que p é verdadeira’, mas esta segunda derivação parece estranha. Não só a realidade não depende de como gostaríamos que ela fosse, mas ela é independente da verdade de nossas crenças, enquanto a verdade de nossas crenças não é independente da realidade. É difícil mostrar a assimetria da verdade dentro da concepção de correspondência, no entanto, a concepção *Truthmaking* embute esta assimetria na própria explicação do que é uma declaração que p ser verdadeira: trata-se da existência de uma entidade no mundo que necessite que p . É verdade que, mesmo que admitamos a ontologia de Armstrong, a relação de implicação, não proposicional, de *truthmaking*, entre um *truth-maker* T e uma proposição p é obscura. Mas não há dúvidas que Armstrong pretende que esta relação seja direcional, e assim, obedece não só ao princípio da Objetividade quanto ao princípio mais forte de Assimetria.

Outro truísmo fundamental de Lynch, e que pode ser usado para avaliar uma teoria da Verdade, representa a ideia de que a verdade tem valor. Trata-se do truísmo fundamental da Norma da Crença, ou seja, é *prima facie* correto acreditar em p se, e somente se, a proposição p é verdadeira. Lembremos que sua Norma da Crença não explica porque é correto crer no que é verdadeiro. Ela tem um objetivo muito mais modesto de definir que as duas ideias (factual e normativa) são coextensivas, distinguindo ‘acreditar’ de outras atitudes cognitivas como imaginar que p , supor que p ou esperar que p . Assim, não é necessário que o valor da verdade seja consequência da definição, mas é desejável que uma Norma da Crença possa ser formulada de forma convincente usando a definição. Quando dizemos, por exemplo, que é *prima facie* correto acreditar em p se e somente se a proposição p corresponde

com a realidade, esta formulação é convincente e intuitiva. No entanto, a Norma de Crença de Lynch talvez seja forte demais. Digamos que $P(x)$ seja um predicado vago. Será errado acreditar em $P(a)$ quando a tem um grau de pertencimento de 0,99 ao conjunto P ? Idealmente a teoria deve lidar com estes casos.

Deixarei de lado o truísmo fundamental da Meta da Investigação que esclarece que a verdade exerce um papel regulador na produção de crenças. Claramente não basta uma concepção de Verdade, mas é também necessária uma teoria epistemológica para validar este truísmo. No entanto, há outro truísmo que parece ser altamente desejável de ser derivado da definição de verdade. Trata-se do esquema-T, que diz que a sentença ' p ' é verdadeira se e somente se p . Este truísmo parece ser tão central que Tarski o colocou como praticamente seu único critério de adequação material, ou seja, a demonstração que uma definição de verdade realmente faz justiça à concepção intuitiva da verdade. O critério de adequação material da Convenção-T define que todas as instâncias das sentenças T da linguagem devem ser deriváveis a partir da definição de verdade. É minha opinião de que este critério é inadequado, no entanto, seria extremamente suspeita uma definição de verdade em que algo que seja semelhante as sentenças-T não possa ser derivado.

Recapitulando: idealmente, uma teoria da Verdade deve:

- explicar o que acontece entre um *truth-bearer* verdadeiro e a realidade;
- poder lidar com: sentenças compostas usando operadores lógicos, atitudes proposicionais, descrições definidas não denotadoras e o argumento estilingue.
- ser resistente tanto ao Mentiroso quanto à Vingança, bem como ao paradoxo epistêmico de Kripke e ao paradoxo não autorreferente de Yablo.
- permitir a definição de Vagueza e resolver *Sorites* e *Phalakros*.
- fundamentar a geração de um sistema lógico com que faça jus as nossas intuições clássicas e que seja o mais poderoso possível, mas que seja resistente aos paradoxos citados.
- se adequar às nossas ideias intuitivas sobre a verdade, respeitando não só o princípio da Objetividade, quanto o princípio mais forte de Assimetria e permitir uma formulação convincente da Norma da Crença, bem como a derivação das sentenças-T ou outra formulação igualmente convincente.

Este trabalho se fundamenta nas crenças de que, (1) qualquer teoria da Verdade que passe nestes testes merece ser levada a sério, a par das concepções Semântica, Correspondência e *Truthmaking* e (2) nenhuma teoria vigente passa em todos estes testes. No entanto, tal teoria não pôde ser desenvolvida sem questionar ideias venerandas e propor soluções incômodas. Em particular, assim como a concepção semântica de Aristóteles precisa postular a existência de Universais, a teoria de Correspondência de Russell define *states of affairs* negativos e a teoria de *Truthmaking* precisa de, pelo menos, um *state of affairs* de limite (o *state of affairs* que define, da soma metrológica de todos os objetos, propriedades e *states of affairs* do mundo, que eles são todas as entidades do mundo), uma teoria da verdade que atenda a todos estes requisitos certamente tem demandas ontológicas.

É de se esperar que estas demandas ontológicas não sejam ortodoxas. A ontologia aceitável pela ortodoxia metafísica materialista, que inclui objetos e propriedades materiais é, obviamente, raquítica demais para a Verdade. Extensões relativamente modestas como *states of affairs* (incluindo negativos ou limitadores) foram tentadas nas diversas versões da concepção clássica. Como a ontologia ortodoxa é, de fato, inadequada para qualquer empreendimento filosófico sério, teorias em Filosofia da Matemática, Filosofia da Mente, Causalidade etc. também adotaram a mesma estratégia de extensões modestas incluindo, conforme o caso, objetos matemáticos, eventos, tropos, fatos, situações, qualia etc. O resultado é uma plethora de entidades que, se individualmente são extensões modestas, em conjunto mostram um universo absurdamente rico em tipos de entidades. A inadequação da ortodoxia metafísica é mais do que óbvia e assim já não cabe mais que os filósofos peçam desculpas por não se adequarem a ela. Se a postulação de uma nova categoria ontológica for o preço por uma teoria da verdade com todas as características desejáveis expressas aqui, que seja! Minha opinião é que, uma vez que a ortodoxia seja reconhecida como inadequada e abandonada, ao invés de remendada, uma nova metafísica mostrará que classificações ontológicas como propriedades, objetos, ideias, eventos *states of affairs* etc. podem ser resolvidos em uma ontologia mais fundamental e que as entidades necessárias para a teoria da Verdade terão o mesmo destino. No entanto, até que esta nova Metafísica esteja disponível é preciso avançar postulando as entidades necessárias para cada problema filosófico. Esta será a estratégia que seguirei neste trabalho.

A concepção proposta nasceu de um estudo sobre concepção criada por Tarski em 'The Concept of Truth in Formalized Languages' (TARSKI, 1983 [1956]). Esta obra tem sido a base de quase todas as teorias sobre a verdade que surgiram depois dela. No entanto, soluções que usam ou fazem pequenas extensões ou modificações na Concepção Semântica da Verdade, não tiveram o sucesso esperado, especialmente no caso de linguagens naturais. Assim fica claro que é necessário ir além de Tarski. E o caminho para além passa, necessariamente, pelas ideias deste grande intelectual.

4.1 INDO ALÉM DE TARSKI

Tarski procurava uma definição de verdade que tivesse correção formal, ou seja, que não fosse circular, não levasse a paradoxos e usasse termos e conceitos que fossem bem aceitos em sua época. A definição também deveria provar adequação ao conceito intuitivo de verdade pelo critério de que todas as instâncias das sentenças T da linguagem fossem deriváveis a partir da definição de verdade na metalinguagem. Tarski reconhece que uma definição de verdade que fosse uma mera lista de todas as sentenças T obedeceria este critério, mas ele só considera este tipo de definição para linguagens finitas.

Se a linguagem Investigada contivesse apenas um número finito de sentenças fixadas a partir do início, e se pudéssemos enumerar todas essas sentenças, então o problema da construção de uma definição correta da verdade não apresentaria dificuldades.

(TARSKI, 2007 [1933], p. 56)

Esta visão puramente extensional é captada pelo Esquema T: x é uma sentença verdadeira se, e somente se, p . Onde p é uma variável que recebe sentenças como valores e x é uma variável que recebe os nomes destas sentenças como valores. Sua estrutura ontológica no caso de LCC é mostrada na Figura 7. Existem apenas dois tipos de entidades: sentenças e classes e as sentenças se referenciam apenas a outras sentenças ou a classes.

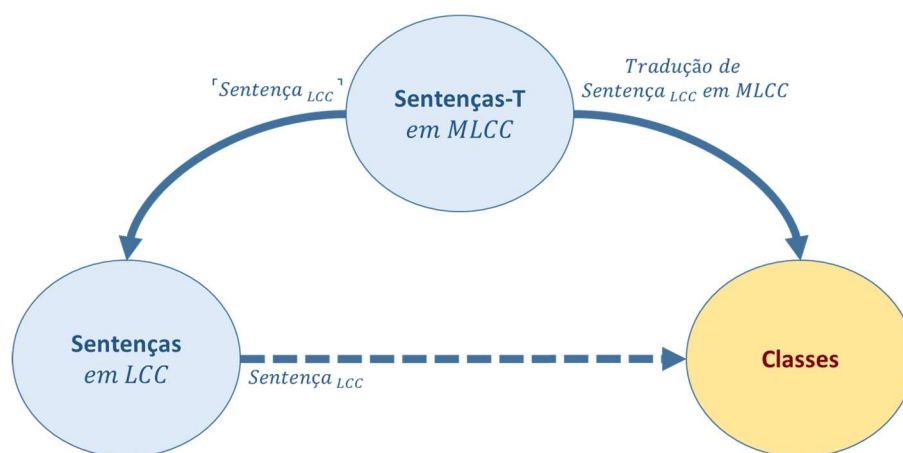


Figura 7 – Definição extensional da Verdade

No entanto, para linguagens infinitas, tem que haver um processo na metalinguagem para geração das sentenças T. Neste caso o próprio processo obedece, por definição, ao critério de que todas as instâncias das sentenças T são deriváveis dele e, assim, ele, e não o conjunto infinito de sentenças T da linguagem, gerado por ele, é a definição de verdade.

Assim a definição que Tarski efetivamente criou não tem a estrutura ontológica da Figura 7. A definição de Verdade de uma Sentença é a de número 23 em '*The Concept of Truth in Formalized Languages*' (TARSKI, 1983 [1956]). Ela usa nomes das sentenças da linguagem objeto, mas não define a verdade de uma sentença desta linguagem como sua tradução na metalinguagem. A definição de Tarski para a linguagem infinita LCC diz: p é uma sentença verdadeira se, e somente se, p é uma sentença e qualquer sequência infinita de classes satisfaz p. Porém, os conceitos de sentença, de uma sequência de classes e de infinito não existem em sua linguagem objeto. Na sua Definição 22, de satisfação, que é utilizada na Definição 23, entram ainda outros conceitos, como o de um número natural e de uma função sentencial. Nas definições intermediárias aparecem ainda outros conceitos inexistentes na linguagem objeto. Fica claro, que sua definição está longe de ser uma mera tradução da sentença da linguagem na metalinguagem. A estrutura ontológica é mostrada na Figura 8.

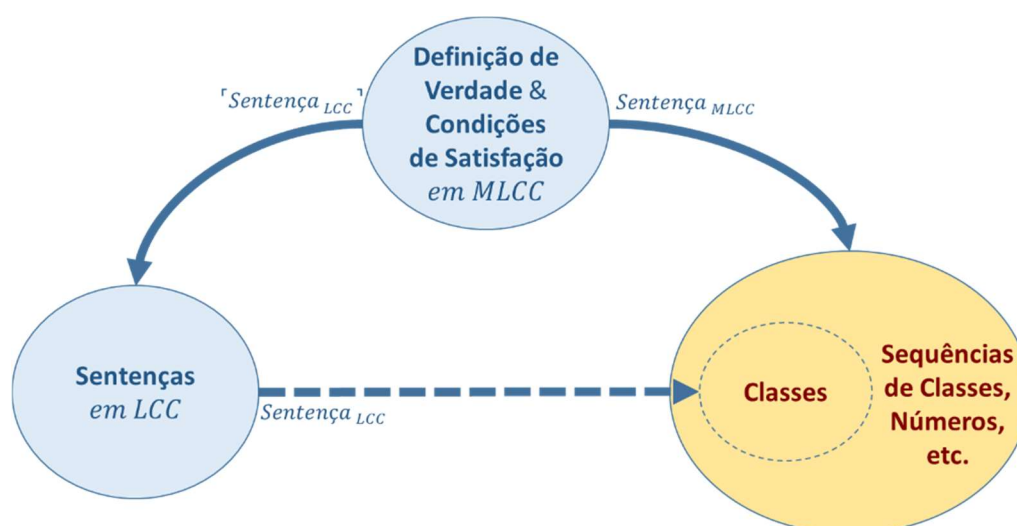


Figura 8 - O que Traski criou

As tendências extensionistas de Tarski, demonstradas em seu comentário de que a mera enumeração das sentenças T seria uma definição adequada de verdade, induzem a uma interpretação deflacionista de que a definição que ele efetivamente criou não passa de um recurso técnico sem maior importância filosófica. Talvez o próprio Tarski pensasse assim. Mesmo que este fosse o caso, este trabalho questiona esta visão. A Concepção de Verdade por Satisfação não é uma concepção semântica e certamente levarei a definição de Tarski por caminhos que possivelmente ele não aprovaria. Mas esta concepção nasceu da concepção dele e, em um primeiro momento, é uma mera releitura de sua definição.

Para entender esta releitura deve-se notar que uma análise da definição de Tarski mostra que ela tem dois componentes: (1) p é uma sentença e (2) qualquer sequência infinita de classes satisfaz p . Tarski não dá grande importância teórica ao primeiro componente. A definição de Satisfação cobre funções sentenciais, mas a de Verdade somente é aplicável a sentenças da linguagem objeto. Este primeiro componente simplesmente filtra as funções sentenciais que não são sentenças. No entanto, no trabalho de desenvolver uma teoria que permitisse que uma linguagem tivesse sua própria definição de verdade, acabei me convencendo da importância potencial deste componente. A releitura que apresentarei é um passo preparatório para demonstrar este potencial.

O segundo componente da definição de Tarski utiliza sua definição anterior de satisfação. Esta definição, por sua vez, deu origem a moderna teoria de modelos baseada na teoria de conjuntos. Antes de reinterpretar este componente, mostrarei como esta teoria pode ser aplicada a LCC, usando para isto a exposição de Shapiro (2013) como guia.

Uma interpretação para a linguagem LCC é uma estrutura $M = \langle \mathbb{D}, \iota \rangle$, onde $\mathbb{D}$ é um conjunto não vazio, chamado de domínio e ι é a função de interpretação. No caso de LCC podemos definir o domínio como o conjunto de todas as classes¹³.

¹³ Estou ignorando os paradoxos envolvidos na definição deste conjunto porque eles são irrelevantes para o assunto. Basta restringir o domínio a conjuntos finitos para que estes paradoxos desapareçam.

Em LCC **I** é a única letra de predicado, representando um predicado de dois lugares. Definimos então $\iota(\mathbf{I})$ como o conjunto de pares ordenados de membros de $\mathbb{D}$ em que o primeiro componente do par está contido no segundo.

Como LCC possui quantificação, a função de interpretação não é suficiente para dar semântica à linguagem. Precisamos codificar também a ideia de atribuição de variável sobre uma interpretação M . Esta atribuição é uma função ς das variáveis de LCC para o domínio $\mathbb{D}$. Uma função ς atribui denotações às variáveis livres de funções sentenciais de LCC. Este passo é importante porque diferentes atribuições ς' e ς'' podem fazer que a função sentencial seja satisfeita ou não. Por exemplo no caso de $\mathbf{Ix, x,,}$ uma atribuição ς' que fizesse x , denotar $\{1,2\}$ e $x,,$ denotar $\{1,2,3\}$ teríamos $\langle\{1,2\}, \{1,2,3\}\rangle \in \iota(\mathbf{I})$, mas em uma atribuição ς'' que fizesse x , denotar $\{5\}$ e $x,,$ denotar $\{2,4,6\}$ teríamos $\langle\{5\}, \{2,4,6\}\rangle \notin \iota(\mathbf{I})$.

O próximo passo é o de definir o conceito de modelo para uma sentença. Isto é feito recursivamente. Em primeiro lugar temos o passo base. Se p é uma fórmula de LCC que consiste na letra de predicado **I** seguida de duas variáveis x_1 e x_2 , então M é um modelo para p sob a atribuição ς , expresso em símbolos como $M, \varsigma \models p$, se, e somente se, o par ordenado $\langle\varsigma(x_1), \varsigma(x_2)\rangle$ pertence a $\iota(\mathbf{I})$. No exemplo do parágrafo anterior, M, ς' é um modelo para $\mathbf{Ix, x,,}$, ou seja, $M, \varsigma' \models \mathbf{Ix, x,,}$, mas M, ς'' não é um modelo para esta mesma fórmula, ou seja, $M, \varsigma'' \not\models \mathbf{Ix, x,,}$.

A parte indutiva define o conceito de modelo para as fórmulas compostas de LCC. Se p e q são duas fórmulas e x é uma variável:

- $M, \varsigma \models \mathbf{N}p$ se, e somente se, $M, \varsigma \not\models p$
- $M, \varsigma \models \mathbf{A}pq$ se, e somente se, $M, \varsigma \models p$ ou $M, \varsigma \models q$
- $M, \varsigma \models \mathbf{\Pi}xp$ se, e somente se, para todas as atribuições ς' que concordem com ς exceto, possivelmente, na variável x , temos $M, \varsigma' \models p$

Como LCC não tem constantes não lógicas, somente tautologias são verdadeiras nesta linguagem. Assim, uma fórmula p é verdadeira se, e somente se, toda e qualquer interpretação M e a atribuição ς define um modelo para p . Posso agora propor a um passo fundamental para minha releitura. Definimos que, para cada sentença p em LCC corresponde uma condição de satisfação $\$(\ulcorner p \urcorner)$ ¹⁴, definida na metalinguagem da seguinte maneira: se p é uma fórmula de LCC então $\$(\ulcorner p \urcorner) = \ulcorner \forall_M \forall_{\varsigma} M, \varsigma \models p \urcorner$. Definimos então que a condição de satisfação de p é atendida, expresso em símbolos como $\$^1(\ulcorner p \urcorner)$, se, e somente se, $\forall_M \forall_{\varsigma} M, \varsigma \models p$. Não parece haver ganho algum nesta manobra, mas também não há perdas. Ela simplesmente coloca o segundo componente da definição em termos da ideia de condições de satisfação.

Voltemos agora ao primeiro componente. O predicado verdade não se aplica as funções sentenciais de LCC e elas precisam ser filtradas deixando apenas as sentenças. Como mero artifício técnico, esta descrição do primeiro componente é adequada, mas podemos colocar a questão de uma forma mais rica em termos filosóficos se definirmos que a razão de ser deste componente é que as funções sentenciais não são aptas a serem verdadeiras. Então o reinterpretemos como representando o requisito que a fórmula p seja apta a ser verdadeira, expresso em símbolos como $Trueapt(\ulcorner p \urcorner)$. Em LCC, $Trueapt(\ulcorner p \urcorner)$ se, e somente se, p é uma função sentencial e não tem variáveis livres. Novamente noto que ainda que nada seja ganho nesta reinterpretação, também não há perdas. Novamente o objetivo é criar um nível de indireção, generalizando filosoficamente a definição de Tarski sem alterá-la na prática.

Posso agora colocar a definição de verdade da seguinte forma, que representa o embrião da concepção de verdade por satisfação: p é uma função sentencial verdadeira se, e somente se, p é apta a ser verdadeira e sua condição de satisfação é atendida. Simbolicamente:

$$Tr(\ulcorner p \urcorner) \leftrightarrow Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \text{ e } \$^1(\ulcorner p \urcorner).$$

Esta reinterpretação, obviamente, não nos leva além de Tarski e nem esta era minha intenção. Pelo contrário, desejo mostrar que a ideia da concepção de verdade por

¹⁴ Usando as quase-citações de Quine

satisfação está assentada na fundação criada por ele. Para ir realmente além de Tarski será necessário modificar a definição do que é ser apto a ser verdadeiro e redefinir como avaliamos se a condição de satisfação de uma sentença é atendida. Isto só será feito na apresentação do sistema Ω . No entanto, já posso adiantar o que pode ser ganho com a nova concepção.

Tarski incluiu como critério de correção formal o requisito de que a definição não levasse a paradoxos e, para isto, proibiu que a linguagem contivesse seu próprio predicado verdade. Se desejarmos uma linguagem com seu predicado verdade temos que alterar seu critério de correção formal. Em vez de uma linguagem em que o predicado verdade não gere paradoxos, o requisito será o de que a linguagem da definição possa lidar com sentenças paradoxais. Isto, obviamente, nos leva diretamente para o campo das lógicas paraconsistentes. Infelizmente, sistemas como a Lógica do Paradoxo de Priest são demasiadamente restritivos para uma solução adequada. Por este motivo, utilizarei um sistema especialmente criado para a concepção de verdade. Neste sistema, a avaliação de se a condição de satisfação de uma sentença é atendida e a aptidão para a verdade estão profundamente conectados. A solução define que as sentenças paradoxais (entre outras) não são aptas a serem verdadeiras, mas permite o raciocínio seguro com estas sentenças. Graças a isto poderemos ter o que Tarski declarou impossível, ou seja, uma definição de verdade na própria linguagem objeto sem que o sistema dedutivo da linguagem se torne trivial.

Poucas ideias em Filosofia são totalmente novas, no sentido em que não se possa encontrar pelo menos um precursor. E parece justo que qualquer precursor seja devidamente reconhecido pelo mais novo proponente. Meu reconhecimento da importância do trabalho de Tarski, Łukasiewicz, Belnap e Kripke, entre outros, como precursores de um aspecto ou outro da concepção, está bem documentado. No entanto, em minha pesquisa por precursores da ideia de que uma sentença paradoxal não é apta a ser verdadeira encontrei um filósofo medieval persa chamado Nasir al-Din al-Tusi, que viveu entre os anos de 1201 e 1274. O trabalho deste pensador não influenciou ponto algum desta obra e assim ele correria o risco de ser esquecido como precursor. No entanto, encontrar em uma obra com 800 anos de idade um dos pontos

chave da minha concepção me impressionou o suficiente para que eu garanta que este não será o caso.

No ocidente, al-Tusi é conhecido por ter resolvido o problema de explicar como um movimento circular pode gerar um movimento linear. Esta explicação, conhecida como “par de Tusi”, foi um passo significativo na compreensão do movimento dos planetas e foi usada por Copérnico. Infelizmente não tive acesso aos textos filosóficos completos de al-Tusi e, até onde tenho conhecimento, estes textos jamais foram traduzidos. Tenho, no entanto, o depoimento de Alwishah e Sanson sobre suas ideias, documentadas em um interessante artigo intitulado ‘*The Early Arabic Liar: The Liar Paradox in the Islamic World from the Mid-Ninth to the Mid-Thirteenth Centuries CE*’ (ALWISHAH e SANSON, 2009), que contém a única tradução que encontrei de um texto de al-Tusi. Segundo estes autores, al-Tusi pode ter sido o primeiro filósofo a expressar a ideia de que o Mentiroso é um paradoxo de auto referência.

Um singular, para Aristóteles, representa uma substância primária. Um singular só pode ser atribuído a si mesmo e al-Tusi define a sentença do Mentiroso como singular. O sujeito da sentença é ela mesma, e além disso, ela se declara falsa. Para nós, um trecho extremamente relevante das ideias de al-Tusi é:

The response to this is that its being true, insofar as it is a declarative sentence, and its being false, insofar as it is that-about-which-something-is-declared, are concomitant. However, this is not the issue here. Rather, it is that its being false, insofar as it is a declarative sentence, does not necessitate its being true.

(AL-TUSI, 1974, p. 235-237 apud ALWISHAH e SANSON, 2009 p.126)

Para al-Tusi a negação de que uma sentença declarativa fosse falsa não implicava que ela fosse verdadeira. Até onde a tradução, e os autores do artigo, me permitem interpreta-lo, ele propõe como solução o mesmo que é proposto neste trabalho: que nem toda sentença declarativa é apta a ser verdadeira. Nasir al-Din al-Tusi parece ter sido o primeiro a propor esta solução e ela foi lamentavelmente negligenciada. Evidentemente, a solução que proporei tem origem e fundamentação completamente diferente, mas é justo reconhecê-lo como precursor.

Este trabalho se fundamenta na visão de que a verdadeira lição de Tarski é uma definição de verdade na forma: p é uma função sentencial verdadeira se, e somente se, p é apta a ser verdadeira e sua condição de satisfação é atendida. Sugeri que nem toda sentença declarativa é apta a ser verdadeira e que o modelo que define se a condição de satisfação de uma sentença é atendida deve suportar uma lógica paraconsistente mais forte que a Lógica do Paradoxo de Priest. A combinação destas ideias permitirá a formulação de uma concepção de verdade que admite que uma linguagem tenha seu próprio predicado verdade.

Há, no entanto, dois caminhos que são abertos por esta visão e que correspondem a duas versões da teoria. A versão que implica em exigências ontológicas que podem ser consideradas controversas eu chamei de **forte**. A versão que não faz estas exigências eu chamei de **modesta**. Como a concepção reavalia e modifica dois conceitos utilizados na semântica das linguagens, o de modelo e o de valor verdade, acho adequado analisar como as teorias destes conceitos lidam com exigências ontológicas.

Embora a ideia de ‘valor verdade’ já esteja, em embrião, na álgebra de Boole, ela foi introduzida como jargão filosófico por Frege em seu artigo de 1892 *Über Sinn und Bedeutung* (FREGE, 1960). As palavras *Bedeutung* e *Sinn*, em alemão, são muito próximas. A primeira pode ser traduzida como ‘significado’ e a segunda como ‘sentido’. Em Frege, elas recebem definições técnicas. Dado um nome, aquilo que o nome designa (*Bezeichneten*) é chamado por Frege de *Bedeutung*. No entanto, dois nomes podem designar a mesma coisa, mas de formas diferentes. O termo ‘Estrela Vespertina’, designa o planeta Vênus quando visto ao entardecer e o termo ‘Estrela d’Alva’, designa o mesmo planeta Vênus, mas quando visto ao amanhecer. Embora eles designem a mesma coisa, o modo pelo qual esta coisa é apresentada difere. Ao modo de apresentação de um sinal linguístico, Frege chamou *Sinn*. O termo técnico *Bedeutung* de Frege é usualmente traduzido não como ‘significado’, mas como ‘referência’ enquanto o termo *Sinn* retém a tradução ‘sentido’.

Is it possible that a sentence as a whole has only a sense, but no reference? At any rate, one might expect that such sentences occur, just as there are parts of sentences having sense but no reference. And sentences which contain proper names without reference will be of this kind. (...)

We are therefore driven into accepting the truth value of a sentence as constituting its reference. By the truth value of a sentence I understand the circumstance that it is true or false. There are no further truth values. For brevity I call the one the True, the other the False. Every declarative sentence concerned with the reference of its words is therefore to be regarded as a proper name, and its reference, if it has one, is either the True or the False.

(FREGE, 1960, p. 63)

O 'sentido' (*Sinn*) de uma sentença é o que informalmente chamamos de seu significado e a 'referência' (*Bedeutung*) de uma sentença é um valor verdade, que pode ser 'o verdadeiro' (das Wahre) ou 'o falso' (das Falsche). Como veremos mais tarde, este conjunto de valores verdades com dois elementos foi ampliado ao longo da história. O importante é que há uma demanda ontológica na teoria de valores verdade como referência de uma sentença. Esta demanda é que os valores verdade precisam ser entidades admitidas na ontologia. Sentido e a referência são dois tipos de significado. Frege admitia que existiam termos sem referência. A palavra unicórnio e a descrição 'a série que converge menos rapidamente' tem sentido, mas não referência. No entanto, quando existe a referência de um termo, esta deve ser uma entidade existente. Se 'o verdadeiro' e 'o falso' são as referências de sentenças como 'Venus é um planeta' então estas expressões designam duas entidades existentes. Não há, no entanto, nenhuma demanda sobre a natureza destas entidades. Talvez seja possível reduzi-las a entidades mais fundamentais na ontologia e este parece ser o caso de Frege quando diz que elas designam circunstâncias. Mas na ausência de uma redução deste tipo, os valores verdade 'o verdadeiro' e 'o falso' geram uma conotação definitivamente platônica na semântica da linguagem. Valores verdade podem ser usados simplesmente como ferramentas ou abstrações úteis, mas quando usados como parte da semântica da linguagem, como Frege fez, eles carregam compromissos ontológicos de algum tipo.

A teoria de modelos moderna surge a partir da fundação da semântica científica de Tarski. Novamente, modelos podem ser usados simplesmente como ferramentas ou abstrações úteis, mas também podem ser usados como uma interpretação semântica mais substancial. O polêmico termo ‘significado’ é substituído nos textos contemporâneos pelo mais neutro ‘interpretação’, mas a ideia é a mesma, ou seja, a teoria de modelos pode ser tomada como um modelo de significado da linguagem. Como vimos, a construção da semântica de variáveis e operadores lógicos é um relativamente complexa, mas ela é definida sobre um fundamento bem simples:

- o significado de uma constante é um elemento de um conjunto domínio $\mathbb{D}$,
- o significado de uma propriedade, ou predicado de grau 1 é um subconjunto do conjunto domínio $\mathbb{D}$,
- o significado de um predicado de grau $n > 1$ é uma relação em $\mathbb{D}^n$ ou um conjunto de n -uplas em $\mathbb{D}^n$
- o significado de uma função f de grau n é uma relação em $\mathbb{D}^n \rightarrow \mathbb{D}$ ou um conjunto de pares ordenados em $\mathbb{D}^n \times \mathbb{D}$.

Como parece obvio, uma semântica baseada em teoria de modelos também faz demandas ontológicas. Hogges (2013) observa que *‘Apart from using set theory, model theory is completely agnostic about what kinds of thing exist’*. Isto significa que qualquer ontologia pode ser incluída no conjunto domínio, mas também significa que conjuntos fazem obrigatoriamente parte da ontologia da teoria semântica. A linguagem pode falar sobre qualquer tipo de entidade, mas para dar significado às sentenças da linguagem, a metalinguagem deve incluir conjuntos em sua ontologia. Se utilizado sem pretensões filosóficas, este fato é inofensivo. No entanto, se utilizado como uma teoria filosófica de que os predicados em linguagem natural representam conjuntos, isto gera a necessidade de discutir o status ontológico dos objetos matemáticos, nem que seja para reduzi-los a categorias ontológicas menos polêmicas.

A primeira versão da teoria, que chamei **modesta**, modifica o tipo de modelo imposto a uma linguagem e não faz nenhuma exigência sobre sua semântica. Uma semântica de linguagem natural baseada em teoria de modelos serve para descrever os significados das frases de linguagem natural, enquanto uma semântica de uma linguagem formal baseada em teoria de modelos serve dar significado a esta linguagem (HODGES, 2013). A teoria proposta não serve nem para uma coisa e nem

para outra. Ela é uma maneira de entender o predicado verdade, modelar conceitos relacionados, como o de axioma, tautologia etc. e definir quando uma proposição é verdadeira ou falsa. Neste processo, ela utiliza conceitos como o de conjuntos e campos vetoriais, mas isto pode ser visto como mero instrumento pragmático, ou seja, um modelo útil no sentido leigo do termo.

A segunda versão da teoria, que chamei **forte**, faz uma exigência não ortodoxa sobre a ontologia usada na metalinguagem. A versão forte compartilha com a modesta o fato de não ser uma teoria semântica geral, mas apenas uma teoria da verdade. No entanto, ela difere da modesta no fato de não ser um mero modelo, mas uma teoria filosófica da verdade. Da mesma forma que uma pessoa que só admite objetos materiais em sua ontologia admite pragmaticamente usar valores-verdades em uma tabela verdade ou modelos baseados em teoria dos conjuntos, ela também pode usar a teoria modesta por sua simples utilidade. Mas a um custo ontológico, a teoria forte pode oferecer soluções satisfatórias a problemas filosóficos importantes.

Além de não serem teorias semânticas, as duas versões também têm em comum a rejeição do conceito de valor-verdade. É possível, é claro, incluir valores verdade na ontologia das linguagens e falar sobre eles. No entanto, os modelos usados não utilizam este conceito. A estrutura ontológica da versão modesta é mostrada na Figura 9. Temos uma linguagem $\mathcal{L}$ cuja semântica é dada em uma ontologia de significado. É perfeitamente aceitável o uso da teoria de modelos para a semântica desta linguagem. Podemos definir, por exemplo, que o significado das constantes seja o de elementos de um conjunto domínio $\mathbb{D}$, e o significado de uma propriedade seja o de um subconjunto do conjunto domínio $\mathbb{D}$. Neste caso a metalinguagem $\mathcal{ML}$ pode incluir um modelo semântico para $\mathcal{L}$ baseado em teoria dos conjuntos. Mas a concepção da verdade por satisfação é perfeitamente agnóstica em relação a como uma sentença em $\mathcal{L}$ ganha significado e qual é o tipo de elementos referenciados por suas constantes e predicados. Em vez de elementos e conjuntos, é perfeitamente aceitável, por exemplo, que $\mathcal{L}$ tenha uma semântica aristotélica em que as constantes de $\mathcal{L}$ se referem a Particulares e seus predicados a Universais. Ironicamente, em nossa implementação da versão modesta precisaremos falar de conjuntos e vetores e eles precisam ser incluídos na ontologia do modelo, enquanto na versão forte isto não é necessário.

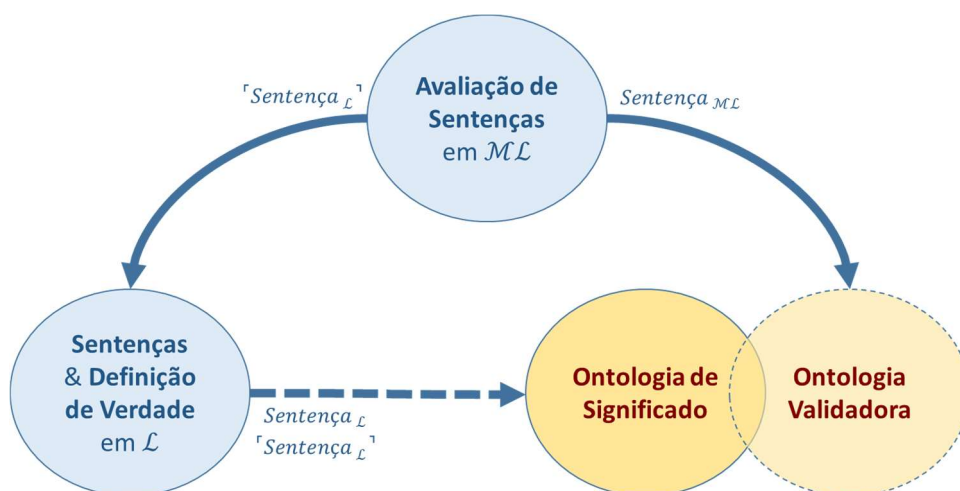


Figura 9 - Versão Modesta - Modelo não Padrão

Como a Figura 9 demonstra, a metalinguagem se refere as sentenças de $\mathcal{L}$, mas não para dar-lhes significado. Há duas tarefas fundamentais para a metalinguagem em relação a uma fórmula p de $\mathcal{L}$:

- Explicar o que significa dizer que p é apta a ser verdadeira e
- Explicar como é avaliada se a condição de satisfação de p é atendida.

Estas tarefas serão executadas pelo que chamei de função de avaliação, mas que não deve ser confundida com a função de mesmo nome da teoria de modelos. A avaliação $\ulcorner p \urcorner$ de p está relacionada ao atendimento ou não atendimento das condições de satisfação $\$(\ulcorner p \urcorner)$ de p . Na versão modesta o conceito de condição de satisfação é usado apenas indiretamente, fornecendo fundamento filosófico teórico para a construção de uma estrutura algébrica. Este fundamento pode ser ignorado e a estrutura algébrica julgada apenas pela sua utilidade em justificar os axiomas da linguagem objeto. A metalinguagem relaciona uma fórmula p a uma posição na estrutura algébrica através da função de avaliação $\ulcorner p \urcorner$ e isto é tudo que precisa ser aceito para utilizar a versão modesta. A versão forte gera a fundamentação filosófica para a versão modesta. Na versão forte, assumo que condições de satisfação tem existência real. Este tipo de entidade jamais foi incluída em Metafísica alguma e isto demanda que eu defenda esta premissa da versão mais forte.

Aristóteles tinha a substancia como categoria primária, mas incluía em sua ontologia, além dela, quantidade, qualidade, relação, lugar, tempo, estado, hábito, ação e paixão. Vimos que Armstrong precisa incluir em sua ontologia objetos, propriedades, *states of affairs particulares* e pelo menos um *states of affair* geral. Para solucionar certos problemas em filosofia da mente o status ontológico dos qualia é discutido. Na filosofia da matemática é discutida a visão de que os objetos matemáticos têm existência real e separada dos objetos materiais. Em um artigo sobre teoria da causação, Nathanael Stein comenta sobre ontologia.

It is generally accepted that part of the task of giving an account of causation is to specify an ontology—to specify, that is, what kinds or categories of entity enter into causal relations with one another. Causation is supposed to be a relation, after all, and so the philosopher discussing the relation ought to say what kinds of thing it relates. It is not clear, though, how we should proceed. What constraints are there, and what kinds of evidence or arguments are available to support one ontology over another? (...)

The most common approach is to cast causal relations as obtaining between events, even though it is well known that there are several distinct ways of characterizing events, and that the differences among them can have serious consequences for an account of causation. Not all theorists endorse events, however, and considerations have also been advanced on behalf of aspects, processes, features, tropes, facts, situations, substances, dispositions, and states of affairs, among others.

(STEIN, 2014, p. 465, grifo nosso)

O fato é que, desde Aristóteles, a solução de problemas filosóficos de diversos tipos parece depender de uma discussão metafísica sobre o que existe. Parece claro que a pobreza da metafísica materialista previne o avanço de soluções em outras áreas. No entanto, me parece justificado o temor que, se a ortodoxia materialista fraquejar, a proliferação de ontologias tanto exóticas como incompatíveis entre si pode gerar problemas ainda maiores. O estado da Filosofia Continental parece ser evidência suficiente para justificar estes temores. A versão modesta da concepção serve para permitir que eles sejam acalmados o suficiente para que os méritos da teoria sejam analisados. No entanto, devo confessar que pertenço aos heterodoxos que abraçam experimentações metafísicas, desde que justificadas por necessidades de outros ramos filosóficos. Este me parece o caso dos pressupostos metafísicos da versão

forte. O principal pressuposto é que condições de satisfação tem existência real. A fórmula $\$(\ulcorner p \urcorner)$ designa uma entidade não linguística na realidade. Pode existir certa categoria ontológica primitiva em que as condições de satisfação têm superveniência. Uma discussão sobre categoria ontológica fundamental extrapolaria o escopo deste trabalho e não ajudaria sua aceitação, uma vez que ela é igualmente não ortodoxa, mas desejo deixar claro que, se acredito que as condições de satisfação têm existência real, acredito também que elas podem e devem ser reduzidas a uma ontologia mais fundamental. A existência das condições de satisfação na ontologia validadora, que representa um compromisso ontológico da versão forte, é representada na Figura 10.

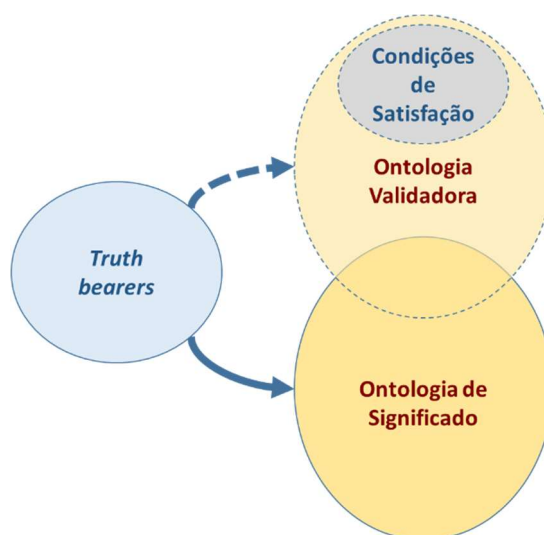


Figura 10 - Versão Forte - Demanda Ontológica

Outro pressuposto metafísico é que as condições de satisfação não só existem, mas tem certas propriedades necessárias para a teoria. Novamente, acredito que estas propriedades podem ser reduzidas a propriedades de categorias ontológicas mais fundamentais. No entanto, simplesmente não vejo como isto pode ser feito com uma ontologia que admite exclusivamente objetos e suas propriedades além de *states of affairs*. As duas propriedades são o nível em que uma condição de satisfação é atendida e o nível em que ela é não atendida. Estas duas propriedades podem parecer redundantes uma em relação a outra, mas não é o caso. A estrutura algébrica que permite a versão modesta só foi concebível quando as duas propriedades foram consideradas em separado. No entanto, nas expressões bem-comportadas, categoria

que exclui, por exemplo, a sentença do paradoxo mentiroso, não há problema em abstrair a existência de uma segunda propriedade e usar exclusivamente o nível em que uma condição de satisfação é atendida. De fato, para expressões bem-comportadas podemos simplesmente assumir que condições de satisfação existem e que elas têm a propriedade binária de serem atendidas ou não. O importante é ter em mente que esta é uma propriedade real de uma entidade existente no mundo, da mesma forma que a teoria de *Truthmaking* de Armstrong exige que *states of affairs* tenham tanto existência quanto a propriedade de tornar uma sentença verdadeira.

A Figura 10 mostra que a concepção da verdade por satisfação é, de fato neutra em relação ao tipo de *truth-bearer*. Na versão modesta precisamos que os *truth-bearer* sejam sentenças porque usaremos o recurso de divisão de trabalho entre linguagem e metalinguagem. No entanto, o que importa é que o *truth-bearer* seja capaz de ser verdadeiro. Para isto ele deve ter um significado na ontologia de significado, que torne possível que ele tenha condições de satisfação. A condição de satisfação em si pode ser constituída de entidades de natureza completamente diversa do conteúdo representacional. As palavras ‘neve’ e ‘branca’ tem significados na ontologia fenomenológica dos seres humanos. A visão de outros animais é diferente da nossa, assim como seus outros sentidos. A experiência que chamamos ‘neve’ e a experiência que chamamos ‘branca’ pode ser impossível para eles. Em um certo sentido, se os seres vivos não tivessem se desenvolvido não haveria a neve e nem a cor branca. Mas certamente existiriam moléculas de H₂O e elas continuariam a congelar formando cristais. Estes cristais continuariam a refletir o espectro eletromagnético da mesma forma que hoje. Pessoas acreditam, dizem ou pensam que a neve é branca, ou algo semelhante, desde que os humanos surgiram. Mas Henry Cavendish descobriu a composição da água em 1766 e as ondas eletromagnéticas só foram compreendidas no século XIX. O significado da sentença ‘A neve é branca’ não tem relação alguma com estes conceitos. Além disso, esta sentença já era verdadeira muito antes destas descobertas e continua verdadeira mesmo para aqueles que as desconhecem. No entanto, se desejamos preservar a ideia clássica de que uma coisa é verdadeira se a realidade, de alguma forma, a suporta, somos induzidos a ideia de que o que faz com que ‘a neve é branca’ seja verdadeira é que o espectro de ondas eletromagnéticas da radiação solar é refletido em determinadas faixas pelos cristais de neve e estas ondas atingem a retina de um ser humano etc. O que temos aqui é um *truth-bearer*, ou seja,

a sentença ‘a neve é branca’, que tem um significado na ontologia de significado, e é verdadeira porque tem as condições necessárias para que a verdade seja atribuível a ela e, além disso, possui condições de satisfação que são satisfeitas pela ontologia de validação.

Uma vez que esta visão seja admitida, muitos dos itens de nossa lista das questões que, idealmente, uma teoria da Verdade deve endereçar se tornam trivialmente solucionáveis. O que descrevi no parágrafo anterior é o que acontece entre um *truth-bearer* e a realidade quando ele é verdadeiro: suas condições de satisfação são atendidas na ontologia de validação. A concepção semântica falha porque não é propriamente o significado de uma sentença que define diretamente se ela é verdadeira ou falsa. Quando afirmamos um bicondicional do tipo: ‘a neve é branca’ é verdadeira se, e somente se, $\langle a \text{ neve é branca} \rangle$, estamos apenas empurrando o problema de conexão com a realidade para o significado da sentença, aqui representado por uma proposição. Não precisa haver correspondência alguma entre as nossas representações e a realidade. É claro que, trivialmente, podemos fazer corresponder um significado e as condições de satisfação. Mas isto apenas reduziria a ideia de correspondência a uma mera lista de relações. Se em vez de, ‘a neve é branca’, analisarmos a sentença ‘a experiencia que eu chamo neve possui, como parte, a experiencia que chamo branco’, as condições de satisfações seriam completamente diferentes, e sobre entidades completamente diferentes. Tentar criar uma relação de correspondência que não seja *ad hoc* e cubra todos os casos possíveis é um caso perdido. Finalmente, a melhor maneira de compreender a relação de *Truthmaking* e torná-la menos misteriosa é justamente pela concepção por satisfação. Podemos certamente dizer que certas entidades, apenas por existir na ontologia de validação, se elas forem aquilo que é necessário para uma condição de satisfação ser atendida, elas tornam o *truth-bearer* verdadeiro.

Quando dizemos que ‘unicórnios não existem’ ou ‘Theaetetus não está voando’ estas sentenças são verdadeiras porque as condições de satisfação das afirmações correspondentes não são atendidas. Se entendemos a avaliação de uma negação como derivada da avaliação da sentença original e notamos que estas sentenças são bem-comportadas, no sentido que são ou verdadeiras ou falsas, não há nada problemático nestas sentenças.

A solução das sentenças negativas mostra a direção geral de solução para as sentenças complexas. É problemático dizer que *states of affairs* podem ser negativos, conjuntivos ou disjuntivos. Basta lembrar que para descrever a reação que ele provocou em Harvard quando argumentou a existência de fatos negativos, Russell escolheu a palavra '*riot*'. É verdade que o fato de uma solução não intuitiva não é suficiente para invalidá-la. No entanto, esta solução *ad hoc* foi pouco fértil. Por outro lado, faz muito sentido dizer que condições de satisfação podem ser negativas, conjuntivas ou disjuntivas. Eu imagino condições de satisfação como se fossem testes aos quais a realidade é submetida. Nada mais natural para mim que as operações lógicas correspondam a testes sobre o resultado de testes mais básicos sobre a realidade. Lembro que, na concepção forte, uma condição de satisfação é parte da realidade e, por isto, pode ser submetida a condições de satisfação. A condição de satisfação de 'Theaetetus não está voando' testa se a condição de satisfação de 'Theaetetus está voando' falha. A condição de satisfação de 'Theaetetus não está voando e Sócrates nasceu na Grécia' testa se a condição de satisfação de 'Theaetetus está voando' falha e se a condição de satisfação de 'Sócrates nasceu na Grécia' é atendida. A natureza composicional destas sentenças se reflete em uma natureza composicional das condições de satisfação.

No entanto, isto nem sempre é um fato. Tomemos as duas sentenças abaixo:

1. Lois Lane acredita que Superman é forte.
2. Lois Lane acredita que Clark Kent não é forte.

Hoje existe a compreensão que o princípio da substituidade *salva veritate* não existe em contextos opacos como o destas sentenças. A ideia básica deste princípio é a de que dois termos com a mesma referência podem ser intercambiados sem alterar o valor de verdade das afirmações nas quais estes termos ocorrem. Como Clark Kent é Superman, 'Clark Kent é forte' deve ter o mesmo valor verdade de 'Superman é forte', mas a substituição destes termos nas duas sentenças sobre as crenças de Lois Lane modifica o status de falsidade e verdade. O motivo é simples de se perceber dentro da concepção de verdade por satisfação, mas para isto precisamos entender o racional do princípio da substituidade. Ele nasce da definição de igualdade de Leibniz.

DEF. 1. Iguais (eadem) são aqueles podem ser substituídos um pelo outro conservando a verdade (salva veritate).

Sejam dados A e B em que A participa de uma proposição verdadeira. E seja que pela substituição de A por B surja uma nova proposição, da mesma forma, verdadeira. Se isto sempre acontecer com qualquer proposição, então A e B são ditos iguais;

Por outro lado, se A e B são iguais, a substituição sempre pode ser feita conforme descrevi.

Iguais também são, às vezes, chamados de coincidentes. Certamente A e A é chamado de igual; enquanto que A e B são chamados coincidentes se eles são iguais,

DEF. 2. Diferentes (diversa) são aqueles que não são iguais, isto é, no caso em que a substituição, em certas situações, não terá sucesso.

Corolário. Daí, também, que aqueles que não são diferentes são iguais.

(LEIBNIZ, 1999, p. 8461, tradução nossa)

Substitutividade *salva veritate* simplesmente quer dizer que, para toda propriedade ϕ , se A tem esta propriedade, B também tem. A primeira parte da definição, em que Leibniz diz que a substitutividade *salva veritate* implica que A e B são iguais, é conhecida como Princípio de Identidade dos Indiscerníveis:

$$\forall_A \forall_B \forall_\phi \left((\phi(A) \rightarrow \phi(B)) \rightarrow A = B \right)$$

A segunda parte da definição, em que Leibniz diz que se A e B são iguais isto implica a substitutividade *salva veritate*, é conhecida como Princípio da Indiscernibilidade dos Idênticos:

$$\forall_A \forall_B \forall_\phi \left(A = B \rightarrow (\phi(A) \rightarrow \phi(B)) \right)$$

Como Clark Kent e Superman designam a mesma pessoa, qualquer sentença que atribui uma propriedade a pessoa designada por Clark Kent tem que ter o mesmo valor verdade que a atribuição da mesma propriedade à pessoa designada por Superman. Pensando desta forma, e assumindo a propriedade 'Pessoas que Lois Lane acredita que são fortes' aparentemente chegamos ao problema de iguais que não obedecem ao princípio da Indiscernibilidade dos Idênticos.

Frege notou o erro que causa este pequeno paradoxo. Em primeiro lugar, os termos ‘Clark Kent’ e ‘Superman’ não são iguais. A substituição em uma proposição sobre a propriedade dos termos, como “‘Superman’ começa com ‘s’” não é *salva veritate*. Quando se diz que Clark Kent e Superman não são iguais, o que está sendo afirmado é que a referência (*Bedeutung*) destes termos são iguais. Mas, para Frege, além dos termos não serem iguais eles também possuem sentidos (*Sinn*) diferentes. Usando suas ideias, podemos resolver o problema simplesmente observando que na sentença ‘Lois Lane acredita que Clark Kent não é forte’ está sendo usado o sentido da expressão ‘Clark Kent’ e não sua referência.

No entanto, esta versão de solução implica a aderência à teoria semântica de Frege. Podemos dar outra solução usando unicamente o conceito de condições de satisfação. Para isto definirei o que chamo de Princípio Fundamental das Condições de Satisfação.

Princípio Fundamental das Condições de Satisfação

Este princípio é meramente o princípio da Indiscernibilidade dos Idênticos de Leibniz aplicado às condições de satisfação. Ele determina que, se dois *truth-bearers* possuem as mesmas condições de satisfação, então eles sempre possuem o mesmo status de condições de satisfação;

$$(\$('p') = \$('q')) \rightarrow (\$^1('p') \rightarrow \$^1('q'))$$

Agora podemos ver que a substitutividade *salva veritate* só é garantida quando não há alteração das condições de satisfação e isto nem sempre acontece na substituição de termos. É razoável supor que a substituição de ‘Superman’ por ‘Clark Kent’ na sentença ‘Superman é forte’ não altera as condições de satisfação. No entanto, a mesma coisa não acontece nem em “‘Superman’ começa com ‘s’” e nem em ‘Lois Lane acredita que Superman é forte’. E porque deveria? A linguagem é um fenômeno complexo e regras gerais, por mais úteis que sejam, frequentemente terão exceções. Que a substitutividade *salva veritate* é útil não há dúvida e as linguagens formais costumam ser construídas de forma a que ela seja garantida. No entanto, seu uso geral deve ser precedido pela análise de se, no contexto específico de uso, os termos são efetivamente iguais em seu funcionamento nas sentenças. É esta análise que permitirá assumir que as condições de satisfação permanecerão inalteradas.

Um ponto importante é que, embora sentenças podem ser, sem dúvida, *truth-bearers*, isto nem sempre é sem problemas. A sentença ‘Neste momento, eu olho pela janela e não está chovendo’ tem um significado, mas suas condições de satisfação dependem do contexto. Termos indexicais como ‘eu’ e ‘neste momento’ podem fazer com que não possa ser atribuível a verdade ou a falsidade a uma sentença. No momento em que eu, o autor deste trabalho, escrevo esta parte do texto, eu efetivamente olhei pela janela e não estava chovendo. Posso dizer, verdadeiramente, a sentença ‘Neste momento, eu olho pela janela e não está chovendo’. Mas fica claro que isto não é meramente uma sentença, mas um ato da fala completo. É no ato da fala que este tipo de sentença adquire condições de satisfação. Sentenças são incrivelmente convenientes como *truth-bearers*, mas, em uma teoria geral, elas não podem ser *truth-bearers* primários. Por outro lado, esta constatação resolve problemas em relação às partes do significado que contribuem para o status da condição de satisfação.

No ato da fala ‘Nápoles é a maior cidade italiana em um raio de cinquenta quilômetros de Ischia’ a localização e a população de Nápoles precisam contribuir para a condição de satisfação da sentença. No entanto, no ato da fala ‘A maior cidade italiana em um raio de cinquenta quilômetros de Ischia inclui como atração turística o *Castel dell'Ovo*’ estas informações podem ser irrelevantes se falante e ouvintes concordarem que Nápoles é a maior cidade italiana em um raio de cinquenta quilômetros de Ischia. Digamos que, sem o conhecimento dos envolvidos, Nápoles entrou em decadência populacional e Pozzuoli teve um enorme crescimento, ultrapassando a cidade que serviu de palco ao Decamerão como a maior cidade italiana em um raio de cinquenta quilômetros de Ischia. A verdade ou a falsidade deste fato são irrelevantes para a verdade ou falsidade de que o *Castel dell'Ovo* é uma atração turística de Nápoles e é isto que o ato da fala está comunicando, e não o sentido base da sentença.

As mesmas considerações valem para crenças. ‘Superman’ e ‘Clark Kent’ podem ser a mesma pessoa, mas isto só é relevante para as crenças de Lois Lane se ela tem conhecimento deste fato. Se isto for o caso, a substituição de um termo pelo outro em ‘Lois Lane acredita que Superman é forte’ seria *salva veritate*, porque não afetaria as condições de satisfação. Mas se ela desconhece que eles são a mesma pessoa, as

condições de satisfação das sentenças resultantes mudam e a substituição não é mais *salva veritate*.

O exemplo utilizado na discussão da substitutividade *salva veritate* evoca naturalmente outra questão solucionável pela teoria. Superman não existe, então como julgar a sentença 'Superman é forte'? Qualquer fã de *comic books* concordará com esta sentença e talvez discuta se Superman é excessivamente forte ou não. Pessoas que não gostam de *comic books*, por outro lado, podem achar estas discussões sem sentido. Bernard Russell deve ser enquadrado no segundo caso. Em seu famoso artigo *On Denoting* (RUSSELL, 1905), ele estuda este tipo de sentença.

Frases denotadoras podem ser descrições definidas, como 'a atual Rainha da Inglaterra' ou indefinidas, como 'um homem'. Uma descrição definida, por sua vez, se apresenta em dois casos. Uma descrição definida pode designar um objeto definido, como, por exemplo, 'a atual Rainha da Inglaterra'. Mas também ocorre de uma descrição definida não denotar coisa alguma, como, por exemplo, 'o atual Rei da França'. O caso interessante acontece quando algo é predicado a uma descrição definida deste último tipo, como em 'o atual Rei da França é calvo'. Russell parece se incomodar com a ideia de uma frase denotadora que não denota e propõe uma teoria para, em essência, descartá-las. Sua teoria de denotação defende que embora uma proposição em que uma frase denotadora aparece tenha significado, uma frase denotadora, em si mesma, nunca tem qualquer significado fora de uma proposição. Esta ideia é, no mínimo, curiosa, pois embora a expressão 'Rainha da Inglaterra' não comunique uma proposição completa, se ela me for dita não terei problemas em entender as palavras e relacioná-las com a imagem de Elisabeth II. De qualquer forma, a semântica de Russell parece devotada a acabar com problemas pela reformação da linguagem. Nossa linguagem natural é defeituosa e precisa ser regimentada. Tendo ou não significado, as descrições definidas são simplesmente removidas da linguagem.

A solução de Russell é mais facilmente entendida com a ajuda de notação simbólica. Aparentemente, quando dizemos 'o atual Rei da França é calvo', a frase denotadora toma o papel de uma constante k_f que se refere a um objeto. Também podemos pensar na função $king\_of(france)$ que receba como argumento um país e devolva seu Rei. A expressão $Bald(k_f)$ atribuiria uma propriedade a uma constante e a

expressão $Bald(king\_of(france))$ atribuiria uma propriedade ao resultado de uma função.

No entanto, isto não é, segundo Russell, o que está sendo dito em 'o atual Rei da França é calvo'. Em primeiro lugar ele nota que o artigo definido 'o' passa a ideia de unicidade. Se a França tivesse dois reis precisaríamos falar em 'um atual Rei da França'. Dado este passo, ele transforma completamente a estrutura da proposição original. Digamos que d simboliza a frase denotadora 'o termo que tem a propriedade π '. Então a proposição ' d tem propriedade ϕ ' não significa o que parece. Esta proposição significa: 'um e apenas um termo tem a propriedade π , e este termo tem a propriedade ϕ '.

Voltando ao nosso exemplo, a sentença 'o atual Rei da França é calvo' significa, de fato: Existe um, e apenas um, termo que tem a propriedade de ser o Rei da França e este termo tem a propriedade de ser calvo. Em símbolos:

$$\exists x(King\_of\_France(x) \ \& \ \forall y(King\_of\_France(y) \rightarrow y = x) \ \& \ Bald(x))$$

A primeira parte $\exists x(King\_of\_France(x))$ declara que existe um Rei de França. A expressão $\forall y(King\_of\_France(y) \rightarrow y = x)$ é uma forma inteligente de Russell de garantir a unicidade. Se existir qualquer termo que tenha a propriedade de ser o um Rei de França, então este termo é igual ao que o quantificador existencial identificou. Finalmente $Bald(x)$ afirma que este termo tem a propriedade de ser calvo. Note que em nenhuma parte desta estrutura aparece 'o atual Rei da França' ou $king\_of(france)$.

A solução de Russell é extremamente inteligente e dá uma resposta à pergunta se a proposição 'o atual Rei da França é calvo' é verdadeira ou falsa. Ela é falsa porque nenhum termo satisfaz $\exists x(King\_of\_France(x))$. No entanto, a necessidade reformar a linguagem natural parece questionável. Quando digo 'o atual Rei da França é calvo' eu não quero dizer o mesmo que 'existe um, e apenas um, termo que tem a propriedade de ser o Rei da França e este termo tem a propriedade de ser calvo'. Estas duas proposições claramente têm significados diferentes. Além disso, a ideia de que uma frase denotadora como 'o atual Rei da França' não tem significado em si mesma me parece simplesmente errada.

Toda a questão se esclarece se colocada em termos da concepção de verdade por satisfação. A sentença 'o atual Rei da França é calvo' significa exatamente o que parece, ou seja, o equivalente a proposição $\langle Bald(king\_of(france)) \rangle$ na ontologia de significado. No entanto, se desejamos saber se ela é verdadeira ou falsa, precisamos saber se ela é apta a ser verdadeira e se as suas condições de satisfação são atendidas. Podemos assumir que ela é apta a ser verdadeira. Quanto as condições de satisfação, acho que Russell estava basicamente correto. A condição de satisfação desta sentença, se representada na ontologia de satisfação, deve ser uma estrutura equivalente a que ele desenhou:

$$\$('o\ atual\ Rei\ da\ França\ é\ calvo') \sim \left\langle \exists x \left(\begin{array}{c} \exists x(King\_of\_France(x) \ \& \\ \forall y(King\_of\_France(y) \rightarrow y = x) \ \& \ Bald(x) \end{array} \right) \right\rangle$$

Neste caso as condições de satisfação não são atendidas e a sentença não é verdadeira.

Da mesma forma, no ato da fala 'Superman é forte' podemos ter que:

$$\$('Superman\ é\ forte') \sim \left\langle \exists x \left(\begin{array}{c} \exists x(Superman(x) \ \& \\ \forall y(Superman(y) \rightarrow y = x) \ \& \ Strong(x) \end{array} \right) \right\rangle$$

No entanto é igualmente possível que, no ato da fala de um fã de quadrinhos, a mesma sentença tenha como condição de satisfação que as histórias narradas nos *comic books* canônicos descrevam o personagem Superman como sendo forte. Neste caso, a sentença 'Superman é forte' seria claramente verdadeira. Isto mostra que, dentro da presente teoria, o discurso ficcional não apresenta maiores dificuldades. Tudo que precisa ser concedido é que o significado de uma sentença nem sempre é suficiente para definir suas condições de satisfação. E me parece obvio que o estudo das propriedades da linguagem de forma abstrata, sem a inclusão de uma comunidade de discurso e atos da fala concretos, sempre será incompleto e não poderá dar soluções para todos os problemas.

O problema que Davidson coloca que toda sentença verdadeira corresponderia a qualquer fato também é trivialmente endereçado aqui. Para começar, a presente teoria não é uma teoria de correspondência e, como o argumento se baseia na definição 'a declaração p corresponde ao fato que p ' ele se desmorona instantaneamente. No entanto, podemos questionar sobre a sentença $\mathcal{N}$:

($\mathcal{N}$) A sentença ‘Nápoles é mais ao norte que Red Bluff’ corresponde ao fato que Nápoles é mais ao norte que Red Bluff.

Qual será o status desta sentença? Isto depende do que se entende por fato e por correspondência. Como a teoria da correspondência é falsa podemos dizer que esta sentença é falsa e encerrar a discussão. No entanto, podemos ser caridosos em nossa interpretação. Pode estar sendo dito que a sentença designada pelo nome ‘Nápoles é mais ao norte que Red Bluff’ tem a mesma condição de satisfação que a afirmação da própria sentença. Aqui temos que ter cuidado. Nomes de sentenças designam sentenças, enquanto usar uma sentença em uma afirmação é um ato da fala. Vimos que nem sempre as condições de satisfação são definidas apenas pelo significado literal da sentença, mas precisam das circunstâncias do ato da fala completo. Neste caso, no entanto, a sentença ‘Nápoles é mais ao norte que Red Bluff’ parece ser capaz de definir suas condições de satisfação e, por acaso, ela é uma sentença verdadeira. No entanto, se continuarmos interpretando ‘corresponde ao fato que’ como ‘tem as mesmas condições de satisfação de’, então a sentença $\mathcal{N}$ é verdadeira, mas a sentença $\mathcal{NX}$ é falsa.

($\mathcal{NX}$) A sentença ‘Nápoles é mais ao norte que Red Bluff’ corresponde ao fato que Nápoles é mais ao norte que Red Bluff desde que Londres fique na Inglaterra.

Vimos que a substitutividade *salva veritate* é garantida quando não há alteração das condições de satisfação e isto pode acontecer, ou não, na substituição de termos. Mas $\mathcal{NX}$ não foi criada por uma substituição de termos em $\mathcal{N}$, mas utilizando $\mathcal{N}$ na formação de uma sentença mais complexa usando uma conjunção. Como é verdade que Londres fica na Inglaterra, a verdade da sentença como um todo terá o mesmo status que a sentença ‘Nápoles é mais ao norte que Red Bluff’, mas não porque ela tem a mesma condição de satisfação da sentença composta. Claramente este não é o caso. Assim, mesmo uma interpretação caridosa de ‘corresponde ao fato que’ em termos de condições de satisfação descarta qualquer crítica da presente teoria baseada no argumento de Davidson.

Há ainda outras características desejáveis na concepção de verdade por satisfação. Lynch defende que um dos truísmos sobre a verdade é que a verdade de uma crença depende de como as coisas são e não de como gostaríamos que elas fossem (LYNCH, 2008). Na presente concepção, a verdade depende da ontologia de

satisfação, que só excepcionalmente contém o resultado de nossos desejos. Isto significa que a concepção não só obedece ao requisito de objetividade, mas o faz obedecendo também o requisito de assimetria. O status de uma condição de satisfação é o mesmo não importa se existe um *truth-bearer* com esta condição de satisfação. Por outro lado, a verdade de um *truth-bearer* depende da existência e atendimento da sua condição de satisfação.

Devo fazer uma observação sobre como Lynch expressa seu truísmo de objetividade. Ele coloca que uma determinada crença é verdadeira se, e somente se, naquilo que diz respeito à crença, as coisas são como se acredita serem. A ideia de que a realidade é como se acredita ser parece pressupor que pensamos na realidade como ela é. Isto certamente é o caso quando nossas crenças são sobre nossas representações. Mas em relação a outros aspectos da realidade, isto me parece incerto.

Nunca tenho convicção se o que leio em Kant é o que ele tinha intenção de comunicar ou o que ele despertou em meu entendimento, mas acho interessante comentar meus pensamentos sobre duas citações.

(...) o espaço e o tempo são apenas formas da intuição sensível, isto é, somente condições da existência das coisas como fenômenos e que, além disso, não possuímos conceitos do entendimento e, portanto, tampouco elementos para o conhecimento das coisas, senão quando nos pode ser dada a intuição correspondente a esses conceitos; daí não podermos ter conhecimento de nenhum objeto, enquanto coisa em si, mas tão-somente como objeto da intuição sensível, ou seja, como fenômeno;

(KANT, 1994, p. 25, B XXV)

No entanto, quando denominamos certos objetos, enquanto fenômenos, seres dos sentidos (*phaenomena*), distinguindo a maneira pela qual os intuímos, da sua natureza em si, já na nossa mente contrapomos a estes seres dos sentidos, quer os mesmos objetos, considerados na sua natureza em si, embora não os intuamos nela, quer outras coisas possíveis, que não são objetos dos nossos sentidos (enquanto objetos pensados simplesmente pelo entendimento) e designamo-los por seres do entendimento (*noumena*).

(KANT, 1994, p. 268, B 306)

A palavra grega *φαινόμενον* (phainómenon) tem como significado ‘algo aparente para a visão’, enquanto *νοούμενον* (nooúmenon) é um particípio do verbo saber. Para Kant, *phaenomena* é aquilo que experimentamos, e ele nos proíbe de usar a razão para além dos limites de toda a experiência. Segundo ele, não podemos ter conhecimento sobre a coisa em si, mas somente sobre objetos da intuição sensível. Esta parte de seu pensamento me parece relativamente clara. Mas seu uso do termo *noumena* é enigmático. Seria natural usar este termo, em contraposição a *phaenomena*, para objetos de que temos entendimento, mas não podemos experimentar. Teríamos então duas formas de conhecer. No entanto, como Kant nos proíbe de falar sobre a coisa em si, ficamos em uma situação em que não podemos conhecer os seres do entendimento. Assim, *noumena* e coisa-em-si acabam se tornando praticamente sinônimos.

Os interditos de Kant me parecem exagerados. Não podemos imaginar um espaço que tenha um limite e também não podemos imaginar um espaço infinito. Estas coisas jamais estarão no reino da experiência possível. No entanto, usando conceitos matemáticos podemos hoje, sem antinomias, falar de um universo que seja finito, mas ilimitado. Tal como defino (e não Kant), estas coisas são *noumena*, ou seja, objetos do entendimento. O risco de falar sobre o que está além dos limites de toda a experiência é obvio, mas a ciência moderna criou métodos para evitar que a pomba da razão saia da atmosfera para entrar no vácuo da pura especulação. Embora não possamos experimentar, por exemplo, um espaço finito e ilimitado de quatro dimensões, os modelos matemáticos são testados sobre previsões que podemos experimentar. Usando nossos telescópios podemos ver Mercúrio se movimentar de acordo com as teorias de Einstein. Desta forma, mesmo que não possamos pensar na realidade como ela é, ou seja, não podemos ter a coisa em si como *phaenomena* que experimentamos diretamente, podemos pensar na coisa em si usando a capacidade da razão de transcender a experiência possível. Mas a coisa em si só é compreensível como *noumena*, e não como *phaenomena*.

Voltemos a formulação de Lynch do truísmo de objetividade. Em relação a uma crença como 'a experiência subjetiva que eu chamo neve tem como característica o qualia da cor branca', posso dizer que as coisas são como se acredita serem. Isto porque, neste caso, a ontologia de significado e a ontologia avaliadora coincidem no *phaenomena*. Se formo uma crença sobre as mudanças ao longo do tempo de um elétron usando a equação de Schrödinger, é possível que, com boa aproximação, as coisas são como eu acredito. Neste caso, em minha visão, é possível que a ontologia de significado e a ontologia avaliadora coincidam. Isto porque os modelos matemáticos que a Física usa na descrição da realidade são *noumena*. Eles nos permitem entendimento sobre objetos que não podemos experimentar. Mas quando acredito que a neve é branca, a realidade não é como acredito que ela seja. Tanto neve quanto branco são *phaenomena*. A realidade, definida como ontologia de validação e a representação, definida como ontologia de significado, são distintas. Dizer, neste caso, que representamos a realidade como ela é implica em retomarmos a noção de correspondência que desejo superar. Temos representações e algumas destas representações são justificadas pela realidade via as condições de satisfação das representações. Não podemos experimentar nenhum objeto enquanto coisa em si, mas apenas como *phaenomena*. Podemos conhecer a coisa em si apenas representando-a como *noumena*. Mas nossas representações fenomenológicas não correspondem, exceto em um sentido trivial, à realidade.

Outro truísmo que Lynch (2009) definiu como um dos fundamentais da verdade é aquele que ele chamou de Norma da Crença, ou seja, é, *prima facie*, correto acreditar em p se e somente se a proposição p é verdadeira. Concordo com Lynch de que este é um truísmo básico que reflete nossas intuições. No entanto, com a teoria a nossa disposição, podemos transformá-lo em um princípio mais fundamental, colocando-o em termos de condições de satisfação e não da verdade.

Princípio da Norma de Correção de um truth-bearer

Para cada tipo de *truth-bearer* existe uma norma de correção correspondente. No caso de uma crença $\mathfrak{B}p$, a norma de correção, ou seja, a condição em p é que é correto crer em p toma a forma abaixo:

$$Right(\mathfrak{B}p) \leftrightarrow trueapt(\langle p \rangle) \circ \$^1(\langle p \rangle)$$

Onde $\langle p \rangle$ é o conteúdo proposicional de $\mathfrak{B}p$.

Podemos então parafrasear Lynch dizendo que é, *prima facie*, correto acreditar em p se, e somente se, a proposição p é apta a ser verdadeira e suas condições de satisfação forem atendidas.

No geral, para que um *truth-bearer* seja empregado de forma correta, ele deve ser apto a ser verdadeiro e suas condições de satisfação devem ser satisfeitas. Como sentenças são empregadas para fazer asserções, no caso de uma sentença p , ela é empregada de forma correta quando ela é validamente assertível. E ela será validamente assertível se, e somente se, ela for apta a ser verdadeira e suas condições de satisfação forem satisfeitas. Usando a forma simbólica:

$$Rightly\_Assertible(\ulcorner p \urcorner) \leftrightarrow trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \$^1(\ulcorner p \urcorner)$$

Obviamente, isto tem como consequência que ela só pode ser validamente assertível quando for verdadeira, o que captura a intuição de Lynch.

No entanto, existem diferentes níveis de exigência de correção. A norma de correção acima representa o nível mais rígido. É correto afirmar que ‘ $1 + 1 = 2$ ’ e incorreto afirmar que ‘ $1 + 1 = 3$ ’. Mas o que dizer de sentenças vagas? Certamente, se um homem não tem um único fio de cabelo, é correto afirmar que ele é calvo. Da mesma forma, se um homem é extremamente hirsuto é incorreto afirmar que ele é calvo. Mas a norma de correção coloca todos os casos vagos na mesma classificação, ou seja, é incorreto afirmar qualquer coisa sobre eles. No entanto, me parece que existem diferenças, quanto a validade, quando se afirma que uma pessoa que só está no início do processo de perda de cabelo, que ela é calva e afirmar o mesmo de uma pessoa que já está bem adiantada no caminho para a calvície. Assim, a norma de correção deve ser suplementada por uma regra de validade que nos diga o que é válido asserir ou crer em situações fora da verdade e da falsidade. O sistema Ω incorpora esta ideia.

Como vemos, a concepção de verdade por satisfação não só é compatível com os principais truísmos de Lynch como permite uma melhor compreensão sobre eles. Na verdade, embora não seja minha intenção, a presente concepção é uma excelente plataforma para a escola pluralista. Se as suposições ontológicas de minha teoria forem descartadas, pode-se colocar que certas condições de satisfação simplesmente refletem, por exemplo, a necessidade de coerência, enquanto outras refletem a existência de estados objetivos da realidade. Um dos problemas da escola pluralista de Lynch é lidar com a possibilidade de que um dos tipos de verdade é a correspondência com a realidade. Colocar a questão em termos de condições de satisfação provê uma base unificada para a verdade deixando a trabalho de pluralista apenas a especificação dos tipos de condições de satisfação.

Estas soluções para alguns dos itens da lista das questões que, idealmente, uma teoria da Verdade deve endereçar são obtidas apenas pela definição de verdade por satisfação: p é uma função sentencial verdadeira se, e somente se, p é apta a ser verdadeira e sua condição de satisfação é atendida ($Tr(\ulcorner p \urcorner) \leftrightarrow Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \wedge \$^1(\ulcorner p \urcorner)$) e pela versão forte da teoria, que define como pressuposto que condições de satisfação tem existência real e não linguística. A partir desta visão foi possível construir um sistema lógico que chamei de sistema Ω que resolve os itens restantes da lista. Embora os pressupostos metafísicos formem o racional para a construção da álgebra de Ω , uma vez que esta esteja construída ela gera soluções de forma independente destes pressupostos. É isto que chamei de versão modesta da teoria. Na próxima seção eu apresentarei este sistema.

4.2 TEORIA DA VERDADE EM Ω

Embora, na realidade, a concepção seja neutra em termos de *truth-bearers*, podendo ser aplicada a crenças ou proposições, ela se torna mais simples de ser explicada no caso dos *truth-bearers* serem sentenças em uma linguagem. Além disso, esta escolha me permite apresentar a solução em termos do que chamei de versão modesta.

Definirei uma linguagem $\mathcal{L}_\Omega$ de um sistema lógico de primeira ordem que chamei de Ω . Este sistema será definido na metalinguagem de modo a implementar as ideias por trás da versão forte e suas premissas ontológicas. Isto criará um modelo não padrão que permitirá avaliar sentenças complexas e definir os axiomas de Ω baseados neste modelo. No entanto, uma vez criado este modelo, ele se sustenta por si mesmo e sua interpretação filosófica pode ser ignorada.

Há, entretanto, um último trabalho preparatório. A solução utilizará ideias e construções dos trabalhos de pesquisadores como Alan Ross Anderson e Nuel D. Belnap Jr., entre outros. Também será necessária uma apresentação breve sobre Álgebra Abstrata e seu uso em Lógica. Felizmente podemos usar o trabalho de Belnap como fio condutor deste assunto.

Antes deste trabalho preparatório, porém, irei comentar sobre uma característica geral do sistema lógico Ω . Em '*A Useful Four-Valued Logic*' Belnap declara que usa o termo 'lógica' no velho sentido, que se aplica ao Organon de Aristóteles, ou seja, o de um cânone de inferência (BELNAP JR., 1977). Pretendo fazer o mesmo. De forma fundamentalmente diferente das lógicas tradicionais, o sistema Ω é um cânone de inferência baseado em status de condição de satisfação e não em verdade. As consequências filosóficas deste fato podem ser analisadas no contexto de uma sugestão feita pelo professor Oswaldo Chateaubriand.

The principle of contradiction (...) is formulated both as a principle that the same property cannot apply and not apply (at the same time, in the same respect) to the same subject and as the principle that contradictory propositions cannot be true (...).

Propositional logic is generally considered to be a part of predicate logic, but I think that there is a fundamental difference between the two. Propositional logic can be seen as a very broad theory of truth relations between propositions, quite independently of any analysis of the logical structure of

propositions and of their linguistic expression. As a general theory of truth relations between propositions it is natural to say that propositional logic formulates laws of truth. The principle of contradiction in its second formulation can be taken as the fundamental principle of propositional logic.

Predicate logic (...) can be seen as a general theory of property of objects based on some specific logical properties and operations. Its laws are laws of being in a sense that is very close to Aristotle's. The principle of contradiction in its first formulation is one of the fundamental laws of predicate logic. In this sense predicate logic is not a theory of logical truth, or of logical implication, but a theory of reality.

(CHATEAUBRIAND, 2001, p. 17)

O cânone de inferência que representa as leis da verdade é uma teoria filosófica absolutamente correta. Ao dizer isto eu altero levemente o comentário de Chateaubriand. A lógica que formula as leis da verdade não é exatamente a lógica proposicional, como sinônimo de cálculo sentencial, em que as fórmulas atômicas são sentenças que expressam proposições. A lógica que formula as leis da verdade tem como fórmulas atômicas apenas T , simbolizando verdade e $\perp$, simbolizando a falsidade. Nesta lógica, $\sim(\perp \circ T) = T$, expressando a lei da não contradição e $(\perp + T) = T$, expressando a lei do terceiro excluído, não só são válidas, mas representam características fundamentais da verdade. Estas são leis analíticas que não podem ser questionadas a não ser que se mude o próprio sentido da palavra verdade.

O cálculo sentencial, ou lógica proposicional, enquanto teoria geral das relações de verdade entre sentenças propositivas, é correto, se, em primeiro lugar, definirmos uma sentença propositiva atômica como uma sentença que possui, ou a propriedade de ser verdadeira, ou a propriedade de ser falsa. E, em segundo lugar, definirmos que as operações lógicas sobre as sentenças propositivas são válidas, ou não, segundo o valor verdade ($\perp$ ou T) destas operando segundo as Leis da Verdade.

A lógica de predicados pode ser encarada de forma semelhante, ou seja, como teoria geral das relações de verdade entre sentenças sobre objetos, predicados e relações em que estes predicados e relações representam elementos, conjuntos ordinários e produtos cartesianos sobre conjuntos ordinários. A correção desta forma de encarar a lógica de predicados é justificada pelo que foi dito sobre a lógica proposicional, mais

uma teoria como a teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel com o axioma da escolha. A lógica de predicados encarada desta forma é uma teoria matemática sobre objetos matemáticos.

No entanto, a lógica de predicados, encarada como uma teoria extremamente geral da realidade é, claramente, uma teoria empírica que pode ser testada como qualquer outra teoria científica. Neste caso a lógica de predicados clássica está para o sistema Ω como a teoria de Newton está para a teoria da Relatividade. Como teoria empírica universal, a lógica de predicados clássica é refutada pelo paradoxo do mentiroso e pelos predicados vagos. Evidentemente, assim como a teoria de Newton ainda é válida para os movimentos que testemunhamos em nosso dia a dia, a lógica de predicados clássica ainda é válida quando lidamos com predicados que podem ser modelados com o auxílio de teoria dos conjuntos ordinários. Isto inclui, por exemplo, quando o assunto são teorias da Física. Nenhuma teoria física tem leis sobre objetos classificados como leves, acelerações classificadas como suaves ou sobre qualquer outro predicado vago. Nem há versões do paradoxo do mentiroso em teorias físicas. No entanto, quando raciocinamos sobre a realidade de forma geral, o cânone de inferência não pode ser a lógica de predicados clássica, baseada em verdade, e sim algo como o sistema Ω , baseado em status de condição de satisfação.

4.2.1 Lattices e os Quatro Valores de Belnap

Belnap apresentou em '*A Useful Four-Valued Logic*' (BELNAP JR., 1977) sua lógica de quatro valores como uma solução para um problema prático de ordem epistêmica. O problema é especificado da seguinte forma. Um computador deve responder a perguntas de forma relativamente sofisticada, ou seja, com base em deduções sobre as informações em sua memória. Estes dados são fornecidos por várias fontes que são consideradas geralmente confiáveis e informativas, mas não perfeitas. O computador deve responder da melhor forma possível em face da possibilidade de receber informações contraditórias ou de não ter acesso a certas informações que podem entrar em seu processo de raciocínio. Alguns exemplos esclareceram o problema. Digamos que o computador receba as seguintes informações de duas fontes $\mathcal{F}_1$ e $\mathcal{F}_2$:

- $\mathcal{F}_1: \langle \text{Berkeley}, \text{West} \rangle$ - Universidade de Berkeley fica na Região Oeste
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Searle}, \text{Berkeley} \rangle$ – John Searle ensina na Universidade de Berkeley
- $\mathcal{F}_1: \langle \text{Berkeley}, \text{South} \rangle$ - Universidade de Berkeley fica na Região Sul
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Yale}, \text{NorthEast} \rangle$ - Universidade de Yale fica na Região Nordeste
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Burns}, \text{Yale} \rangle$ – Harry Burns ensina na Universidade de Yale
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Albright}, \text{Harvard} \rangle$ – Sally Albright ensina na Universidade de Harvard

O computador responderá a qualquer pergunta sobre se um professor ensina em uma Universidade e sobre se uma Universidade fica em determinada região, mas suas respostas não se limitarão a 'Sim' ou 'Não'. Dependendo da informação disponível ele pode também responder 'Sim e Não', se recebeu informações contraditórias ou 'Não sei' se precisa de uma informação que não possui para dar uma resposta mais informativa. A seguir coloco algumas perguntas e respostas que são extraídas diretamente da base:

- John Searle ensina na Universidade de Berkeley? R: **SIM**
- A Universidade de Yale fica na Região Sul ? R: **NÃO**
- A Universidade de Berkeley fica na Região Sul? R: **SIM E NÃO**
- A Universidade de Harvard fica na Região Nordeste? R: **NÃO SEI**

A primeira resposta é uma leitura direta na base. Para a segunda pergunta o computador deve ter a regra de que uma Universidade está localizada em uma única região. Como disseram para ele que Yale fica no Nordeste ele responde negativamente a pergunta de que se ele fica no Sul. Na terceira pergunta o computador recebeu informações conflitantes sobre a localização de Berkeley e responde com ambiguidade. Finalmente, na última pergunta como ele não recebeu informações sobre a localização de Harvard ele confessa sua ignorância.

O método usado pelo computador fica mais interessante em casos em que as perguntas envolvem operações lógicas. Digamos que um estudante deseja decidir onde quer estudar. Ele faz então duas perguntas ao computador, a primeira reflete seu desejo de estudar com o professor John Searle ou estudar em uma Universidade na região Oeste, sua região de preferência. A segunda reflete seu desejo em estudar com Sally Albright contanto que ela ensine na região Nordeste, que é sua segunda preferência em região.

Na primeira pergunta, o estudante deseja avaliar Berkeley como possível alvo de suas ambições e pergunta se é o caso da Universidade de Berkeley ficar na Região Oeste ou do professor Searle ensinar em Berkeley. A resposta do computador deve avaliar a proposição $\langle Searle, Berkeley \rangle \vee \langle Berkeley, West \rangle$. O computador tem informações conflitantes sobre a localização de Berkeley, mas ele acredita que Searle ensina em Berkeley. Como a pergunta resposta é uma disjunção, ele responde **SIM**.

Na segunda, o estudante está avaliando Harvard. Sally Albright ensinar lá é um critério importante, mas só se Harvard ficar na região Sul. A pergunta é se é o caso destes dois critérios serem obedecidos. A resposta do computador deve avaliar a proposição $\langle Albright, Harvard \rangle \& \langle Harvard, NorthEast \rangle$. O computador acredita que Sally ensina em Harvard, mas como ele não tem informações sobre a localização de Harvard e a resposta é uma conjunção, ele responde **NÃO SEI**.

Eu afirmei que Belnap está, em seu texto, interessado em um problema prático de ordem epistêmica. Agora deve ter ficado claro o porquê. O problema é prático porque envolve a criação de programas de computador. Ele é de natureza epistêmica e não lógica porque, diferente da Teoria Lógica de Priest, quando o computador entra em um estado de inconsistência, não é o caso de Berkeley ser localizada simultaneamente na Região Sul e na Região Oeste. A contradição não nasce de uma

dialetheia, mas do caso mais prosaico de informações conflitantes devido ao fato que as fontes são imperfeitas. Da mesma forma, Belnap não afirma, ao contrário de Kripke, que existem proposições que nem são verdadeiras e nem falsas. Harvard efetivamente fica em uma região geográfica. O caso é que o computador não foi informado de qual. O problema epistêmico que Belnap está interessado é o de raciocínio na presença de informações imperfeitas. Em relação ao pensamento filosófico por traz de sistemas lógicos tolerantes a contradições, Belnap parece estar mais próximo ao professor Da Costa. No artigo '*The Logic of Pragmatic Truth*', escrito em conjunto com Otávio Bueno e Steven French, Da Costa contrapõe a visão Hegeliana subjacente as dialetheias de Priest ao conceito de 'verdade pragmática', defendido pelos autores. Eles colocam que a abordagem de Priest não faz justiça à atitude doxástica adotada de fato pelos cientistas, argumentando que ninguém, nem mesmo Bohr, acreditou que a teoria de Bohr, com suas contradições, era verdadeira. A atitude pragmática aplicada às teorias científicas é explicada como entendendo a 'crença de que p' como a 'crença de que p é pragmaticamente ou parcialmente verdadeiro'.

(...) when it comes to representational structures such as scientific theories, "belief that p" is to be understood as "belief that p is pragmatically or partially true". This allows for the accommodation of inconsistency by acknowledging that it is not a permanent feature of reality to which theories must correspond, but is rather a temporary aspect of such theories, which may nevertheless be extremely fruitful in a heuristic sense.

(DA COSTA, BUENO e FRENCH, 1998)

Voltando ao texto de Belnap, o problema é, então, o de criar um sistema lógico que seja matematicamente satisfatório e que permita deduções na presença de inadequações na informação disponível. A solução de Belnap pertence à tradição de atribuir uma semântica algébrica a sistemas lógicos. Esta tradição remonta, no mínimo, à obra de George Boole e seu '*An Investigation of the Laws of Thought*' (BOOLE, 1854). Boole se propôs a reduzir a linguagem, como instrumento de raciocínio a leis semelhantes às da Álgebra.

All the operations of Language, as an instrument of reasoning, may be conducted by a system of signs composed of the following elements, viz.:

1st. Literal symbols, as x , y , &c., representing things as subjects of our conceptions.

2nd. Signs of operation, as $+$, $-$, $\times$, standing for those operations of the mind by which the conceptions of things are combined or resolved so as to form new conceptions involving the same elements.

3rd. The sign of identity, $=$.

And these symbols of Logic are in their use subject to definite laws, partly agreeing with and partly differing from the laws of the corresponding symbols in the science of Algebra.

(BOOLE, 1854, p. 19)

A ideia de Boole é que se a aritmética e o processo lógico forem expressos da mesma forma, suas expressões simbólicas estarão sujeitas à mesma lei formal. Se, por exemplo, simbolizarmos a verdade como 1 e a falsidade como 0, a conjunção lógica é obtida multiplicando os dois valores verdade. Esta ideia foi, mais tarde, ampliada por Łukasiewicz em um pequeno, mas importante artigo publicado em 1920 e chamado em polonês '*O logice trójwartościowej*' (Sobre a lógica trivalente). Além dos valores 'verdadeiro' (1) e 'falso' (0), Łukasiewicz introduziu o valor 'possível' ($\frac{1}{2}$) para expressões que não são nem verdadeiras e nem falsas.

Three-valued logic is a system of non-Aristotelian logic, since it assumes that in addition to true and false propositions there also are propositions that are neither true nor false, and hence, that there exists a third logical value. That third logical value may be interpreted as "possibility" and may be symbolized by $\frac{1}{2}$.

(ŁUKASIEWICZ, 1970, p. 87)

No sistema de Łukasiewicz, a implicação lógica era representada pela operação $<$ (menor que). Assim, na lógica tradicional de dois valores, se p e q ossem variáveis cujos valores pudessem ser 0 ou 1, a fórmula $p \rightarrow q$ seria interpretada segundo as seguintes equações:

- $(0 < 0) = (0 < 1) = (1 < 1) = 1$
- $(1 < 0) = 0$

A lógica de três valores simplesmente adiciona o valor ‘possível’ ($\frac{1}{2}$), usando o mesmo esquema. Assim, além das igualdades acima, valem também as seguintes:

- $(0 < \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2} < 1) = (\frac{1}{2} < \frac{1}{2}) = 1$
- $(\frac{1}{2} < 0) = (1 < \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

Como as novas igualdades não modificam as anteriores, se forem usados apenas proposições verdadeiras ou falsas, a lógica de Łukasiewicz funciona da mesma maneira que a lógica tradicional de dois valores. No entanto, algumas escolhas de Łukasiewicz parecem arbitrárias. Nas equações sobre valores da lógica clássica o símbolo $<$ pode ser interpretado como um teste se o primeiro valor é menor ou igual ao segundo. Quando o teste é positivo, o resultado recebe o valor verdade correspondente a ‘verdadeiro’, ou seja, 1. Quando o teste é negativo, o resultado recebe o valor verdade correspondente a ‘falso’, ou seja, 0. A definição de negação de Łukasiewicz, ou seja, $a' = (a < 0)$ é consistente com esta interpretação de $<$. Se $a = 0$ então $a' = (0 < 0) = 1$ e se $a = 1$ então $a' = (1 < 0) = 0$. No entanto esta interpretação de $<$ não é consistente com duas equações que Łukasiewicz oferece quando inclui $\frac{1}{2}$: $(\frac{1}{2} < 0) = (1 < \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$. Para que a interpretação permanecesse constante teríamos:

- $(\frac{1}{2} < 0) = (1 < \frac{1}{2}) = 0$

Łukasiewicz não oferece maiores explicações para esta aparente inconsistência, a não ser ao dizer que a ampliação da lógica para inclusão do terceiro valor poderia ser feita de várias maneiras e que o sistema adotado por ele no então ‘presente estágio de pesquisa’ era aquele que menos se desviava da lógica de dois valores. A ideia que existem escolhas no processo de ampliação da quantidade de valores da álgebra subjacente à lógica é extremamente importante. Łukasiewicz chega ao extremo de dizer que a própria lógica é um produto livre do homem, como uma obra de arte. Podemos dispensar estas ideias extremas, mas é fato que as ampliações da lógica ofereceram uma ampla gama de escolhas e aquelas que se tornaram predominantes poderiam ter sido diferentes. Os únicos guias nestas escolhas parecem ser a compatibilidade com a lógica de dois valores, a intuitividade da solução e fertilidade das consequências da decisão. Como veremos, a escolha de Belnap em relação ao

modo de calcular a relação de implicação não segue as ideias mais em uso, mas isto não é nenhum demérito a seu trabalho.

O próximo passo em direção a generalização da ideia de Boole foi dado por Garrett Birkhoff, em 1940, em seu livro '*Lattice theory*' (BIRKHOFF, 1967). O trabalho de Garrett foi extremamente importante para a pesquisa de Álgebra Abstrata nos Estados Unidos. Em contraste com a Álgebra tradicional, que pode ser descrita como a teoria das equações, a Álgebra Abstrata é o estudo das estruturas algébricas. Uma estrutura algébrica consiste em um ou mais conjuntos fechados em relação a uma ou mais operações¹⁵, que satisfazem certas propriedades. A lista de propriedades determina variações de estrutura algébrica.

Uma das estruturas mais simples é a chamada poset ('*Partially Ordered SET*'). Um poset($S, \sqsubseteq$) é composto de um conjunto S e de uma relação $\sqsubseteq$, sobre este conjunto, que satisfaça as seguintes propriedades:

- Reflexiva - para cada elemento $a \in S$, $a \sqsubseteq a$.
- Transitiva - se $a \sqsubseteq b$ e $b \sqsubseteq c$, então, obrigatoriamente, $a \sqsubseteq c$.
- Anti-simétrica - se $a \sqsubseteq b$ e $b \sqsubseteq a$ então $a = b$.

O conjunto dos números Naturais forma um poset($\mathbb{N}, \leq$) com a relação 'igual ou sucessor' fazendo o papel de $\sqsubseteq$. Mas nem todos os posets são ordenados de forma linear como a sucessão dos números naturais. Um exemplo que não é linearmente ordenado é o poset($S, \sqsubseteq$), criado sobre o conjunto de todos os subconjuntos de $\{1,2\}$, ou seja, $S = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$, usando a relação 'está contido em' ($\subseteq$) no papel de $\sqsubseteq$. A Figura 11 ilustra este poset. Um conjunto linearmente ordenado é um poset em que $\sqsubseteq$ é conectada, ou seja, para qualquer a e b ou $a \sqsubseteq b$ ou $b \sqsubseteq a$. O poset ($S, \sqsubseteq$) não é linearmente ordenado porque nem $\{1\} \sqsubseteq \{2\}$ e nem $\{2\} \sqsubseteq \{1\}$.

¹⁵ Um conjunto é fechado em relação a uma operação quando o resultado da operação aplicada a elementos do conjunto é também um elemento do conjunto.

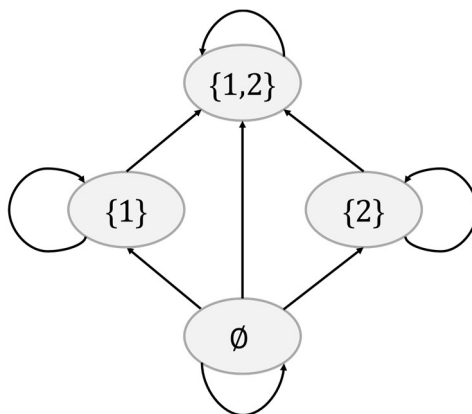


Figura 11 - Poset não linearmente ordenado $(S, \subseteq)$

Para nossos propósitos, uma estrutura mais importante que o poset básico é chamada de lattice. Um $\text{lattice}(S, \vee, \wedge)$, é um caso especial de poset onde cada par (a, b) de elementos de S tem um *supremum* e um *infimum* em S . Vou explicar primeiro *supremum* e *infimum* e depois as duas operações $\vee$ e $\wedge$.

- y é o *supremum* de (a, b) se, e somente, se $a, b \subseteq y$ e para qualquer z com $a, b \subseteq z$, é o caso de $y \subseteq z$. Em outras palavras, o *supremum* é o menor elemento que é maior ou igual que os dois valores na ordem do poset.
- y é o *infimum* de (a, b) se, e somente, se $y \subseteq a, b$ e para qualquer z em que $z \subseteq a, b$, é o caso de $z \subseteq y$. Em outras palavras, o *infimum* é o maior elemento que é menor ou igual que os dois valores na ordem do poset.

O poset $(S, \subseteq)$ da Figura 11 é um lattice em que os valores de *supremum* e *infimum* são mostrados no Quadro 20.

a	b	$\text{sup}(a, b)$	$\text{inf}(a, b)$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\emptyset$
$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$	$\{1\}$

a	b	$\text{sup}(a, b)$	$\text{inf}(a, b)$
$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1, 2\}$	$\emptyset$
$\{1\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{1\}$
$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$	$\{2\}$
$\{2\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{2\}$
$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$

Quadro 20 - supremum e infimum no poset $(S, \subseteq)$

Note que, na maioria dos casos, o *supremum* é o maior dos dois elementos e o *infimum* é o menor dos dois elementos. No entanto, no caso de $(\{1\}, \{2\})$ esta regra falha. De qualquer forma, mesmo neste caso, o *supremum* e o *infimum* pertencem a S . E está é a condição para que seja um lattice.

Um $\text{lattice}(S, \vee, \wedge)$ também pode ser definido como um conjunto S com duas operações binárias, $\vee$ e $\wedge$, em S , que satisfazem:

- Idempotência: $(a \vee a) = a$ e $(a \wedge a) = a$, ou seja, a aplicação das operações sobre o mesmo elemento a retorna este elemento.
- Comutatividade: $(a \vee b) = (b \vee a)$ e $(a \wedge b) = (b \wedge a)$, ou seja, a ordem dos operadores não é importante para o resultado.
- Associatividade: $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ e $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$, ou seja, quando aplicamos a mesma operação, não importa a ordem da aplicação.
- Absorção: $a \vee (a \wedge b) = a$ e $a \wedge (a \vee b) = a$

A operação $\vee$ é chamada de união ou *join* e a operação $\wedge$ é chamada de conjunção ou *meet*.

Estas propriedades são mais facilmente visualizadas usando nosso exemplo. O $\text{poset}(S, \subseteq)$, mostrado na Figura 11 corresponde a um $\text{lattice}(S, \cup, \cap)$, onde $\cup$ é a operação de união de dois conjuntos e $\cap$ é a operação de interseção de dois conjuntos. É fácil ver que estas operações obedecem às quatro propriedades. Por exemplo, a união do conjunto a com a sua interseção com um conjunto b é o próprio conjunto a e assim estas operações obedecem a propriedade de absorção.

As duas definições de lattice se equivalem porque o *supremum* de um par de elementos (a, b) é simplesmente o resultado da operação de *join* $\vee$ sobre estes elementos e o *infimum* de um par de elementos (a, b) é simplesmente o resultado da operação de *meet* $\wedge$ sobre estes elementos.

No caso de $\text{lattice}(S, \cup, \cap)$ da Figura 11:

- O *supremum* de $(\emptyset, \{2\})$ é o resultado de $\emptyset \cup \{2\}$, ou seja, $\{2\}$.
- O *infimum* de $(\emptyset, \{2\})$ é o resultado de $\emptyset \cap \{2\}$, ou seja, $\emptyset$.
- O *supremum* de $(\{1\}, \{2\})$ é o resultado de $\{1\} \cup \{2\}$, ou seja, $\{1, 2\}$.
- O *infimum* de $(\{1\}, \{2\})$ é o resultado de $\{1\} \cap \{2\}$, ou seja, $\emptyset$.

Note que o conjunto S é fechado em relação as duas operações escolhidas ($\cup$ e $\cap$). Isto não acontece para qualquer conjunto e operação que escolhamos arbitrariamente. Por exemplo, embora o resultado da operação de soma e multiplicação sobre números naturais sempre é um número natural, o resultado da operação de subtração sobre números naturais pode ser um número inteiro, mas não natural e o resultado da operação de divisão sobre números naturais pode ser um número racional, mas não natural.

Os lattices formam uma excelente base para criação de álgebras para diferentes lógicas. Em seu livro de 1940, Birkhoff foi o primeiro a sugerir esta ideia. Uma década depois, Alan Rose publicou um artigo intitulado '*Systems of logic whose truth-values form lattices*' (ROSE, 1951) onde mostrou como isto poderia ser feito para lógicas de mais de dois valores, como a de Łukasiewicz.

Não seguirei a apresentação de Rose. Em vez disso, mostrarei a construção de álgebras baseadas em lattices para a lógica de Boole de dois valores e para a lógica de Łukasiewicz de três valores, para finalmente mostrar o sistema de quatro valores de Belnap. Para isto, precisarei mostrar alguns tipos de lattices que obedecem a propriedades adicionais, além das quatro obrigatórias. O primeiro tipo é o lattice **distributivo**, em que a seguinte propriedade é válida:

- Distributividade: $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ e $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

Um lattice $(S, \wedge, \vee, 0, 1)$ é **limitado**, ou *bounded*, quando possui um menor elemento 0 (*bottom*) e um maior elemento 1 (*top*) tal que:

- 0 é o elemento de identidade para a operação de *join* $\vee$, ou seja, $(0 \vee a) = a$
- 1 é o elemento de identidade para a operação de *meet* $\wedge$, ou seja, $(1 \wedge a) = a$

O lattice $(S, \cup, \cap)$, mostrado na Figura 11 é um lattice $(S, \cup, \cap, \emptyset, \{1, 2\})$ que é limitado. O conjunto vazio $\emptyset$ faz o papel de 0 na operação de união: $(\emptyset \cup a) = a$ e o conjunto $\{1, 2\}$, por sua vez, faz o papel de 1 na operação de interseção: $(\{1, 2\} \cap a) = a$. É fácil de ver que o lattice $(S, \cup, \cap, \emptyset, \{1, 2\})$ além de limitado é também distributivo.

O terceiro tipo é chamado **completo**. Acima falamos das operações das definições de *supremum* e o *infimum* sobre um par de elementos (a, b) . Na verdade, estes conceitos podem ser ampliados para qualquer subconjunto $X \subseteq S$ simplesmente aplicando as operações de *meet* e *join* sobre este subconjunto.

$$\sup(X) = \bigvee X \qquad \inf(X) = \bigwedge X$$

Quando todos os possíveis subconjuntos de S tem um *supremum* e um *infimum* em S , o lattice $(S, \wedge, \vee, 0, 1)$ é chamado completo. Todos os lattices que nos interessam são completos. Também é interessante que o *infimum* de S seja o elemento 0 de identidade para a operação de *join* $\vee$ e o *supremum* de S seja elemento 1 de identidade para a operação de *meet* $\wedge$.

$$\sup(S) = \bigvee S = 1 \qquad \inf(S) = \bigwedge S = 0$$

De fato, a partir de agora, trabalharemos somente com lattice distributivos, limitados e completos. Além disso, uma mudança de terminologia é em ordem. Nos exemplos acima, todas as relações que definimos no conjunto S , ou seja, $\sqsubseteq, \wedge$ e $\vee$ foram funções. Uma função é uma relação $S^n \times S$ em que para cada n -upla em S^n ou não está relacionado nenhum valor, ou está relacionado um único valor $s \in S$. Uma estrutura onde as relações são funções é chamada de **álgebra**. Veremos alguns tipos de álgebra, mas antes incluiremos mais uma operação em nossos lattices.

Uma operação de involução $'$ em um lattice $(S, \wedge, \vee, 0, 1, ')$, que seja limitado, é uma função em um elemento $a \in S$ tal que:

- $(a')' = a$, ou seja, o inverso da função de involução é a própria função.
- Se $a \sqsubseteq b$ então $b' \sqsubseteq a'$ ou seja, ordem dos resultados é invertida pela involução.

O resultado a' da operação de involução sobre um elemento a é chamado de **complemento** de a .

No caso do lattice $(S, \cup, \cap, \emptyset, \{1, 2\})$, que definimos a partir da Figura 11 podemos definir uma operação de involução a partir da diferença entre conjuntos, na forma: $a' = \{1, 2\} - a$. Os valores dos complementos dos elementos de S usando esta função são mostrados no Quadro 21

a	$a' = \{1, 2\} - a$
$\emptyset$	$\{1, 2\}$
$\{1\}$	$\{2\}$
$\{2\}$	$\{1\}$
$\{1, 2\}$	$\emptyset$

Quadro 21 - Complemento dos elementos do lattice $(S, \cup, \cap, \emptyset, \{1, 2\})$

Uma **álgebra de ‘de Morgan’ completa** é um lattice $(S, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ distributivo, limitado e completo em que a operação de involução atente as seguintes propriedades:

- Primeira lei de ‘de Morgan’: $(a \vee b)' = (a' \wedge b')$
- Segunda lei de ‘de Morgan’: $(a \wedge b)' = (a' \vee b')$

Uma **álgebra de Boole completa** é álgebra de ‘de Morgan’ completa em que a operação de involução também atente as seguintes propriedades:

- LEM ou Lei do terceiro excluído: $(a \vee a') = 1$
- LNC ou Lei da não contradição: $(a \wedge a') = 0$

Nestas últimas definições deve ter ficado completamente óbvia a ligação entre lógica e uma álgebra baseadas em lattices. A seguir aplicaremos estes conceitos à lógica de Boole de dois valores em uma álgebra que chamaremos B_2 , à lógica de Łukasiewicz de três valores em uma álgebra que chamaremos L_3 , e à lógica de Belnap de quatro valores em uma álgebra que chamaremos L_4 . Os respectivos lattices aparecem na Figura 12, após a apresentação das lógicas.

De forma não surpreendente, a lógica de Boole pode ser implementada em uma álgebra de Boole completa $(B_2, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ em que:

- O conjunto é $B_2 = \{0, 1\}$ onde 0 simboliza 'falso' e 1 simboliza 'verdadeiro'.
- A ordem $\sqsubseteq$ de B_2 é $0 \leq 1$ usando a ordem dos números Naturais
- A operação $a \wedge b$ é simplesmente o valor mínimo de a e b usando a ordem, ou seja, $a \wedge b = \min(a, b)$.
- A operação $a \vee b$ é simplesmente o valor máximo de a e b usando a ordem, ou seja, $a \vee b = \max(a, b)$.
- O elemento de identidade 0 para a operação de *join* $\vee$ é $0 \in B_2$
- O elemento de identidade 1 para a operação de *meet* $\wedge$ é $1 \in B_2$
- A operação a' é calculada de forma aritmética pela fórmula $a' = 1 - a$.

É fácil de ver como esta álgebra obedece às leis de 'de Morgan', LEM e LNC:

- Primeira lei de 'de Morgan': $1 - \max(a, b) = \min(1 - a, 1 - b)$
- Segunda lei de 'de Morgan': $1 - \min(a, b) = \max(1 - a, 1 - b)$
- Lei do terceiro excluído: $\max(a, 1 - a) = 1$
- Lei da não contradição: $\min(a, 1 - a) = 0$

Tudo que precisamos agora é definir uma função interpretação $|\varphi|$, em que:

- para cada fórmula atômica, ex. P ou Q , está associado um valor $|P|$ que pode ser 0 ou 1
- $|\sim P| = |P|'$
- $|P + Q| = |P| \vee |Q|$
- $|P \circ Q| = |P| \wedge |Q|$

A questão da interpretação da implicação $|P \rightarrow Q|$ precisa ser decidida. Como uma dedução só é válida se, a partir da verdade, não se chega a uma falsidade, a forma mais intuitiva de achar o valor verdade da implicação é simplesmente verificar se a operação segue a ordem do lattice. Se sim, ela será considerada verdadeira, mas se ela for na direção contrária ela será considerada falsa, ou seja, $|P \rightarrow Q|$ é dada por $P \leq Q$. Por uma feliz coincidência, esta forma de calcular a implicação tem, na álgebra

B_2 , exatamente os mesmos valores da fórmula $|\sim P + Q|$. Isto é conveniente porque permite que calculemos a implicação a partir de operações já definidas. As tabelas verdade da álgebra B_2 é mostrada no Quadro 22

P	$\sim P$	P	Q	$P + Q$	$P \circ Q$	$P \leq Q$	$\sim P + Q$
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1

Quadro 22 - Tabela Verdade da Álgebra B_2

A lógica de Łukasiewicz pode ser implementada em uma álgebra de ‘de Morgan’ completa $(\mathbb{L}_3, \wedge, \vee, 0, 1, ')$. O artigo de 1920 (Sobre a lógica trivalente) não oferecia informações suficientes sobre a álgebra subjacente, mas em 1922 publicou um artigo cujo nome original é ‘*Interpretacja liczbowa teorii zdań*’ (Interpretação numérica da teoria das sentenças) e que não só provê estas informações, quanto mostra como definir a álgebra, não só para a lógica trivalente, mas também para lógicas que usam qualquer conjunto de valores Reais entre 0 e 1 (ŁUKASIEWICZ, 1970).

Para a construção da álgebra $(\mathbb{L}_3, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ definimos:

- O conjunto $\mathbb{L}_3 = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ em que 0 simboliza ‘falso’, 1 simboliza ‘verdadeiro’ e ‘ $\frac{1}{2}$ ’ simboliza ‘possível’.
- A ordem $\sqsubseteq$ de $\mathbb{L}_3$ é $0 \leq \frac{1}{2} \leq 1$ usando a ordem dos números Reais.
- O elemento de identidade 0 para a operação de $\vee$ é o número Real $0 \in \mathbb{L}_3$
- O elemento de identidade 1 para a operação de $\wedge$ é o número Real $1 \in \mathbb{L}_3$

A ordem $\sqsubseteq$ pode ser generalizada para qualquer subconjunto do intervalo $[0 \cdots 1]$, inclusive o intervalo completo.

Quanto aos operadores, Łukasiewicz começa definindo $|P \rightarrow Q|$ da seguinte forma:

$$|P \rightarrow Q| = (|P| \mapsto |Q|) = \begin{cases} 1 & \text{se } |P| \leq |Q| \\ 1 - |P| + |Q| & \text{se } |P| > |Q| \end{cases}$$

Agora dispomos de um racional para o artigo de 1920. No entanto, a escolha de Łukasiewicz ainda parece estranha. Ele coloca como verdadeira todas as implicações que seguem a ordem do Lattice, e nunca ocorre que a verdade implique uma falsidade. No entanto $(1 \mapsto \frac{1}{2}) = 1 - 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ e $(\frac{1}{2} \mapsto 0) = 1 - \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$. A primeira destas implicações pode ser lida como ‘é possível que a verdade implique no possível’ e a segunda como ‘é possível que o que é possível implique em uma falsidade’, o que parece ser intuitivamente razoável. Somente a fecundidade destas escolhas pode ser usada como julgamento de sua qualidade. De qualquer forma, a álgebra fornece exatamente os mesmos valores da álgebra B_2 para os valores verdade clássicos.

- A operação $|P|'$ é definida de forma lógica como $|P|' = |P| \mapsto 0$, o que equivale, aritmeticamente, à fórmula $a' = 1 - a$.
- A operação $|P| \vee |Q|$ é definida de forma lógica como $|P| \vee |Q| = |(P \rightarrow Q) \rightarrow Q|$, o que equivale, aritmeticamente, à fórmula $a \vee b = \max(a, b)$.
- A operação $|P| \wedge |Q|$ é definida de forma lógica como $|P| \wedge |Q| = |\sim(\sim P + \sim Q)|$, o que equivale, aritmeticamente, à fórmula $a \wedge b = \min(a, b)$.

A álgebra $(\mathbb{L}_3, \wedge, \vee, 0, 1, ')$, que usamos para modelar a lógica trivalente de Łukasiewicz é uma álgebra de ‘de Morgan’ completa, já que é distributiva, limitada e completa e, além disso, a operação de involução $a' = 1 - a$ atente as seguintes propriedades:

- Primeira lei de ‘de Morgan’: $1 - \max(a, b) = \min(1 - a, 1 - b)$
- Segunda lei de ‘de Morgan’: $1 - \min(a, b) = \max(1 - a, 1 - b)$

No entanto, álgebra $(\mathbb{L}_3, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ **não** é uma álgebra de Boole:

- Ela não segue a Lei do terceiro excluído uma vez que $(a \vee a')$ nem sempre é 1.
Por exemplo: $\max(\frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.
- Ela não segue a Lei da não contradição uma vez que $(a \wedge a')$ nem sempre é 0.
Por exemplo: $\min(\frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

O Quadro 23 mostra a tabela verdade de algumas operações usando $\mathbb{L}_3$. Note que a feliz coincidência, na álgebra B_2 , de que $|P \rightarrow Q| = |\sim P + Q|$ não se repete na álgebra $\mathbb{L}_3$, uma vez que $(\frac{1}{2} \mapsto \frac{1}{2}) = 1$ e $(\frac{1}{2}' \vee \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

P	$\sim P$	P	Q	$P + Q$	$P \circ Q$	$P \rightarrow Q$	$\sim P + Q$
0	1	0	0	0	0	1	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1
		$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	1	1
		1	0	1	0	0	0
		1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
		1	1	1	1	1	1

Quadro 23 - Tabela verdade da álgebra $\mathbb{L}_3$

Nas duas álgebras que vimos, as operações de implicação tinham semânticas diferentes. A escolha da semântica da operação de implicação está intimamente relacionada com o conceito de validade. Classicamente, um argumento é válido se, e somente se, sua forma torna impossível que as premissas sejam verdadeiras e a conclusão seja falsa. Esta ideia frequentemente recebe a designação, não muito feliz, de ‘preservação da verdade’ e diz-se que um argumento é válido quando preserva a verdade.

Se pensarmos na implicação como um argumento muito pequeno, significa que a semântica da implicação $P \rightarrow Q$ é válida se nunca é o caso de $|P| = 1$ e $|Q| = 0$. Quando a implicação $P \rightarrow Q$ é definida como o teste $P \leq Q$ isto sempre acontece

porque 1 é o *supremum* do lattice. Na álgebra B_2 a fórmula $|\sim P + Q|$ também obedece ao critério de validade. O mesmo acontece com a implicação criada por Łukasiewicz $(P \rightarrow_{L_3} Q)$ para a álgebra L_3 .

No entanto, este critério estrito de validade não nos ajuda a definir se, por exemplo, um argumento cujas premissas são verdadeiras e o resultado tem um valor qualquer que não seja 1 ou 0, é válido. Ou se um argumento em que as premissas tenham um valor intermediário, como $\frac{1}{2}$, e as conclusões sejam falsas, é válido.

Para lidar com a questão de validade em lógicas de mais de dois valores, o conceito de preservação da verdade foi generalizado para o conceito de preservação dos valores designados. O valor que simboliza a verdade é sempre considerado designado e o valor que simboliza a falsidade é sempre considerado não designado. Qualquer outro valor deve explicitamente ser definido como designado ou não designado. O importante é que, nas lógicas de mais de dois valores, um argumento passa a ser considerado válido se, e somente se, sua forma torna impossível que as premissas tenham valores designados e a conclusão tenha um valor não designado.

Em uma lógica de 3 valores que defina o conjunto de valores designados $\{1\}$ e o conjunto de valores não designados $\{0, \frac{1}{2}\}$, um argumento que permita que as premissas tenham valor 1 e as conclusões valor $\frac{1}{2}$ seria inválido. Em outra lógica de 3 valores, que defina o conjunto de valores designados $\{\frac{1}{2}, 1\}$ e o conjunto de valores não designados $\{0\}$ o mesmo argumento seria válido.

Voltando ao texto de Belnap, o problema que ele se propôs a resolver era o de criar um sistema lógico, matematicamente satisfatório, que permitisse deduções na presença de inadequações na informação disponível como em:

- $\mathcal{F}_1: \langle \text{Berkeley}, \text{West} \rangle$ - Universidade de Berkeley fica na Região Oeste
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Searle}, \text{Berkeley} \rangle$ – John Searle ensina na Universidade de Berkeley
- $\mathcal{F}_1: \langle \text{Berkeley}, \text{South} \rangle$ - Universidade de Berkeley fica na Região Sul
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Yale}, \text{NorthEast} \rangle$ - Universidade de Yale fica na Região Nordeste
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Burns}, \text{Yale} \rangle$ – Harry Burns ensina na Universidade de Yale
- $\mathcal{F}_2: \langle \text{Albright}, \text{Harvard} \rangle$ – Sally Albright ensina na Universidade de Harvard

O sistema dedutivo deve responder ‘**SIM**’, ‘**NÃO**’, ‘**SIM E NÃO**’ e ‘**NÃO SEI**’ conforme ele possa deduzir afirmativamente ou negativamente, tenha informações conflitantes

ou não possua a informação necessária. A solução de Belnap o levou ao desenvolvimento da álgebra L_4 cuja ordem é representada na Figura 12 (c).

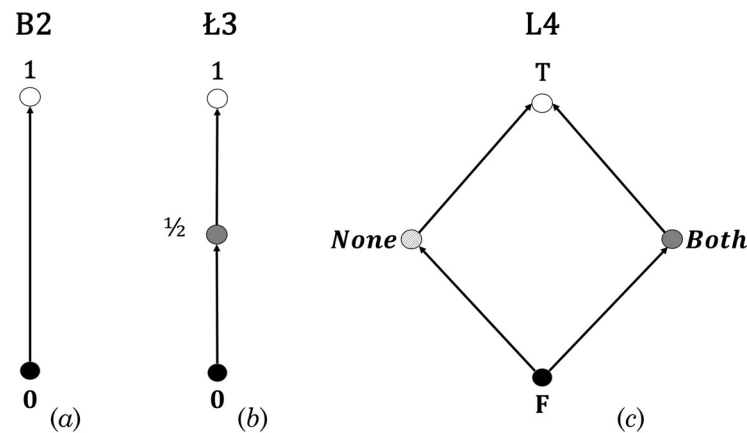


Figura 12 - Lattices das Álgebras B_2 , L_3 e L_4

O conjunto L_4 possui quatro valores $\{F, None, Both, T\}$. Um ponto importante que diferencia a Álgebra L_4 das duas outras é que este conjunto não representa valores como ‘verdade’ ou ‘falsidade’.

- O valor T não significa ‘verdade’. Ele é melhor interpretado como significando ‘me informaram como verdade’. Na presença deste valor o computador deve responder ‘**SIM**’.
- O valor F não significa ‘falsidade’, mas ‘me informaram como falso’. Na presença deste valor o computador deve responder ‘**NÃO**’.
- O valor $Both$ não significa uma *dialetheia* que é ‘verdadeira e falsa’ ao mesmo tempo, mas simplesmente ‘me informaram tanto como sendo verdadeiro como sendo falso’. Na presença deste valor o computador deve responder ‘**SIM E NÃO**’ de forma a sinalizar que recebeu informações contraditórias a respeito.
- O valor $None$ não significa um valor verdade como ‘possível’ ou qualquer outra interpretação que sugira que literalmente ‘nem verdadeira e nem falso’ ao mesmo tempo, mas simplesmente ‘não me informaram nem como sendo verdadeiro e nem como sendo falso’. Na presença deste valor o computador deve responder ‘**NÃO SEI**’ de forma a sinalizar que lhe faltam informações para uma resposta mais substantiva.

A álgebra $(L_4, \wedge, \vee, F, T, ')$ pode então ser definida da seguinte forma:

- A operação $a \wedge b$ é simplesmente o valor mínimo de a e b usando a ordem da Figura 12 (c), ou seja, $a \wedge b = \min(a, b)$.
- A operação $a \vee b$ é simplesmente o valor máximo de a e b usando a a ordem da Figura 12 (c), ou seja, $a \vee b = \max(a, b)$.
- O elemento de identidade 0 para a operação de *join* $\vee$ é $F \in L_4$
- O elemento de identidade 1 para a operação de *meet* $\wedge$ é $T \in L_4$
- A operação $|P|'$ (que é o mesmo de $|\sim P|$) é calculada conforme o Quadro 24:

<i>P</i>	$\sim P$
<i>F</i>	<i>T</i>
<i>None</i>	<i>None</i>
<i>Both</i>	<i>Both</i>
<i>T</i>	<i>F</i>

Quadro 24 - Negação em L_4

No Quadro 25 estão calculadas as ‘tabelas verdade’ da disjunção e da conjunção em L_4 . Embora a expressão ‘tabelas verdade’ seja inadequada neste caso, uma vez que estes não são realmente valores verdade, mas valores epistêmicos.

<i>P</i>	<i>Q</i>	$P + Q$	$P \circ Q$	<i>P</i>	<i>Q</i>	$P + Q$	$P \circ Q$
<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>F</i>	<i>None</i>	<i>Both</i>	<i>T</i>	<i>F</i>
<i>F</i>	<i>None</i>	<i>None</i>	<i>F</i>	<i>None</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>None</i>
<i>F</i>	<i>Both</i>	<i>Both</i>	<i>F</i>	<i>Both</i>	<i>Both</i>	<i>Both</i>	<i>Both</i>
<i>F</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>Both</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>Both</i>
<i>None</i>	<i>None</i>	<i>None</i>	<i>None</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>T</i>

Quadro 25 - Tabela Verdade da Disjunção e da Conjunção em L_4

O caso da implicação $P \rightarrow Q$ em L_4 é interessante porque ele é diferente tanto de B_2 quanto de L_3 . Em B_2 tínhamos a escolha de usar tanto a ordem $P \leq Q$ para definir a implicação quanto usar $\sim P \vee Q$, com resultados idênticos. Łukasiewicz escolhe seguir a indicação dada pela ordem do lattice somente quando ela é obedecida, definido

$|P \rightarrow Q| = 1$ para estes casos, mas nem sempre quando a ordem é desobedecida a implicação toma valor 0. Nestes casos o resultado é definido por $1 - |P| + |Q|$. Belnap, de certa forma, toma o caminho oposto a Łukasiewicz. Parece ser mais conservador definir $|P \rightarrow Q| = 0$ para todos os casos em que a ordem é desobedecida e esta é sua opção. No entanto, em vez dele fazer o resultado de todas as implicações em que a ordem é obedecida como 1, conforme a opção de Łukasiewicz, ele torna a sua implicação ainda mais conservadora, definindo que, nestes casos, ela tome o valor $|\sim P \vee Q|$. Resumindo, sua implicação toma a seguinte forma:

$$|P \rightarrow Q| = \begin{cases} |\sim P \vee Q| & \text{se } |P| \leq |Q| \\ 0 & \text{se } |P| > |Q| \end{cases}$$

No Quadro 26 são mostradas as diferentes opções de implicação em uma lógica de três valores com o mesmo lattice de L_3 . A primeira opção segue a ordem do lattice. A segunda é a implicação usada por Belnap em L_4 , a terceira usa a tradicional equivalência com $\sim P + Q$ da lógica B_2 e a última usa a implicação de Łukasiewicz.

P	Q	$P \leq Q$	$P \rightarrow_{L_4} Q$	$\sim P + Q$	$P \rightarrow_{L_3} Q$
0	0	1	1	1	1
0	$\frac{1}{2}$	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
$\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	1	1	1	1	1

Quadro 26 - Comparação entre opções de Implicação

Todas as opções são equivalentes no caso de somente os valores tradicionais 0 e 1 estarem envolvidos. Elas também são equivalentes para $0 \mapsto \frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2} \mapsto 1$. A fórmula de Belnap é a mais conservadora de todas e a de Łukasiewicz é a menos.

A álgebra $(L_4, \wedge, \vee, F, T, ')$ de Belnap é uma álgebra de ‘de Morgan’ completa já que é distributiva, limitada e completa e, além disso, a operação de complemento atente as duas leis de ‘de Morgan’. No entanto, ela **não é** uma álgebra de Boole:

- Ela não segue a Lei do terceiro excluído uma vez que $(a \vee a')$ nem sempre é T .
Por exemplo: $\max(\text{None}, \text{None}') = \max(\text{None}, \text{None}) = \text{None}$.
- Ela não segue a Lei da não contradição uma vez que $(a \wedge a')$ nem sempre é F .
Por exemplo: $\min(\text{Both}, \text{Both}') = \min(\text{Both}, \text{Both}) = \text{Both}$.

A álgebra L_4 consegue executar o trabalho a que Belnap se propôs. Em nosso exemplo fizemos duas perguntas para o computador: $(\text{Berkeley}(\text{Searle}) + \text{West}(\text{Berkeley}))$ e $(\text{Harvard}(\text{Albright}) \circ \text{NorthEast}(\text{Harvard}))$. Os status relevantes estão a seguir:

$$|\text{Berkeley}(\text{Searle})| = T$$

$$|\text{West}(\text{Berkeley})| = \text{Both}$$

$$|\text{Harvard}(\text{Albright})| = T$$

$$|\text{NorthEast}(\text{Harvard})| = \text{None}$$

- $(\text{Berkeley}(\text{Searle}) + \text{West}(\text{Berkeley}))$ – esta pergunta deve ser avaliada como $(T \vee \text{Both})$ e o resultado é T . O computador então responde, como esperado: **SIM**
- $(\text{Harvard}(\text{Albright}) \circ \text{NorthEast}(\text{Harvard}))$ – esta pergunta deve ser avaliada como $(T \wedge \text{None})$ e o resultado é F . O computador então responde, como esperado: **NÃO SEI**.

Belnap amplia a capacidade do computador usando em conjunto com a álgebra $(L_4, \wedge, \vee, F, T, ')$ uma outra álgebra de quatro valores $(A_4, \wedge, \vee, \text{None}, \text{Both}, ')$, cuja ordenação é mostrada na Figura 13 e que usa a negação alternativa do Quadro 27. Os detalhes do restante de sua solução não importam neste trabalho, mas a negação da álgebra A_4 tem características que são interessantes.

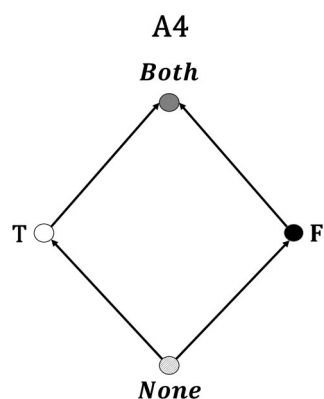


Figura 13 - Lattice da Álgebra A4

<i>P</i>	<i>~P</i>
<i>F</i>	<i>T</i>
<i>None</i>	<i>Both</i>
<i>Both</i>	<i>None</i>
<i>T</i>	<i>F</i>

Quadro 27 - Negação Alternativa de A4

Como vimos, nem a lógica de Belnap e nem a de Łukasiewicz são implementadas por álgebras booleanas, embora as lógicas sejam de ‘de Morgan’. É possível para uma álgebra de múltiplos valores ser booleana. Por exemplo, se a negação da álgebra $(L_4, \wedge, \vee, F, T, ')$ de Belnap tivesse sido definida como a do Quadro 27, ela seria booleana. Tal como é, no entanto, a álgebra de Belnap não obedece nem a Lei do terceiro excluído e nem a Lei da não contradição.

Estes fatos nos indicam que quando dizemos, por exemplo, que um argumento é válido, ou que uma fórmula é uma tautologia, as definições da lógica clássica, criadas para o funcionamento da álgebra booleana de dois valores, não são necessariamente transportáveis sem modificações para outras lógicas. Já vimos que o conceito de preservação dos valores designados nos permite ampliar a definição de um argumento válido para situações em que o resultado não é interpretado como estritamente verdadeiro, mas tenha um valor intermediário como $\frac{1}{2}$. Podemos fazer o mesmo com outros conceitos. Na lógica tradicional, uma tautologia é uma fórmula que é verdadeira em todas as interpretações possíveis de seus componentes. Mesmo que

os componentes sejam falsos a fórmula será verdadeira. Por esta definição, tanto na lógica Booleana quanto na lógica de Łukasiewicz, a fórmula $P \rightarrow P$ seriam tautologias, mas não na lógica L_4 de Belnap, pois se, por exemplo, $|P| = \text{None}$ então $|P \rightarrow P| = \text{None}$. Mas nada nos impede de ampliar a definição de tautologia para: uma tautologia é uma fórmula que possui um valor designado em todas as interpretações possíveis de seus componentes. Dependendo do conjunto de valores designados, $P \rightarrow P$ seria, ou não, uma tautologia.

Desta forma, fórmulas como a Lei do terceiro excluído e Lei da não contradição podem ser consideradas tautologias mesmo quando a álgebra não é booleana. Ou seja, $(P + \sim P)$ pode ser considerada tautológica na lógica mesmo quando $|P| \vee |P'| \neq 1$ na álgebra e $\sim(P \circ \sim P)$ pode ser tautológica mesmo quando $|P| \wedge |P'| \neq 0$.

Esta ideia é fundamental para a extensão feita por Arnon Avron sobre a lógica de Belnap (AVRON, 2016). Avron propõe uma lógica fuzzy paraconsistente que preserva a não-falsidade. Para verificarmos se a não falsidade é preservada, definimos que o único elemento do conjunto de valores não designados será aquele que representa a falsidade. Antes de examinarmos a extensão fuzzy proposta por Avron, é útil entender a ideia proposta na própria lógica $(L_4, \wedge, \vee, \mathbf{F}, \mathbf{T}, ')$, definindo como conjunto de valores não designados $\{\mathbf{F}\}$ e como conjunto de valores designados $\{\mathbf{None}, \mathbf{Both}, \mathbf{T}\}$. Com estes conjuntos e a definição de tautologia acima, ou seja, uma fórmula que possui um valor designado em todas as interpretações possíveis de seus componentes, fórmulas como $P \rightarrow P$ (identidade), $\sim\sim P \rightarrow P$ (dupla negação), $(P \circ Q) \rightarrow P$ (eliminação da conjunção) e $P \rightarrow (P + Q)$ (introdução da disjunção) se tornam tautologias em L_4 .

No entanto, de forma importante, o Silogismo Disjuntivo $(\sim P \circ (P + Q)) \rightarrow Q$ **não** é uma tautologia, como mostra o Quadro 28. Vimos que, na presença de contradição, ou seja, $|P| = \text{Both}$, o silogismo disjuntivo operando em conjunto com a introdução da disjunção tornam a lógica explosiva. A não validade do silogismo disjuntivo permite que L_4 se torne paraconsistente.

	<i>T</i>	<i>Both</i>	<i>None</i>	<i>F</i>
<i>T</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>T</i>
<i>Both</i>	<i>T</i>	<i>Both</i>	<i>F</i>	<i>F</i>
<i>None</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>None</i>	<i>F</i>
<i>F</i>	<i>T</i>	<i>Both</i>	<i>None</i>	<i>T</i>

Quadro 28 - Tabela verdade do Silogismo Hipotético usando L_4

A possibilidade de introduzir valores *fuzzy* nas ideias de Belnap era importante porque, segundo Avron, nenhuma das lógicas *fuzzy* padrão disponíveis na literatura, até aquele momento, eram paraconsistentes. Ele então se propõe a construir dois sistemas: uma versão paraconsistente da lógica fuzzy L_∞ de Łukasiewicz, que ele denominou **FT** e um sistema mais fraco que ele denominou **TMP**. Uma vez definidos, ele provou a correção, completude e decidibilidade para ambos. Para nossos propósitos, no entanto, apenas **TMP** tem interesse.

Avron parte de uma versão do sistema **T**, proposto por Alan Anderson e Nuel Belnap (ANDERSON, BELNAP e DUNN, 1975), e que já foi provado correto, completo e decidível. Uma versão do esquema de axiomas e das regras de inferência do Sistema **T**, no estilo de Hilbert é mostrado no Quadro 29. A primeira coluna é a sigla dada por Avron e a segunda, quando existe, é o axioma correspondente no trabalho de Anderson e Belnap. É importante ressaltar que este sistema é compatível com a álgebra L_4 de Belnap, com seu lattice não linear de quatro valores.

O sistema **TMP** de Avron simplesmente acrescenta ao sistema **T** os dois axiomas abaixo:

- [DP]: $A + (A \rightarrow B)$ - Peirce disjuntivo
- [Mi]: $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ - Mistura

		Esquema de Axiomas	Nome
[Id]	A1	$A \rightarrow A$	Identidade
[Tr]	A2	$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$	Transitividade
[Pr]	A3	$(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$	Prefixação
[Ct]	A4	$(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$	Contração
[C1]	A5	$(A \circ B) \rightarrow A$	$\wedge$ -Eliminação-1
[C2]	A6	$(A \circ B) \rightarrow B$	$\wedge$ -Eliminação-2
[C3]	A7	$(A \rightarrow B) \circ (A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \circ C))$	$\wedge$ -Introdução
[D1]	A8	$A \rightarrow (A + B)$	$\vee$ -Introdução-1
[D2]	A9	$B \rightarrow (A + B)$	$\vee$ -Introdução-2
[D3]	A10	$(A \rightarrow C) \circ (B \rightarrow C) \rightarrow ((A + B) \rightarrow C)$	$\vee$ -Eliminação
[Dt]	-	$(A \circ (B + C)) \rightarrow ((A \circ B) + (A \circ C))$	Distributividade ¹⁶
[N3]	A12	$(A \rightarrow \sim A) \rightarrow \sim A$	Reductio
[N1]	A13	$(A \rightarrow \sim B) \rightarrow (B \rightarrow \sim A)$	Contraposição
[N2]	A14	$\sim \sim A \rightarrow A$	Dupla Negação
		Regra de Inferência	Nome
[MP]		$A, (A \rightarrow B) \vdash B$	Modus Ponens
[Ad]		$A, B \vdash (A \circ B)$	Adjunção

Quadro 29 - Esquema de Axiomas e Regras de Inferência do Sistema T

¹⁶ Na versão de Anderson e Belnap, no lugar de [Dt] existe o axioma A11: $(A \circ (B + C)) \rightarrow ((A \circ B) + C)$

Avron demonstra que o sistema **TMP** é correto, completo e decidível se ele for baseado em uma estrutura, também chamada de TMP que:

- seja baseada em um lattice $(S, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ distributivo, limitados e completo que obedeça as leis de 'de Morgan'. Como o lattice é limitado, o inverso da função de involução é a própria função, ou seja, $(a')' = a$.
- a operação de conjunção $\wedge$ é tal que, se $|P| = 0$ ou $|Q| = 0$ então $|P \wedge Q| = 0$
- a operação de implicação $\rightarrow$ em $(S, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ toma a seguinte forma:

$$|P \rightarrow Q| = \begin{cases} |\sim P \vee Q| & \text{se } |P| \leq |Q| \\ 0 & \text{se } |P| \not\leq |Q| \end{cases}$$

- Na interpretação da álgebra, o único valor **não** designado é 0, que é o *infimum* do lattice e o elemento de identidade para a operação de $\vee$.

A álgebra $(L_4, \wedge, \vee, F, T, ')$, definindo o conjunto de valores não designados $\{F\}$ e o conjunto de valores designados $\{None, Both, T\}$ claramente obedece a estes requisitos. Mais importante, a seguinte álgebra $(F, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ também é compatível com os requisitos do sistema **TMP**.

- O conjunto $F = [0 \cdots 1]$ dos números naturais entre 0 e 1, incluindo os extremos e a ordem $\leq$ de F é a ordem dos números Reais.
- A operação $a \wedge b$ é o valor mínimo de a e b , ou seja, $a \wedge b = \min(a, b)$.
- A operação $a \vee b$ é o valor máximo de a e b , ou seja, $a \vee b = \max(a, b)$.
- O elemento de identidade 0 para a operação de *join* $\vee$ é $0 \in F$ e o elemento de identidade 1 para a operação de *meet* $\wedge$ é $1 \in F$
- A operação a' é calculada de forma aritmética pela fórmula $a' = 1 - a$.

A álgebra $(F, \wedge, \vee, 0, 1, ')$ dá suporte a operações fuzzy e o sistema **TMP** pode ser usado para derivações lógicas sobre esta álgebra. De forma fundamental, o silogismo disjuntivo $(\sim P \circ (P + Q)) \rightarrow Q$ não é derivável a partir de **TMP**, o que torna a lógica não explosiva, mesmo se duas hipóteses forem contraditórias.

O sistema Ω será um sistema semelhante ao sistema **TMP**, no sentido de que o silogismo disjuntivo também não é válido e de incorporar o tratamento de sentenças vagas. No entanto, a sua construção seguirá um fundamento bem diferente.

4.2.2 A álgebra do Sistema Ω

A motivação do Sistema Ω é a de fornecer uma base para um futuro modelo das linguagens naturais. Para que isto aconteça, devemos endereçar a reclamação de Wittgenstein, na citação abaixo, sobre a diferença entre as sentenças admitidas nos sistemas lógicos e a diversidade de tipos de sentenças da linguagem natural.

The word “language-game” is used here to emphasize the fact that the speaking of language is part of an activity, or of a form of life. Consider the variety of language-games in the following examples, and in others:

Giving orders, and acting on them a – Describing an object by its appearance, or by its measurements a – Constructing an object from a description (a drawing) a – Reporting an event a – Speculating about the event a – Forming and testing a hypothesis a – Presenting the results of an experiment in tables and diagrams a – Making up a story; and reading one a – Acting in a play a – Singing rounds a – Guessing riddles a – Cracking a joke; telling one a – Solving a problem in applied arithmetic a – Translating from one language into another a – Requesting, thanking, cursing, greeting, praying.

It is interesting to compare the diversity of the tools of language and of the ways they are used, the diversity of kinds of word and sentence, with what logicians have said about the structure of language. (This includes the author of the *Tractatus Logico-Philosophicus*)

(WITTGENSTEIN, 2009, p. 15e)

Apesar de Wittgenstein não oferecer qualquer ordem na diversidade de ferramentas da linguagem, filósofos como Austin e Searle desenvolveram teorias sobre tipos de atos da fala. A classificação de Searle é superior à de Austin e permite que identifiquemos, em uma sentença em particular, cinco tipos de usos gerais que são: o de dizer aos ouvintes como são as coisas; o de tentar levá-los a fazer coisas; o de comprometer o falante a fazer coisas; o de expressar sentimentos e atitudes do falante; e o de trazer mudanças ao mundo através de um enunciado (SEARLE, 1995). A lista a seguir resume a classificação de Searle e provê alguns exemplos. Sua teoria é bem mais rica do que este texto sugere e, incorretamente, estarei atribuindo a sentenças uma classificação que só é corretamente utilizada para atos da fala completos. No entanto, estas simplificações e omissões são necessárias neste ponto

do desenvolvimento da teoria. Não estou propondo uma teoria da linguagem natural, mas apenas oferecendo uma ferramenta para que esta seja criada. Ao incluir na minha linguagem objeto sentenças que podem representar atos da fala diferentes do que é normal em sistemas lógicos estou dando o primeiro passo nesta direção. Assim, podemos ter sentenças que sejam:

- Assertivas - comprometem o falante (em graus variados) a algo ser o caso. Ex. 'A soma de dois números inteiros é um número inteiro'.
- Diretivas - são tentativas do emissor para induzir o receptor faça algo. Inclui conselhos, pedidos e ordens. Ex. 'Não esqueça de levar o guarda-chuva'.
- Comissivas - comprometem o falante (em graus variados) a algum curso de ação futuro. Ex. 'Eu prometo que vou fazer o dever de casa depois deste episódio'.
- Expressivas - expressam um estado psicológico do falante sobre um determinado estado de coisas. Ex.: 'Abençoado seja o dia em que você nasceu!'.
- Declarações - o desempenho bem-sucedido pelo falante garante que o conteúdo proposicional seja o caso. Ex. Se o presidente da assembleia declara 'A reunião está encerrada' então a reunião está encerrada e se o autor de um artigo declara 'Seja S o conjunto de valores reais entre 0 e 1' então este será o valor de S .

A ideia de Kripke, de que as sentenças paradoxais não são nem verdadeiras nem falsas, ou seja, não pertencem nem à extensão do predicado verdade e nem a sua anti-extensão parece ser mais claramente aplicável a sentenças diretivas, comissivas, expressivas e declarações. Mesmo entre as assertivas há casos especiais. Se as *dialetheias* de Priest existem, elas são asserções que pertencem tanto à extensão do predicado verdade quanto à sua anti-extensão. Outro caso de asserção problemática é o de sentenças vagas, em que, tradicionalmente, o pertencimento à extensão do predicado verdade é considerado parcial. A Figura 14 se propõe a aglutinar em uma só representação todos estes casos.

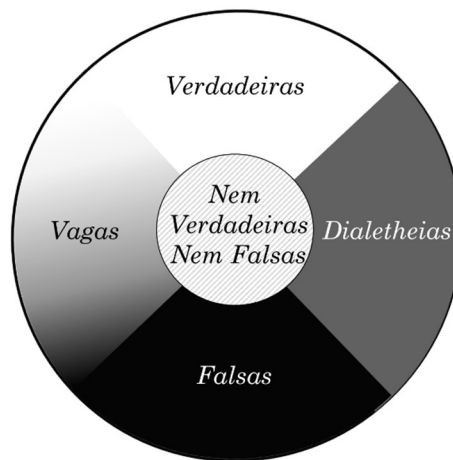


Figura 14 – Tipos de Sentenças

Podemos pensar no domínio das sentenças como um conjunto ordinário que é ocupado por dois conjuntos: $\mathbb{E}$ é o conjunto fuzzy da extensão do predicado verdade. Na figura ele é representado pela cor branca e $\mathbb{A}$ é o conjunto fuzzy da antiextensão do predicado verdade. Na figura ele é representado pela cor preta. Usando as relações entre estes dois conjuntos dividir as sentenças em cinco tipos:

- Sentenças que pertencem totalmente $\mathbb{E}$ e não tem relação de pertinência com o conjunto $\mathbb{A}$. Estas são as sentenças verdadeiras. Na figura elas estão na área totalmente branca.
- Sentenças que pertencem totalmente $\mathbb{A}$ e não tem relação de pertinência com o conjunto $\mathbb{E}$. Estas são as sentenças falsas. Na figura elas estão na área totalmente preta.
- Sentenças que pertencem parcialmente a $\mathbb{E}$ e parcialmente a $\mathbb{A}$. Elas corresponderiam a sentenças de predicados vagos. Na figura elas estão na área que começa próximo a preto e vai gradualmente chegando ao branco.
- Sentenças de pertencem totalmente a $\mathbb{E}$ e também totalmente a $\mathbb{A}$. Estas sentenças seriam consideradas por Priest como *dialetheias*. Na figura elas estão na área que mistura o branco e o preto em um cinza.
- Sentenças que não tem relação de pertinência com o conjunto $\mathbb{E}$ e nem com o conjunto $\mathbb{A}$. Estas sentenças não seriam nem verdadeiras e nem falsas. Na figura elas estão na área hachurada ao centro.

Tentativas de modelar estes casos levaram a proliferação de ‘valores verdade’. Este trabalho questiona esta abordagem, propondo uma solução que não se baseia neste conceito. Além disso, acredito que seja um erro sequer falar de um valor verdade que não seja os dois clássicos: ‘Verdade’ e ‘Falsidade’.

Como vimos, embora a ideia de ‘valor verdade’ já esteja, em embrião, na álgebra de Boole, ela foi introduzida por Frege em seu artigo de 1892 *Über Sinn und Bedeutung* (FREGE, 1960).

Is it possible that a sentence as a whole has only a sense, but no reference? At any rate, one might expect that such sentences occur, just as there are parts of sentences having sense but no reference. And sentences which contain proper names without reference will be of this kind. (...)

We are therefore driven into accepting the truth value of a sentence as constituting its reference. By the truth value of a sentence I understand the circumstance that it is true or false. There are no further truth values. For brevity I call the one the True, the other the False. Every declarative sentence concerned with the reference of its words is therefore to be regarded as a proper name, and its reference, if it has one, is either the True or the False.

(FREGE, 1960, p. 63)

Para Frege, a ‘referência’ (*Bedeutung*) de uma sentença é um valor verdade, que pode ser ‘o verdadeiro’ (das Wahre) ou ‘o falso’ (das Falsche). É interessante notar que, apesar de declarar que só existem dois valores verdade que servem como referência de sentenças, Frege admite que há sentenças sem referência e, em consequência, sem valor verdade. Se chamarmos de verdadeiras as sentenças que designam ‘a Verdade’ e de falsas as sentenças que designam ‘o Falso’, então Frege parece admitir que existem sentenças que nem são verdadeiras e nem falsas. O que ele recusa é que existe um valor verdade extra que seja a referência destas sentenças. A abordagem de Kripke para sentenças que nem são verdadeiras e nem falsas me parece na tradição de Frege.

No entanto, em ‘*On Three Valued Logic*’ (ŁUKASIEWICZ, 1970), Jan Łukasiewicz rompe claramente com Frege, criando o terceiro valor verdade: ‘possibilidade’. Em Łukasiewicz a ideia de que valores verdade seriam objetos de referência está ausente. A relação entre uma sentença e um valor verdade, que em Frege tinha significado filosófico, passa a ser apenas uma relação abstrata. Em um primeiro momento, Łukasiewicz ainda mantém a ideia de que valores verdade representam algo, uma vez que seu terceiro valor representava uma possibilidade. Já em uma palestra em 1922 ele se afasta até mesmo com esta ideia (ŁUKASIEWICZ, 1970). É possível pensar em sentenças que tem relações abstratas com membros de um conjunto qualquer. Em sua palestra ele utiliza os números Reais entre 0 e 1 sem tentar dar qualquer significado a eles e qualquer outro conjunto pode, em princípio, ser usado. No entanto, a tendência geral é encontrar significados para os valores verdade. Priest, por exemplo, estende os valores verdade para incluir ‘tanto verdadeiro quanto falso’ (PRIEST, 1984) de forma a lidar com paradoxos. Nicholas Smith, entre outros, utiliza os valores verdade entre 0 e 1, propostos por Łukasiewicz, para lidar com sentenças vagas (SMITH, 2009), mas, em Smith, o significado destes valores verdade se relaciona ao nível de pertencimento ao conjunto de sentenças verdadeiras.

Uma vez selecionados os valores verdade, com ou sem significado, o importante é que exista uma álgebra abstrata que permita operações sobre eles. Podemos imaginar um conjunto de valores verdade, e uma álgebra, que refletem todos os casos da Figura 14. A álgebra L_4 de Belnap, por exemplo, pode ser facilmente ampliada para incluir valores *fuzzy* e utilizada para este propósito. A Figura 15 apresenta uma sugestão neste sentido.

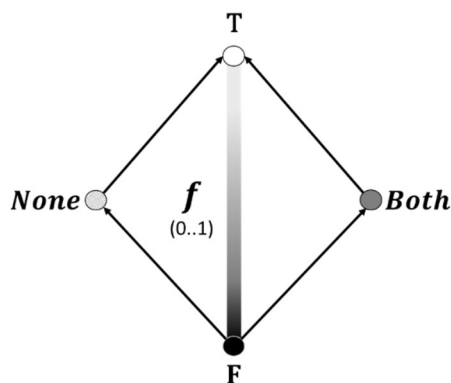


Figura 15 - Lógica L4 de Belnap acrescida de valores fuzzy

Um ponto negativo desta sugestão é que mesmo o modelo epistemológico original de Belnap já é problemático. Se o computador recebe uma informação contraditória sobre $\langle \text{Berkeley}, \text{South} \rangle$ ele atribui o valor **Both**. Se ele não recebeu informações sobre $\langle \text{Harvard}, \text{NorthEast} \rangle$ ele atribui a esta relação o valor **None**. Se ele for perguntado se Harvard fica no Nordeste e Berkeley fica no Sul ele responde, categoricamente, **NÃO**, pois este é o *infimum* dos dois valores. Mas esta resposta é forte demais. Ainda pior é o caso em que ele é perguntado se Harvard fica no Nordeste ou Berkeley fica no Sul e responde, categoricamente, **SIM**, pois este é o *supremum* dos dois valores. Tendo recebido uma informação contraditória sobre Berkeley e nenhuma informação sobre Harvard, esta resposta do computador é absurda. Belnap se refere à lógica baseada na álgebra L_4 como ‘a useful four-valued logic’ (BELNAP JR., 1977) porque sua utilidade seria o de fazer com que o computador oferecesse respostas de modo similar ao de um ser humano com as mesmas informações. No geral a álgebra funciona bem, mas ela falha de forma grave nos casos acima, tendo, portanto, deficiências enquanto modelo do pensamento humano.

Evidentemente, a inadequação desta tentativa não significa que a abordagem está errada. Em última análise, uma álgebra é um modelo matemático que só pode ser julgado por sua adequação ao fenômeno. Mas o mesmo pode ser dito do conceito de ‘valor verdade’. Não há dúvida que ele foi importante no desenvolvimento da lógica. É difícil imaginar o ensino desta disciplina sem o uso das tabela-verdade criadas por Wittgenstein. No entanto, sou de opinião que o modelo original de Frege é perfeitamente adequado porque ele foi desenhado para lidar apenas com sentenças que são ou verdadeira ou falsas. Embora as álgebras de múltiplos valores sejam o instrumento correto para lidar com os casos em que isto não parece acontecer, a interpretação destas álgebras como representando ‘valores verdade’ é, em minha visão, um equívoco. O que proponho é nos afastarmos totalmente do conceito de ‘valores-verdade’ como interpretação semântica (ou mesmo referência) de uma sentença e fundamentar a álgebra de Ω em termos de status de atendimento das condições de satisfação. Tenho consciência de que esta é uma proposta radical. A única forma de justificá-la é julgar sua adequação aos fenômenos linguísticos e lógicos e verificar sua capacidade de resolver problemas. Se a condição de satisfação de uma sentença é mais fundamental que sua propriedade de ser verdadeira ou falsa, parece

interessante fazer uma releitura de sentenças problemáticas em termos deste conceito.

Usualmente não temos como avaliar o status das condições de satisfação pois estas são desconhecidas. Se as condições de satisfação de uma sentença como 'a neve é branca' inclui informações sobre a estrutura atômica da água, o modo como cristais de água interagem com ondas eletromagnéticas e a neurofisiologia da visão humana, então pessoas que desconhecem estas ideias usam 'a neve é branca' sem sequer conhecer suas condições de satisfação, quanto mais definir seu status. Isto, é claro, não impede estas pessoas de afirmarem corretamente que a neve é branca, baseado em suas experiências subjetivas, ou seja, na ontologia de significado. Por outro lado, se analisarmos a sentença 'a experiência subjetiva que eu chamo neve tem como característica o qualia da cor branca', então a ontologia de significado e a ontologia de avaliação se sobrepõem e podemos tanto conhecer as condições de satisfação quanto avaliar seu status. O caso de sentenças que usam predicados definidos em termos de conceitos mais básicos é semelhante. Podemos avaliar o status das condições de satisfação simplesmente porque entendemos o significado da sentença. Se, por exemplo, temos o conceito de números naturais e o de divisão, podemos definir o conceito de número natural par como qualquer número natural que pode ser divisível exatamente por 2. O conceito de número natural pode ser justificável apenas na ontologia de validação. Talvez existam formas platônicas dos números naturais que justifiquem a afirmação que 2 é um número natural. No entanto, tendo o conceito de número natural e o conceito de divisão exata como dados e não problemáticos, o predicado número natural par pode ser definido inteiramente dentro da ontologia de significado. Tomemos, por exemplo, a sentença

Even: O número natural 8 é par

A condição ('Even') é que 8 seja divisível exatamente por 2 e esta condição tem o status de ser satisfeita tomando como fato que 8 é um número natural e que, quando executamos a divisão o resultado não tem resto. Tentemos lidar agora com a sentença:

XEven: O número natural x é par

A condição $(\ulcorner XEven \urcorner)$ é que a variável x seja divisível exatamente por 2. No entanto, qual é o status desta condição? Para Tarski $XEven$ não é sequer uma sentença, mas uma função sentencial. No entanto, em linguagem natural ela é uma sentença assertiva da mesma forma que $Even$. Se uma declaração anterior definiu x como vinculado a, por exemplo, 8, a condição de satisfação é satisfeita, mas se houve a declaração que x está vinculado a 7 a condição de satisfação é não satisfeita. O problema é se não existiu nenhuma declaração definindo o valor de x . Há um sentido em que é arbitrário se a condição de satisfação de $XEven$ é atendida ou não. Podemos usar um método de avaliação benevolente que tenta provar que a condição de satisfação é atendida e, para isto, arbitramos valores favoráveis para x . Nada na ontologia de significado ou na ontologia de validação nos proíbe de fazê-lo, o que não seria o caso de uma declaração tivesse definido um valor para x . Assim, este método permite afirmar que a condição de satisfação é satisfeita. Por outro lado, podemos usar um método de avaliação exigente, que tenta provar que a condição de satisfação não é atendida e, para isto, arbitramos valores desfavoráveis para x . Este método permite afirmar que a condição de satisfação é não satisfeita.

Definimos que uma sentença é verdadeira se ela for apta a ser verdadeira e suas condições de satisfação forem atendidas. Mas, como vimos, $XEven$ é um caso especial. Se usamos um método de avaliação suas condições são atendidas, se usamos outro, tentando avaliar se elas são não atendidas, elas são não atendidas. Vamos formalizar esta ideia em termos de duas funções juízes: $\odot$ e $\otimes$.

- A função $\odot(\ulcorner p \urcorner)$ julga se as condições de satisfação de p são atendidas, devolvendo 1 para o caso em que elas são atendidas e 0 se elas não forem atendidas.
- A função $\otimes(\ulcorner p \urcorner)$ julga se as condições de satisfação de p **não** são atendidas, devolvendo 1 para o caso em que elas são **não** atendidas e 0 se elas forem atendidas.

O uso das funções juízes como modelo do funcionamento do status das condições de satisfação permite análises interessantes¹⁷. Inicialmente, notemos que para sentenças como ‘A soma de dois números naturais é um número natural’, temos que $\odot('p') = 1$ pois decididamente as condições são atendidas e $\otimes('p') = 0$ pelo mesmo motivo. Para sentenças como ‘A divisão do número natural 2 pelo número natural 3 é um número natural’ temos $\otimes('p') = 1$, pois decididamente as condições são não atendidas, e $\odot('p') = 0$, pelo mesmo motivo.

Nas sentenças bem-comportadas, como as do parágrafo anterior, podemos dispensar totalmente a função $\otimes('p')$ e avaliar somente se as condições são atendidas. Isto porque, nestes casos, as duas funções são complementares e $\odot('p') = 1 - \otimes('p')$. Mesmo assim, seria um erro interpretar o resultado de $\odot('p')$ como um valor-verdade. Este erro fica evidente em *XEven*. Uma sentença é verdadeira se ela for apta a ser verdadeira e suas condições de satisfação forem atendidas. É razoável definir que uma sentença que não seja bem-comportada não é apta a ser verdadeira e não tem valor verdade algum.

Podemos tentar exprimir a ideia de uma sentença bem-comportada como:

- uma sentença é bem comportada se, e somente se ($\odot('p') = 1$ e $\otimes('p') = 0$) e ou ($\odot('p') = 0$ e $\otimes('p') = 1$).

A sentença *XEven* não é bem-comportada, uma vez que $\odot('XEven') = 1$ e $\otimes('XEven') = 1$. Como a função $\odot('p')$ foi desenhada para julgar se as condições de satisfação são atendidas, podemos exprimir nossa definição de verdade em termos das duas funções da seguinte forma:

- Uma sentença *p* é **verdadeira** se, e somente se, ($\odot('p') = 1$ e $\otimes('p') = 0$) ou ($\odot('p') = 0$ e $\otimes('p') = 1$) e, além disso, $\odot('p') = 1$.

¹⁷ Acho adequado registrar a intuição original por traz destas funções. Elas surgiram quando fiz um exercício mental em que pensava na Verdade como um padrão em nossos pensamentos e sentenças. Quando criamos modelos de reconhecimento de padrão em redes neurais, algumas características dos dados de entrada são excitatórias para que os dados sejam reconhecidos como obedecendo determinado padrão, enquanto outras características são inibitórias. É o conjunto destas relações inibitórias e excitatórias que determina o resultado. A função $\odot('p')$ surgiu como uma representação das características excitatórias da sentença para que ela seja reconhecida como verdade e a função $\otimes('p')$ surgiu como uma representação das características inibitórias da sentença.

Assim, *XEven* não é uma sentença verdadeira, pois, apesar de $\odot('XEven') = 1$, ela não é apta a ser verdadeira. Mas ela também não é falsa:

- Uma sentença p é **falsa** se, e somente se, $(\odot('p') = 1 \text{ e } \otimes('p') = 0)$ ou $(\odot('p') = 0 \text{ e } \otimes('p') = 1)$ e, além disso, $\otimes('p') = 1$.

Podemos usar as funções juizes para outros casos problemáticos. Por exemplo, o caso de sentenças como *Veridic* é semelhante a *XEven*.

***Veridic*:** *Veridic* é verdadeira

Podemos avaliar o status das condições de satisfação desta sentença simplesmente porque entendemos o significado da sentença. Assim como *XEven* pressupõe certos conceitos que são justificados na ontologia de validação, *Veridic* usa apenas o conceito de verdade, que é definido usando conceitos como aptidão a verdade e atendimento de condições de satisfação sobre a ontologia de satisfação. Como o significado de *Veridic* é '*Veridic* é verdadeira', parece razoável inferir que sua condição de satisfação é que ela seja verdadeira. No entanto, isto significa que sua condição de satisfação é que ela seja apta a ser verdadeira e que sua própria condição de satisfação seja julgada como atendida. Quando a definição do status da condição de satisfação de uma sentença depende de um status de uma condição de satisfação não definido, que, por sua vez, depende de um status não definido, e assim por diante, de modo que o status nunca se resolva, eu classifico a condição de satisfação como não ancorada.

Tradicionalmente, quando casos como *Veridic* são analisados em termos de valor verdade, a única forma de definir se ela é verdadeira ou falsa é ou assumir que ela é verdadeira, ou assumir que ela é falsa. De qualquer forma, é necessária uma declaração do tipo 'assumamos que *Veridic* é verdadeira' ou 'assumamos que *Veridic* é falsa'. Isto espelha o caso em que *XEven* é precedido por uma declaração do tipo 'seja definido que x é igual a 8' ou 'seja definido que x é igual a 7'. Mas há uma diferença importante entre *Veridic* e *XEven*. Quando existe uma declaração prévia de que, por exemplo, x é igual a 8, o contexto muda a condição de satisfação da sentença. Sem a declaração, a condição $\$('XEven')$ é que a variável x seja divisível exatamente por 2. Após a declaração, o contexto transforma a condição $\$('XEven')$ em: que 8 seja divisível exatamente por 2 e *XEven* se torna verdadeira,

A indefinição do status da condição de satisfação de $XEven$ se deve a presença de uma variável de valor indefinido. Por outro lado, não há uma variável livre em $Veridic$ que possa ser definida pelo contexto. A indefinição do status da sua condição de satisfação é intrínseca e se deve ao fato da sua condição de satisfação não ser ancorada. De nada adianta assumir que $Veridic$ é verdadeira (ou falsa), pois esta suposição não altera o status de sua condição de satisfação. O que podemos fazer é resolver a falta de ancoragem da condição de satisfação diretamente, arbitrando o status da condição de satisfação. Mas isto significa que, conforme arbitramos favoravelmente ou não, obtemos $\odot('Veridic') = 1$ e $\otimes('Veridic') = 1$. Temos então que $Veridic$ não é nem verdadeira e nem falsa porque ela não é apta a ser verdadeira.

Repare que a sentença $Veridic$ tem status de condição de satisfação arbitráveis, mas este não é o caso das duas sentenças abaixo:

TVeridic: $Veridic$ é verdadeira

FVeridic: $Veridic$ é falsa

A condição de satisfação $\$('TVeridic')$ é que $Veridic$ seja verdadeira e a condição de satisfação $\$('FVeridic')$ é que $Veridic$ seja falsa. Podemos expandir isto como abaixo:

- $\$('TVeridic') = \left(\left(\odot('Veridic') = 1 \circ \right) + \left(\odot('Veridic') = 0 \circ \right) \right) \circ \odot('Veridic') = 1$
- $\$('FVeridic') = \left(\left(\odot('Veridic') = 1 \circ \right) + \left(\odot('Veridic') = 0 \circ \right) \right) \circ \otimes('Veridic') = 1$

As duas condições de satisfação são ancoradas e nenhuma das duas é atendida. Enquanto $Veridic$ não é nem verdadeira e nem falsa, tanto $TVeridic$ quanto $FVeridic$ são falsas. Isto, é claro, faz todo sentido intuitivo uma vez que se eu digo que uma sentença não é verdadeira e nem é falsa, parece natural que é falso dizer que ela é verdadeira e é falso dizer que ela é falsa.

Analisarei os paradoxos da família do Mentiroso mais tarde, mas não é difícil de ver que a sentença $FLiar$ não é bem-comportada e funciona exatamente como $Veridic$.

FLiar: $FLiar$ é falsa

Similarmente a *Veridic* seu significado usa apenas o conceito de falsidade e sua condição de satisfação é que ela seja falsa. Por sua vez, esta condição de satisfação é definida usando conceitos como aptidão a verdade e atendimento da própria condição de satisfação, fazendo com que ela não seja ancorada. Conforme arbitremos seu status obtemos $\odot('FLiar') = 1$ e $\otimes('FLiar') = 1$, o que faz com que ela não seja nem verdadeira e nem falsa. Embora as duas sentenças tenham recebido atenções diferentes, pois *Veridic* parece menos incômoda quando examinada em termos de valor-verdade, elas têm exatamente o mesmo problema quando examinadas em termos de condições de satisfação.

Podemos agora analisar o caso das sentenças vagas. O predicado 'alto', é notoriamente um caso de predicado vago. Um adulto com 0,55m de altura é não alto de forma absoluta, enquanto que uma pessoa com 2,35m de altura é alta em termos absolutos. Mas digamos que um homem de 1,78m esteja dentro da fronteira borrada entre as pessoas decididamente altas e as pessoas decididamente não altas e uma pessoa chamada Robert tenha esta altura. Tomemos a sentença

Vague: *Robert é alto*

Diferente de sentenças como *XEven* e *Veridic*, não podemos simplesmente arbitrar que sua condição de satisfação é atendida ou não. Não há variáveis ou condições não ancoradas. Não há sequer clareza de qual é a condição de satisfação desta sentença, mas ela parece incluir informações sobre os hábitos linguísticos e o contexto em que a sentença é colocada. No entanto, o status, se não é arbitrário, também não pode ser decidida em termos absolutos. Em um modelo muito simples, nas sentenças bem-comportadas, podemos pensar na extensão do predicado como um conjunto e a condição de satisfação de uma sentença do tipo $P(a)$ como sendo $a \in P$. Acredito que este modelo é simplista demais para a linguagem natural, mas ele é bem aceito e tem a vantagem de ser facilmente estendido para cobrir o caso das sentenças vagas. De fato, a abordagem tradicional para estas sentenças é a utilização de conjuntos *fuzzy*. O predicado 'alto' pode então ser modelado por um conjunto *fuzzy* e a condição $robert \in Alto$ devolve um valor entre 0 (se Robert tivesse 0,55m de altura) e 1 (se Robert tivesse 2,35m de altura). Como Robert, com seus 1,78m de altura está dentro da fronteira borrada, ele terá um nível de pertencimento intermediário ao conjunto *Alto*. Digamos que este número é 0,7 e que este seja o resultado da avaliação de se

as condições de satisfação de *Vague* são atendidas. Tomemos também o nível de pertencimento ao conjunto complementar de *Alto*, ou seja, *Humanos – Alto*, como avaliação de se as condições de satisfação de *Vague* são não atendidas. Temos então que $\odot('Vague') = 0,7$ e $\otimes('Vague') = 0,3$. As sentenças vagas compartilham com as sentenças bem-comportadas o fato que as duas funções oferecem resultados complementares, ou seja, $\odot('p') = 1 - \otimes('p')$, mas compartilham com *Veridic* e *Liar* o fato de não serem apta a ser verdadeira.

Note que não há graus de verdade. A verdade é absoluta. A sentença *Alto(robert)* não é verdadeira e nem falsa. Mas podemos ver que sentenças não verdadeiras podem estar mais ou menos próximas da verdade.

Há ainda o caso de sentenças não assertivas, como *Blessing*, que carecem de condições de satisfação¹⁸:

Blessing: *Bendito seja o dia em você que nasceu!*

Embora o problema de responder se estas sentenças são verdadeiras ou falsas não seja usualmente colocado, o modelo pode facilmente lidar com elas. Basta que ambas as funções juízes respondam 0 quando não há condições de satisfação para serem avaliadas. Temos então que $\odot('Blessing') = 0$ e $\otimes('Blessing') = 0$. Evidentemente *Blessing* não é apta a ser verdadeira. *Blessing* tem significado, mas não tem condições de satisfação. Ter significado não é condição suficiente para possuir condição de satisfação. Por outro lado, uma sentença como *Gibberish* não tem condições de satisfação justamente porque não tem significado.

Gibberish: *As lesmolisas touvas roldavam e reviam nos gramilvos*

Assim fica claro que ter significado é condição necessária, mas não suficiente para uma sentença possuir condições de satisfação.

¹⁸ Na verdade, o estudo da obra de Searle mostra que não somente os atos da fala assertivos possuem condições de satisfação. Nesta obra quando falo de condições de satisfação me refiro ao tipo de condição que Searle afirma ter direção de ajuste "Mente-ao-Mundo", ou seja, a mente deve se ajustar ao mundo. Uma teoria completa da linguagem natural deve incluir outros tipos.

Podemos então revisar nossas definições das duas funções para incluir estes casos.

- A função $\odot(p)$ julga se as condições de satisfação de p são atendidas, devolvendo 1 para o caso em que elas são totalmente atendidas e valores cada vez menores, até 0, conforme as condições de satisfação de p se afastam deste estado. Para condições de satisfação arbitráveis esta função devolve 1. Para as sentenças que não possuem nem mesmo condições de satisfação arbitráveis esta função devolve 0.
- A função $\otimes(p)$ julga se as condições de satisfação de p **não** são atendidas, devolvendo 1 para o caso em que elas são totalmente **não** atendidas e valores cada vez menores, até 0, conforme as condições de satisfação de p se afastam deste estado. Para condições de satisfação arbitráveis esta função devolve 1. Para as sentenças que não possuem nem mesmo condições de satisfação arbitráveis esta função devolve 0.

Creio que estes cobrem todos os casos interessantes e qualquer extensão deveria ser dispensável. No entanto, temo ser vítima da própria flexibilidade do modelo. Para as sentenças vagas $\odot(P(a))$ pode ser interpretada como oferecendo o nível de pertencimento de a ao conjunto fuzzy P e $\otimes(P(a))$ como o seu complemento fuzzy. A função clássica de complemento fuzzy é $c(a) = 1 - a$. No entanto, existem outras funções, como a da classe Yager, em que $c_w(a) = (1 - a^w)^{1/w}$ (KLIR e YUAN., 1995). Se escolhermos $w = 2$ temos que $c_w(0.7) = (1 - 0.7^2)^{1/2} \cong 0.71$. Se usarmos esta função, temos $\odot(Vague) = 0.7$ e $\otimes(Vague) = 0.71$. Eu indicarei em notas de rodapé como estes casos podem ser tratados, mas na maior parte do tempo ignorarei esta possibilidade, uma vez que, em minha visão, o complemento fuzzy padrão é o único adequado, do ponto de vista filosófico, para uma teoria da verdade.

As duas funções juízes ainda estão muito longe de nos fornecerem uma álgebra. Para isto precisamos decidir como usá-las na criação de uma estrutura com ordenação. Novamente devo abandonar a ortodoxia, pelo menos provisionalmente. Como vimos, a abordagem clássica é a construção de um Lattice. No entanto, como temos dois valores que, em alguns casos variam de forma independente, a estrutura que parece mais natural é a de vetores em um plano. Assim, em vez de usar a tradicional abordagem com lattices, usarei uma álgebra baseada em um campo vetorial em $\mathbb{R}^2$.

Na Figura 16, o eixo das abscissas representa valores de $\odot$ e o eixo das ordenadas representa valores de $\otimes$.

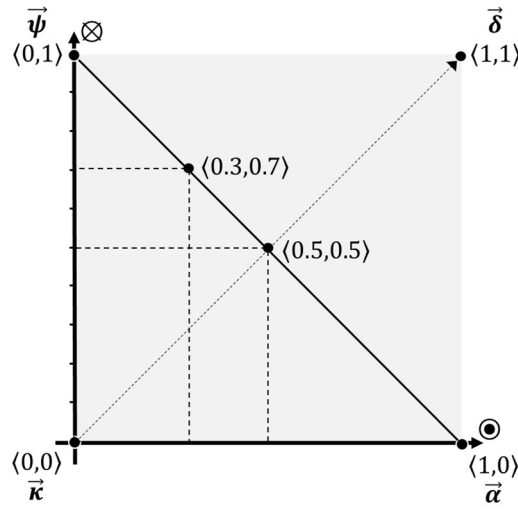


Figura 16 - Vetores de Ω

Um vetor é um par ordenado dos valores de $\odot$ e $\otimes$. Os vetores usados na álgebra são representados pelo conjunto abaixo¹⁹. Há quatro vetores particularmente importantes: $\vec{\alpha} = \langle 1, 0 \rangle$, $\vec{\psi} = \langle 0, 1 \rangle$, $\vec{\kappa} = \langle 0, 0 \rangle$, $\vec{\delta} = \langle 1, 1 \rangle$ que delimitam o espaço de interesse²⁰. O segmento de linha definida pelos vetores com valores intermediários de $\odot$ e $\otimes$ completam o conjunto.

$$\mathbb{S}_{\Omega} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x \text{ e } 0 \leq x \leq 1\} \cup \{(0, 0), (1, 1)\}$$

Uma vez que temos um conjunto, precisamos decidir sobre a ordem imposta a ele. Parece natural supor que a posição na ordem aumenta com o valor de $\odot$ e diminui com o valor de $\otimes$. O procedimento para definição da ordem pode então ser feito usando operações sobre vetores.

¹⁹ No caso de uso de complementos fuzzy diferentes do clássico, em que sentenças em que $\odot(r \rightarrow p) = 0,7$ e $\otimes(r \rightarrow p) = 0,71$ podem existir, o conjunto $\mathbb{S}_{\Omega}$ deverá admitir todo o campo coberto por $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 \leq y \leq 1\}$. Mas repito que acho que tal abordagem não faz sentido.

²⁰ Os nomes dos vetores foram escolhidos de forma desestimular a leitura de que representam valores verdade, mas, ao mesmo tempo, sugerir o seu relacionamento com as teorias ortodoxas que usam valores verdade. Assim $\vec{\alpha}$ usa a primeira letra de $\alpha\lambda\eta\theta\epsilon\iota\alpha$ (*aletheia*) que significa verdade, $\vec{\psi}$ usa a primeira letra de $\psi\epsilon\acute{\upsilon}\delta\omicron\varsigma$ (*pseudos*) que significa falso, $\vec{\delta}$ usa a primeira letra de $\delta\acute{\upsilon}\omicron$ (*dio*) que significa dois e $\vec{\kappa}$ usa a primeira letra de $\kappa\alpha\nu\acute{\epsilon}\nu\alpha\varsigma$ (*kanenas*) que significa nenhum. Não exatamente por coincidência, κ remete ao nome de Kripke, como uma pequena homenagem.

Dados dois vetores $\vec{\gamma}$ e $\vec{\lambda}$, o primeiro passo é projetá-los sobre os dois eixos, obtendo os vetores $\overrightarrow{\gamma_{\odot}}$, $\overrightarrow{\gamma_{\otimes}}$, $\overrightarrow{\lambda_{\odot}}$ e $\overrightarrow{\lambda_{\otimes}}$. Para, em seguida, definir as diferenças eles $(\overrightarrow{\gamma_{\odot}} - \overrightarrow{\lambda_{\odot}})$ e eles $(\overrightarrow{\gamma_{\otimes}} - \overrightarrow{\lambda_{\otimes}})$. Estas operações são representadas na Figura 17 (a).

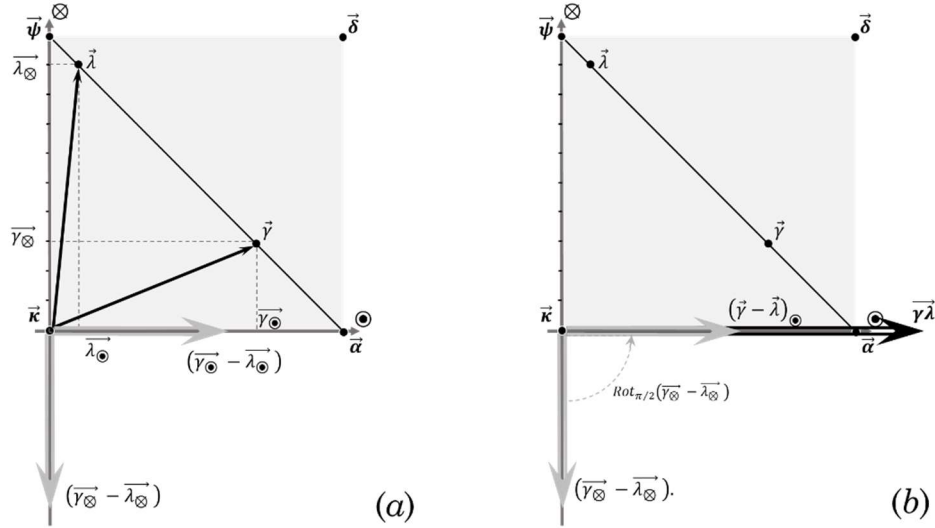


Figura 17 - Operações para obtenção do vetor de comparação $\overrightarrow{\gamma\lambda}$

Se $\vec{\gamma}$ for maior que $\vec{\lambda}$, o vetor $(\overrightarrow{\gamma_{\odot}} - \overrightarrow{\lambda_{\odot}})$ representa um incremento do status de condição de satisfação, apontando na direção de crescimento de $\odot$ (uma vez que esta dimensão mede se a condição é atendida). Caso contrário ele representa um decremento, apontando na direção contrária. De forma semelhante, se $\vec{\gamma}$ for maior que $\vec{\lambda}$, o vetor $(\overrightarrow{\gamma_{\otimes}} - \overrightarrow{\lambda_{\otimes}})$ representa um incremento do status de condição de satisfação, apontando na direção contrária ao crescimento de $\otimes$ (uma vez que esta dimensão mede se a condição **não** é atendida). Caso contrário ele representa um decremento, apontando na direção de crescimento de $\otimes$.

Estes valores representam então duas maneiras diferentes de avaliar se $\vec{\gamma}$ é maior que $\vec{\lambda}$ em relação ao status de condição de satisfação. Agora é necessário é agregar as duas avaliações. Eu escolhi executar uma rotação de $\pi/2$ no vetor $(\overrightarrow{\gamma_{\otimes}} - \overrightarrow{\lambda_{\otimes}})$, de modo que a informação que ele representa passe para a dimensão $\odot$. Uma vez executada esta operação, é só uma questão de somar os dois vetores. Chamei o

resultado geral de vetor $\overrightarrow{\gamma\lambda}$ ²¹. Estas operações são representadas na Figura 17 (b) e a fórmula abaixo resume todo o processo.

$$\overrightarrow{\gamma\lambda} = (\overrightarrow{\gamma_{\odot}} - \overrightarrow{\lambda_{\odot}}) + Rot_{\pi/2} \left((\overrightarrow{\gamma_{\otimes}} - \overrightarrow{\lambda_{\otimes}}) \right)$$

Como exemplo, na comparação entre os vetores $\vec{\alpha}$ e $\vec{\psi}$, se calcularmos o valor de $\overrightarrow{\alpha\psi}$ obteremos $\langle 2,0 \rangle$, que é o maior vetor possível em direção ao aumento de status de condições de satisfação. Temos então que $\vec{\alpha}$ é maior que $\vec{\psi}$. Se calcularmos o valor de $\overrightarrow{\psi\alpha}$ obteremos $\langle -2,0 \rangle$, que é o maior vetor possível em direção à diminuição de status de condições de satisfação. Assim, pelo critério de aumento **total** do status de condição de satisfação, $\vec{\psi} \sqsubseteq \vec{\alpha}$ pelas duas direções de cálculo ($\overrightarrow{\alpha\psi}$ e $\overrightarrow{\psi\alpha}$).

Um fenômeno interessante ocorre neste critério de ordenação. Como é esperado, para qualquer vetor $\vec{\phi}$ no segmento de reta definido pelos vetores $\vec{\psi}$ e $\vec{\alpha}$, a ordem é sempre crescente conforme ele se afasta de $\vec{\psi}$ e se aproxima de $\vec{\alpha}$. No entanto, quando incluímos os vetores $\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$ e $\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$ há uma diferenciação entre estes vetores. Vamos definir dois grupos de vetores, cujos membros iremos nos referir pelos nomes genéricos $\overrightarrow{\phi_{>}}$ e $\overrightarrow{\phi_{<}}$:

$$\overrightarrow{\phi_{<}} \in \{ \langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x \text{ e } 0 < x < 1/2 \}$$

$$\overrightarrow{\phi_{>}} \in \{ \langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x \text{ e } 1/2 < x < 1 \}$$

Por nosso critério, que utiliza fórmula $\overrightarrow{\gamma\lambda} = (\overrightarrow{\gamma_{\odot}} - \overrightarrow{\lambda_{\odot}}) + Rot_{\pi/2} \left((\overrightarrow{\gamma_{\otimes}} - \overrightarrow{\lambda_{\otimes}}) \right)$, um vetor $\overrightarrow{\phi_{<}}$ será menor que os vetores $\vec{\kappa}$ e $\vec{\delta}$. No entanto, um vetor $\overrightarrow{\phi_{>}}$ será maior que os vetores $\vec{\kappa}$ e $\vec{\delta}$. Esta situação já mostra um comportamento bem diferente daquele do lattice ilustrado na Figura 15.

Por outro lado, se compararmos os vetores $\vec{\kappa}$, $\vec{\delta}$ e $\langle 1/2, 1/2 \rangle$ obteremos sempre $\langle 0,0 \rangle$ como resultado. Assim, pelo critério de aumento **total** do status de condição de satisfação, estes vetores estão na mesma posição de ordenação em relação a todos os outros. Esta ordenação não teria a propriedade de ser antissimétrica (se $a \sqsubseteq b$ e $b \sqsubseteq a$ então $a = b$), o que é terrivelmente inconveniente. Uma opção de solução seria

²¹ A notação não indica multiplicação dos vetores originais, mas apenas a junção das duas letras na ordem que está sendo testada

tornarmos estes vetores incomparáveis. O resultado seria a ordenação mostrada na Figura 18 (a).

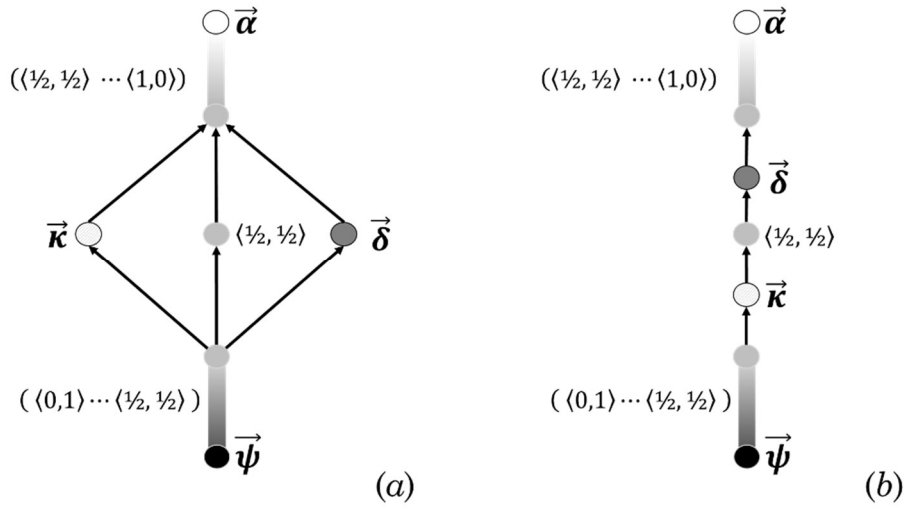


Figura 18 - Opções de ordenação para Ω

Esta ordenação, no entanto, é problemática se desejamos criar uma álgebra que suporte operações lógicas. Se desejássemos usar conceitos como o *supremum* entre $\vec{\kappa}$ e $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$, definido como o menor elemento que é maior ou igual que os dois valores na ordem acabaríamos procurando o enigmático número que é o menor Real maior que $\frac{1}{2}$.

Uma solução superior é definir um critério secundário para comparação destes três vetores. Se pelo critério de aumento **total** do status de condição de satisfação estes vetores, ainda que diferentes, estão na mesma posição de ordenação, pelo critério de aumento **parcial** do status de condição de satisfação na direção $\odot$, estes vetores possuem uma ordem clara.

É conveniente definir a ordenação em termos de distância euclidiana ao vetor de comparação máximo, que é $\langle 2,0 \rangle$ no critério de aumento **total** do status de condição de satisfação e $\langle 1,0 \rangle$ critério de aumento **parcial** do status de condição de satisfação na direção $\odot$. Assim posso definir a ordenação $\sqsubseteq$ usando a seguinte função:

$$(\vec{\lambda} \sqsubseteq \vec{\gamma}) = \begin{cases} D_{Eucl}(\vec{\gamma\lambda}, \langle 2,0 \rangle) < 2 & \text{se } D_{Eucl}(\vec{\gamma\lambda}, \langle 2,0 \rangle) \neq 2 \\ D_{Eucl}((\vec{\gamma\odot} - \vec{\lambda\odot}), \langle 1,0 \rangle) \leq 1 & \text{se } D_{Eucl}(\vec{\gamma\lambda}, \langle 2,0 \rangle) = 2 \end{cases}$$

Mas com estas definições acabamos por definir o poset($\mathbb{S}_\Omega, \sqsubseteq$) representado na Figura 18 (b) e, no fim das contas, podemos definir nossa álgebra com o auxílio de um lattice²². Este confortável retorno a ortodoxia, no entanto, não deve obscurecer o fato que a razão de ser da ordem definida no poset($\mathbb{S}_\Omega, \sqsubseteq$) são as duas funções: $\odot$ e $\otimes$, definidas em termos de condições de satisfação, e não em termos de valor verdade.

A operação $\vee$ (de união ou *join*) e a operação $\wedge$ (de conjunção ou *meet*) da álgebra podem ser definidas em termos de *supremum* e o *infimum* no poset($\mathbb{S}_\Omega, \sqsubseteq$). O mesmo resultado pode ser obtido diretamente no espaço vetorial com o auxílio de $\sqsubseteq$ e sem o uso destes conceitos. A questão passa a ser apenas de nomenclatura, uma vez que o poset($\mathbb{S}_\Omega, \sqsubseteq$) é linearmente ordenado.

Se $\vec{\lambda}$ e $\vec{\gamma}$ são dois vetores pertencentes a $\mathbb{S}_\Omega$ então:

$$(\vec{\lambda} \wedge \vec{\gamma}) = \begin{cases} \vec{\lambda} & \text{se } (\vec{\lambda} \sqsubseteq \vec{\gamma}) \\ \vec{\gamma} & \text{se } (\vec{\lambda} \sqsupset \vec{\gamma}) \end{cases} \quad (\vec{\lambda} \vee \vec{\gamma}) = \begin{cases} \vec{\gamma} & \text{se } (\vec{\lambda} \sqsubseteq \vec{\gamma}) \\ \vec{\lambda} & \text{se } (\vec{\lambda} \sqsupset \vec{\gamma}) \end{cases}$$

Evidentemente estas operações são fechadas sobre $\mathbb{S}_\Omega$.

Como o vetor $\vec{\alpha} = \langle 1, 0 \rangle$ é o maior de todos na ordem $\sqsubseteq$ e $\vec{\psi} = \langle 0, 1 \rangle$ é o maior de todos na mesma ordem, então, para qualquer vetor $\vec{\lambda} \in \mathbb{S}_\Omega$:

- $\vec{\psi}$ é o elemento de identidade para a operação $\vee$, ou seja, $(\vec{\psi} \vee \vec{\lambda}) = \vec{\lambda}$
- $\vec{\alpha}$ é o elemento de identidade para a operação $\wedge$, ou seja, $(\vec{\alpha} \wedge \vec{\lambda}) = \vec{\lambda}$

Se $\mathbb{X}_\Omega \subseteq \mathbb{S}_\Omega$ então a primeira operação abaixo retorna o maior elemento $\vec{\gamma}$ de $\mathbb{X}_\Omega$ na ordem $\sqsubseteq$ e a segunda operação abaixo retorna o menor elemento $\vec{\lambda}$ de $\mathbb{X}_\Omega$ na ordem.

$$\vec{\gamma} = \bigwedge \mathbb{X}_\Omega \quad \vec{\lambda} = \bigvee \mathbb{X}_\Omega$$

²² O lattice só é equivalente à álgebra vetorial porque o complemento clássico exclui casos como $\odot('p') = 0,7$ e $\otimes('p') = 0.71$. Se estes casos forem incluídos é obrigatório o uso da versão vetorial, mais poderosa.

A operação de cálculo do complemento $\vec{\gamma}'$ de um vetor $\vec{\gamma}$ é definida em relação ao vetor $\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$ em vez do modo usual de usar a diferença $(\wedge S_{\Omega} - \vec{\gamma})$ que seria $\vec{\alpha} - \vec{\gamma}$.

$$\vec{\gamma}' = \vec{\delta} - \vec{\gamma}$$

Esta operação tem as seguintes propriedades:

- $(\vec{\gamma}')' = \vec{\gamma}$, ou seja, o inverso da função é a própria função.
- Se $\vec{\lambda} \sqsubseteq \vec{\gamma}$ então $\vec{\lambda}' \sqsupseteq \vec{\gamma}'$, ou seja, ordem dos complementos é invertida.

A operação que será usada para cálculo de status de condições de satisfação da implicação de Ω toma a seguinte forma:

$$\vec{\lambda} \mapsto \vec{\gamma} = \begin{cases} \vec{\lambda}' \vee \vec{\gamma} & \text{se } (\vec{\lambda} \sqsubseteq \vec{\gamma}) \\ \vec{\psi} & \text{se } (\vec{\lambda} \sqsupset \vec{\gamma}) \end{cases}$$

As seguintes tabelas não são tabelas-verdade, mas resumem as operações definidas usando o status da condição de satisfação de uma sentença, representado pelos vetores. Quando eu utilizar estas operações para definir avaliações e validades de fórmulas da linguagem $\mathcal{L}_{\Omega}$, existirão valores designados e não designados. Este fato será representado nas tabelas com um hachurado nos valores não designados.

		$\vec{\lambda}'$
$\vec{\lambda}$	$\vec{\psi} = \langle 0,1 \rangle$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{<} \sqsubset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\phi}_{>}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$	$\vec{\delta}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$
	$\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$	$\vec{\kappa}$
	$\vec{\phi}_{>} \sqsupset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\phi}_{<}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1,0 \rangle$	$\vec{\psi}$

Quadro 30 - Vetores de Condições de Satisfação de ' (Complemento)

$\vec{\lambda} \wedge \vec{\gamma}$		$\vec{\gamma}$						
		$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\lambda}$	$\vec{\psi} = \langle 0,1 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$
	$\vec{\phi}_{<} \sqsubset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\phi}_{<}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\kappa}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$
	$\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$
	$\vec{\phi}_{>} \sqsupset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1,0 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$

Quadro 31 - Vetores de Condições de Satisfação de $\wedge$

$\vec{\lambda} \vee \vec{\gamma}$		$\vec{\gamma}$						
		$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\lambda}$	$\vec{\psi} = \langle 0,1 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{<} \sqsubset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{>} \sqsupset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1,0 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$

Quadro 32 - Vetores de Condições de Satisfação de $\vee$

$\vec{\lambda} \mapsto \vec{\gamma}$		$\vec{\gamma}$						
		$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\lambda}$	$\vec{\psi} = \langle 0,1 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{<} \sqsubset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{>} \sqsupset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1,0 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\alpha}$

Quadro 33 - Vetores de Condições de Satisfação de $\mapsto$

É preciso notar que a estrutura $(S_\Omega, \wedge, \vee, \vec{\psi}, \vec{\alpha}, ')$ é uma álgebra, uma vez que as relações $\wedge, \vee, '$ e $\mapsto$ sobre ela são funções fechadas sobre S_Ω . Se usarmos o poset $(S_\Omega, \sqsubseteq)$ representado na Figura 18(b) com as mesmas operações do campo vetorial, definimos um lattice $(S_\Omega, \wedge, \vee, \vec{\psi}, \vec{\alpha}, ')$ limitado, completo e distributivo que obedece às leis de 'de Morgan', mas que não obedece nem a lei do terceiro excluído e nem a lei da não contradição. Por outro lado, se definirmos $B_\Omega = \{\vec{\psi}, \vec{\alpha}\}$ como um subconjunto de S_Ω , a subálgebra $(B_\Omega, \wedge, \vee, \vec{\psi}, \vec{\alpha}, ')$ passa a ser booleana. De fato, esta subálgebra funciona exatamente da mesma forma que a álgebra de Boole.

4.2.3 A Linguagem $\mathcal{L}_\Omega$

A linguagem $\mathcal{L}_\Omega$ do sistema Ω deve ser capaz de materializar a estrutura mostrada na Figura 19.

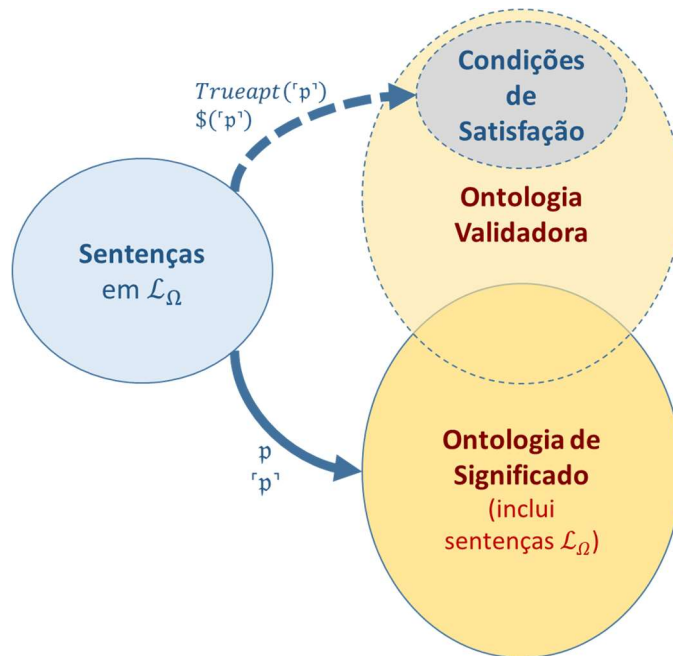


Figura 19 - Estrutura semântica de Ω

A linguagem deve possuir sentenças p cujo significado seja dado na Ontologia de Significado. O conteúdo desta ontologia não será especificado e deve variar conforme o tipo de proposições das teorias específicas. Se, por exemplo, desejarmos especificar uma teoria de cálculo de classes usando $\mathcal{L}_\Omega$, a ontologia conterá classes. Há, no entanto, um componente que será definido como pertencente a qualquer Ontologia de Significado de Ω , que são as próprias sentenças da linguagem, nomeadas por quase citações de Quine no estilo $\ulcorner p \urcorner$.

A Ontologia Validadora também será deixada de forma genérica. Uma ontologia específica dependeria do tipo de objetos na Ontologia de Significado. De forma geral, esta ontologia pode ser desconhecida pois $\mathcal{L}_\Omega$ não se refere a ela diretamente. Uma linguagem que não contenha sua definição de verdade não precisaria se referenciar a esta ontologia de forma alguma e $\mathcal{L}_\Omega$ se refere a ela apenas via certos predicados especiais que são definidos pelas condições de satisfação. Assim, por exemplo, $\$^1(\ulcorner p \urcorner)$ encapsula se a condição de satisfação de p , seja ela qual for, tal como avaliada pela função juiz $\odot$, é atendida.

A linguagem $\mathcal{L}_\Omega$ possui os seguintes termos:

- Variáveis individuais - indicadas por uma letra minúscula com ou sem índice (ex. x , x_1 , x_2 , n , p). Podem se referir a objetos da ontologia de significado, como a sentenças da própria linguagem.
- Constantes individuais – indicadas por sequências de numerais, que podem incluir um ponto ‘.’ (ex. 0, 1, 0.7), ou sequências de letras e numerais começando com letras minúsculas, de mais de um caractere, e que podem incluir o caractere ‘_’ (ex. *neve*, *boneco_de_neve*). As constantes individuais podem se referir a objetos da ontologia de significado.
- Nomes de fórmulas – indicadas por expressões entre os caracteres ‘r’ e ‘r’, funcionam como as quase citações de Quine.
- Funções – sequências de mais de um caractere, de letras e numerais, começando com ϕ , e que podem incluir o caractere ‘_’, seguidas de uma expressão entre parênteses ou de um par de parênteses sem nada entre eles (ex. $\phi_{suc}(2)$). As funções retornam um objeto do domínio.

A linguagem $\mathcal{L}_\Omega$ possui dois grandes tipos de predicados:

- Predicados ordinários – são aqueles que designam propriedades e relações na ontologia de significado. Qualquer letra maiúscula, ou sequência de letras começando com uma letra maiúscula, com a exceção dos usados para predicados reservados, pode ser usada como nome de um predicado ordinário em $\mathcal{L}_\Omega$. Ex. *Branca*, *Sucessor*, *Igual*.
- Predicados reservados – possuem um significado específico em Ω . Eles são os predicados *Tr*, *Fs*, *Trueapt* e aqueles que começam com o símbolo \$.

Para indicar um esquema e não um objeto específico, utilizo a fonte germânica *Fraktur*. Letras maiúsculas nesta fonte, como $\mathfrak{D}$ e $\mathfrak{R}$ simbolizam predicados como *Branca* ou *Tr*. As letras minúsculas $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$ e $\mathfrak{r}$ nesta fonte simbolizam fórmulas como *Branca(neve)* ou $\exists x \text{Branca}(x)$. A letra $\mathfrak{x}$ nesta fonte simboliza variáveis como x e x_1 e a letra $\mathfrak{a}$ nesta fonte simboliza uma constante como *neve*. Termos são simbolizados pela letra $\mathfrak{t}$ com um índice. Usando esta convenção, as fórmulas bem formadas de $\mathcal{L}_\Omega$ são definidas recursivamente.

Se $t_1, t_2 \dots t_n$ são termos, então os seguintes passos bases definem fórmulas bem formadas:

- Se $\mathcal{D}$ é um predicado ordinário qualquer, então $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}(t_1)$ e $\mathcal{D}(t_1, \dots, t_k)$, onde $k > 1$, são fórmulas bem formadas.
- $t_1 = t_2$ é uma fórmula bem formada

Se p e q são fórmulas bem formadas e x é uma variável qualquer.

- $\sim p$ é uma fórmula bem formada.
- $(p \circ q)$ é uma fórmula bem formada
- $(p + q)$ é uma fórmula bem formada
- $(p \rightarrow q)$ é uma fórmula bem formada
- $(p \leftrightarrow q)$ é uma fórmula bem formada
- $\forall_x p$ é uma fórmula bem formada
- $\exists_x p$ é uma fórmula bem formada
- Se $\mathcal{R}$ é um predicado reservado qualquer, então:
 - $\mathcal{R}('p')$ é uma fórmula bem formada.
 - $\mathcal{R}(x)$ é uma fórmula bem formada.

As fórmulas bem formadas de $\mathcal{L}_\Omega$ são interpretadas na ontologia de significado. Uma expressão como, por exemplo, *Branca(neve)*, pode ser interpretada na ontologia de significado como expressando que a neve é branca. Este tipo de interpretação corresponde ao *Sinn* (sentido) de Frege. Como nosso objetivo não é explicar como a uma sentença se liga semanticamente ao que ela representa, não precisamos nos preocupar com esta ontologia. Para aqueles simpáticos a ontologias como as de Armstrong, a semântica de uma constante pode ser a denotação de um objeto no mundo e uma sentença como *Branca(neve)* pode ser interpretada como denotando o *state of affairs* de que a neve é branca. Independentemente de como se defina a semântica de $\mathcal{L}_\Omega$, é necessário que um nome de sentença tenha como significado uma sentença. Assim, a expressão '*Branca(neve)*' tem como significado a expressão *Branca(neve)*. O significado $\langle \textit{Branca(neve)} \rangle$ da própria sentença é simplesmente assumido como existente.

A maioria das linguagens formais permitem apenas um tipo ato da fala, que Searle classifica como assertivo, ou seja, atos que comprometem o falante a algo ser o caso. Se uso $\mathcal{L}_\Omega$ e escrevo *Branca(neve)* eu, de certa forma, me comprometo com o fato de que a neve é branca, se este for o significado da expressão (SEARLE, 1995). Em termos da teoria da correspondência da verdade, este ato implica uma correspondência entre o que é dito e a realidade. No entanto, existem outros tipos de atos da fala, em particular existe um tipo que, novamente em termos da teoria da correspondência da verdade, modifica a realidade. Trata-se das declarações. Segundo Searle uma declaração bem-sucedida produz a correspondência entre a realidade e o conteúdo proposicional da declaração. Assim por exemplo, se o presidente de uma assembleia pronuncia 'declaro encerrada a presente reunião', a reunião está encerrada.

Além das fórmulas bem formadas, que são atos da fala assertivos, $\mathcal{L}_\Omega$ também permite declarações. Podemos usar a linguagem para definir o significado de certas sentenças propositivas atômicas em termos de sentenças mais complexas, da seguinte forma

- Declaração: $\mathfrak{D} := p$

Se não forem explicitamente declaradas, as sentenças com predicados 0-ários se referem diretamente a ontologia de significado, é o caso de *Chove*. Mas, quando declaradas, passam a receber o significado expresso pela declaração. Assim, por exemplo, $Nao\_Chove := \sim Chove$ define que a sentença *Nao_Chove* significa diretamente $\sim Chove$ e, indiretamente, na ontologia de significado, que não chove. A declaração é um instrumento extremamente útil para transformar fórmulas complexas em outras, mais simples, com o mesmo significado. Assim, por exemplo, através da declaração $C := (\sim A \circ \sim B)$ a seguinte fórmula:

$$\left((\sim A \circ \sim B) + ((\sim(\sim A \circ \sim B) \circ D) + (\sim(\sim A \circ \sim B) \circ \sim D)) \right)$$

Pode ser reduzida a:

$$\left(C \vee ((\sim C \circ D) \vee (\sim C \circ \sim D)) \right)$$

O sistema dedutivo básico criado para $\mathcal{L}_\Omega$ será construído de forma que, se não forem feitas declarações, ele seja perfeitamente consistente. Declarações do tipo acima, evidentemente, não alteram a consistência do sistema. Até mesmo declarações que incluem Tr ou Fs , como no exemplo $A := \sim Fs('B')$ podem ser feitas, sem que inconsistências sejam geradas. No entanto, basta uma única declaração paradoxal, como $Liar := \sim Tr('Liar')$, feita em $\mathcal{L}_\Omega$, para introduzir a inconsistência.

Além de um significado dado na ontologia de significado, uma sentença possui uma condição de satisfação na ontologia de validação. Em princípio, nada impede que a ontologia de significado seja a mesma que a ontologia de validação e, em alguns casos isto acontece, mas elas também podem ser completamente distintas ou terem algum nível de intercessão, que é o caso de $\mathcal{L}_\Omega$.

Para a corrente teoria, não importa como uma condição de satisfação se vincula a sentença, contanto que ela exista e possua um status que possa ser expresso em $\mathbb{S}_\Omega$. Não faz sentido, em Ω , falar sobre um *Bedeutung* (referência) das sentenças que seja um valor verdade, pois simplesmente não existem valores verdade na teoria básica. Embora a ideia que a interpretação semântica de uma sentença seja um valor-verdade esteja entronizada pela ortodoxia acadêmica, ela não tem apelo intuitivo e somente a familiaridade supera a sua estranheza intrínseca. As semânticas formais usualmente definem uma função de interpretação que retorna um valor verdade, como em $\iota('Branca(neve)') = \top$, em vez de um significado, como, por exemplo a proposição $\langle a \text{ neve é branca} \rangle$. Esta concepção é descendente direta das ideias de Frege. No entanto, ela é altamente contraintuitiva e só se justifica pelo fato de ser uma poderosa ferramenta.

Não ofereço qualquer função interpretação $\iota('p')$ na metalinguagem. O caminho de fornecer um valor verdade está bloqueado pela inexistência de valores verdade em Ω e o caminho de oferecer um significado só está aberto para as sentenças declaradas, uma vez que não proponho uma teoria semântica geral. Em vez disso, proponho uma ideia mais modesta de que uma sentença p pode ser avaliada em termos de suas condições de satisfação. A metalinguagem possui a função de avaliação $|p|$, sobre uma sentença, que fornece um vetor em $\mathbb{S}_\Omega$ que simboliza o seu status de condição de satisfação. A função de avaliação do status da condição de satisfação de uma sentença atômica p de um predicado ordinário é definida da seguinte forma:

$$|p| := \begin{cases} \vec{\psi} & \text{se } \odot('p') = 0 \text{ e } \otimes('p') = 1 \\ \vec{\kappa} & \text{se } \odot('p') = 0 \text{ e } \otimes('p') = 0 \\ \langle n, 1 - n \rangle & \text{se } \odot('p') = n \text{ e } \otimes('p') = 1 - n \text{ onde } 0 < n < 1 \\ \vec{\delta} & \text{se } \odot('p') = 1 \text{ e } \otimes('p') = 1 \\ \vec{\alpha} & \text{se } \odot('p') = 0 \text{ e } \otimes('p') = 1 \end{cases}$$

É importante ressaltar que os resultados das duas funções juízes são definidos pelas condições de satisfação na ontologia de satisfação e, em geral, não podem ser simplesmente atribuídos aleatoriamente. Em nossos exemplos, a sentença ‘A soma de dois números naturais é um número natural’ foi avaliada como $\vec{\alpha}$, a sentença ‘A divisão do número natural 2 pelo número natural 3 é um número natural’ foi avaliada como $\vec{\psi}$. e *Vague* foi avaliada $\langle 0.7, 0.3 \rangle$. Mas estas avaliações, do ponto de vista da corrente teoria, são apenas hipóteses. Não foi definida nem mesmo a natureza das condições de satisfação das sentenças primitivas e como é decidido se as condições de satisfação destas sentenças são ou não atendidas. Talvez seja confortável imaginar uma linguagem desconhecida $\mathcal{L}_{\mathfrak{S}}$ em que as condições de satisfação são sentenças. Assim, quando estas sentenças denotassem *state of affairs* na ontologia de satisfação, a condição seria atendida e quando não denotasse, não seria atendida, com algum tratamento específico para os casos vagos. Mas, neste trabalho, não quero especular sobre a natureza das condições de satisfação das sentenças primitivas, como elas são ou não atendidas ou como as sentenças primitivas recebem suas condições de satisfação. Todas estas coisas são simplesmente assumidas aqui. Comentarei apenas que minha concepção particular não é linguística e que, nela, as condições de satisfação são membros constitutivos da própria ontologia de satisfação. Uma teoria que explicasse esta concepção teria compromissos metafísicos controversos que só dificultariam a aceitação da teoria mais modesta deste trabalho.

De qualquer forma, existem casos especiais em que podemos, em Ω , descobrir a avaliação de sentenças, sem a consulta a ontologia de satisfação. Este é o caso de *Veridic* e *FLiar*, que são avaliadas como $\vec{\delta}$ e de *Blessing*, avaliada como $\vec{\kappa}$. Um exemplo melhor do que esta última é o caso das declarações. A declaração $Nao\_Chove := \sim Chove$, não tem intenção de expressar algo na ontologia de significado e não possui condição de satisfação. Assim sabemos que $|Nao\_Chove := \sim Chove| = \vec{\kappa}$.

No caso dos operadores proposicionais a função de avaliação é definida da seguinte forma:

- $|\sim p| = |p|'$
- $|(p \circ q)| = |p| \wedge |q|$
- $|(p + q)| = |p| \vee |q|$
- $|(p \rightarrow q)| = |p| \mapsto |q|$
- $|(p \leftrightarrow q)| = |(p \rightarrow q)| \wedge |(q \rightarrow p)|$

No caso das quantificações, a função de avaliação é definida usando operações sobre subconjuntos de vetores em $\mathbb{S}_\Omega$. Se $\mathbb{O}_{\mathcal{L}_\Omega}$ é o domínio de todos os objetos da ontologia de significado e $|p|_o^x$ é a avaliação de p definindo a denotação da variável livre x como sendo o objeto $o \in \mathbb{O}_{\mathcal{L}_\Omega}$, definimos o conjunto de vetores $\mathbb{P} = \{\vec{v} \in \mathbb{S}_\Omega \mid \vec{v} = |p|_o^x\}$ e as seguintes funções de avaliação:

$$|\exists_x p| = \bigvee \mathbb{P}$$

$$|\forall_x p| = \bigwedge \mathbb{P}$$

Em outras palavras, a fórmula $\exists_x p$ recebe como avaliação o maior de todos os vetores de status de condição de satisfação que são obtidos quando $p(x)$ é aplicado a cada objeto do domínio. De forma semelhante, a fórmula $\forall_x p$ recebe como avaliação o menor de todos os vetores de status de condição de satisfação que são obtidos quando $p(x)$ é aplicado a cada objeto do domínio. Aqui, novamente, não ofereço o significado de $\exists_x p$ ou $\forall_x p$, mas simplesmente uma forma de calcular seus status de condições de satisfação com base nas sentenças primitivas.

Entre os predicados reservados estão os predicados *Tr* e *Fs* que representam os conceitos de verdadeiro e falso, o predicado *Trueapt*, que testa se a sentença é apta a ser verdadeira e os predicados que representam status específicos de condições de satisfação de sentenças de $\mathcal{L}_\Omega$. Estes últimos predicados são indicados pelo símbolo \$ e são avaliados das seguintes formas:

$$|\$^1(p)| = \begin{cases} \vec{\alpha} & \text{se } |p| = \vec{\alpha} \text{ ou } |p| = \vec{\delta} \\ \vec{\psi} & \text{em outro caso} \end{cases} \quad |\$^0(p)| = \begin{cases} \vec{\alpha} & \text{se } |p| = \vec{\psi} \text{ ou } |p| = \vec{\kappa} \\ \vec{\psi} & \text{em outro caso} \end{cases}$$

$$|\$^{(n,1-n)}(p)| = \begin{cases} \vec{\alpha} & |p| = \langle n, 1-n \rangle \\ \vec{\psi} & \text{em outro caso} \end{cases} \quad |\$^f(p)| = \begin{cases} \vec{\alpha} & |p| = \langle n, 1-n \rangle \text{ onde } 0 < n < 1 \\ \vec{\psi} & \text{em outro caso} \end{cases}$$

Irei definir a verdade de expressões de $\mathcal{L}_\Omega$ usando a própria linguagem $\mathcal{L}_\Omega$. Os status de condições de satisfação não representam significados e não formam uma boa definição do significado da verdade. Podemos, no entanto, fornecer o resultado da função de avaliação do status de condição de satisfação dos predicados Tr e Fs da seguinte forma:

$$|Tr(p)| = \begin{cases} \vec{\alpha} & \text{se } |p| = \vec{\alpha} \\ \vec{\psi} & \text{em outro caso} \end{cases} \quad |Fs(p)| = \begin{cases} \vec{\alpha} & \text{se } |p| = \vec{\psi} \\ \vec{\psi} & \text{em outro caso} \end{cases}$$

Em Ω , ser apto a ser verdadeiro é um conceito definido negativamente. Uma sentença pode falhar em ser apta a ser verdadeira de diversas formas. E pode, simplesmente, por exemplo, não expressar uma asserção. Neste caso seu status de condição de satisfação é definido como $\vec{\kappa}$. Ela também pode falhar em ser apta a ser verdadeira se o atendimento de sua condição é arbitrável. Neste caso seu status de condição de satisfação é expressado por $\vec{\delta}$. Finalmente ela também pode falhar em ser apta a ser verdadeira se for vaga. Neste caso seu status de condição de satisfação é expressado por um vetor $\langle n, 1-n \rangle$ onde $0 < n < 1$. De forma não surpreendente, sobram apenas duas opções: $|p| = \vec{\alpha}$ ou $|p| = \vec{\psi}$ e assim:

$$|Trueapt(p)| = \begin{cases} \vec{\alpha} & \text{se } |p| = \vec{\alpha} \text{ ou } |p| = \vec{\psi} \\ \vec{\psi} & \text{em outro caso} \end{cases}$$

Devo agora me preocupar com a questão da validade de um argumento. Classicamente, a forma de um argumento é válida se, e somente se, ele torna impossível para as premissas tenham o valor-verdade 'Verdade' e a conclusão o valor-verdade 'Falso'. Mesmo nas lógicas de múltiplos valores-verdade esta definição é

problemática. Em Ω , em que não existem valores-verdade, ela se torna completamente inadequada. Felizmente a solução de valores-verdade designados e não designados é perfeitamente adaptável para o nosso caso. Evidentemente, temos que falar em termos de vetores de status de condição de satisfação designados e não designados.

Sabemos pelas funções $Tr(x)$ e $Fs(x)$ definidas acima que, se p é verdadeiro, então $|p| = \vec{\alpha}$ e que, se p é falso, então $|p| = \vec{\psi}$. Qualquer definição de validade deve então garantir que, se as premissas forem avaliadas como $\vec{\alpha}$, então a conclusão não pode ser avaliada como $\vec{\psi}$. Assim, o vetor $\vec{\alpha}$ deve obrigatoriamente ser designado e o vetor $\vec{\psi}$ deve obrigatoriamente ser não designado. A margem de decisão, se existir, está em relação aos vetores restantes. Se estivéssemos interessados em raciocinar apenas com a verdade, então o vetor $\vec{\alpha}$ seria o único a ser designado. Mas isto tornaria Ω inútil, uma vez que um argumento cuja conclusão fosse, por exemplo, uma sentença vaga seria inválido, mesmo que o objeto tivesse um nível de pertencimento ao predicado muito próximo do total. Para trabalhar apenas com a verdade nós já possuímos a lógica clássica.

Poderíamos tomar o caminho oposto, como sugerido por Arnon Avron (2016), e definir $\vec{\psi}$ como o único vetor não designado. Nesta opção, contanto que um argumento não chegue a uma proposição que caia sobre o predicado $Fs(x)$, ele seria declarado válido. Evidentemente este critério é extremamente permissivo. Um argumento que concluísse, por exemplo, uma sentença vaga em que o objeto tivesse um nível extremamente baixo de pertencimento ao predicado seria considerado válido. Este nível de permissibilidade também tornaria Ω praticamente inútil.

Uma opção intuitiva é usar o vetor $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ como referência. Qualquer vetor menor que $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ é definido como não designado e qualquer vetor maior ou igual a $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ é definido como designado. Nesta opção um argumento cuja conclusão fosse, por exemplo, uma sentença vaga em que o objeto tivesse um nível alto de pertencimento ao predicado, seria válido, mas se concluísse uma sentença vaga em que o objeto tivesse um nível baixo de pertencimento ao predicado ele seria inválido. Isto me parece satisfatório.

Assim definimos os seguintes conjuntos de vetores:

- $N\grave{a}o\_Designado = \{ \vec{v} \in \mathbb{S}_\Omega \mid \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \supset \vec{v} \}$
- $Designado = \{ \vec{v} \in \mathbb{S}_\Omega \mid \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \sqsubseteq \vec{v} \}$

Estes conjuntos s\~ao, de fato, a \~unica alternativa satisfat\~oria. Seria poss\~ivel, por exemplo, tornar $\vec{\delta}$ e todos os valores menores que este vetor como n\~ao designados. No entanto, isto tornaria praticamente todos os axiomas da l\~ogica cl\~assica inv\~alidos, pois haveria contraexemplos em determinadas avalia\~oes de suas senten\~as componentes. De fato, tornar $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ n\~ao designado teria um efeito similar. N\~ao permitir os axiomas necess\~arios para infer\~encias b\~asicas \~e outra maneira em que Ω se tornaria in\~util. Assim parece n\~ao haver margem de decis\~ao em rela\~ao a que vetores devem ser designados. Os vetores usados s\~ao exatamente aqueles que permitem a utiliza\~ao do sistema.

Esta escolha, por\~em, define que um argumento que conclua uma senten\~a paradoxal (avaliada como $\vec{\delta}$) \~e considerado v\~alido. Acredito que qualquer inc\~omodo quanto a esta caracter\~istica do sistema pode ser aliviado pela validade da proposi\~ao abaixo:

$$\left((p \rightarrow q) \circ \$^{\vec{\delta}}('q') \right) \rightarrow \sim Tr(p)$$

Ou seja, um argumento em que a conclus\~ao \~e paradoxal permite concluir que a premissa n\~ao \~e verdadeira. Esta \~e a vers\~ao no sistema Ω do *reductio ad absurdum*. Se, por exemplo, a conjun\~ao dos axiomas de Frege fossem inclu\~idos em Ω , a dedu\~ao da senten\~a paradoxal ‘o conjunto de todos os conjuntos que n\~ao possuam a si pr\~oprios como elementos cont\~em a si mesmo’ permitiria deduzir que a conjun\~ao dos axiomas \~e falsa.

Resta apenas definir uma tautologia em Ω como uma f\~ormula cuja avalia\~ao \~e um vetor designado independente das avalia\~oes de seus componentes. Mesmo que os componentes sejam avaliados como $\vec{\psi}$ a f\~ormula ainda assim ser\~a avaliada como um vetor designado. Os axiomas de Ω s\~ao tautologias neste sentido. Um axioma pode ter, portanto, um resultado paradoxal em certas situa\~oes. No entanto, os axiomas t\~am\~bem podem ser considerados tautologias em um sentido mais cl\~assico se as premissas forem aptas a serem verdadeiras, uma vez que ent\~ao a f\~ormula ser\~a sempre verdadeira.

4.2.4 Sistema Dedutivo de Ω

Antes de começar a listar axiomas para o sistema, é interessante analisar suas características, verificando quais axiomas clássicos não são válidos. Em minha opinião o sistema é extremamente generoso neste aspecto e as perdas ou são benéficas ou aceitáveis.

Uma perda extremamente benéfica é a do princípio *ex contradictione quodlibet*. A fórmula $((p \circ \sim p) \rightarrow q)$ é inválida e a Lógica Ω é paraconsistente. Era obrigatório que ela fosse, uma vez que se propõe a lidar com sentenças paradoxais. No entanto, este benefício tem um custo. A prova do princípio *ex contradictione quodlibet*, usando axiomas bem aceitos da lógica clássica, pode ser colocada supondo que temos, como premissa, uma contradição:

1	$(p \circ \sim p)$	<i>Hipótese</i>
2.	$(p \circ \sim p) \rightarrow p$	<i>Eliminação da Conjunção</i> $\vdash ((p \circ q) \rightarrow p)$
3.	p	1, 2 e <i>Modus Ponens</i>
4.	$(p \circ \sim p) \rightarrow \sim p$	<i>Eliminação da Conjunção</i> $\vdash ((p \circ q) \rightarrow q)$
5.	$\sim p$	1, 4 e <i>Modus Ponens</i>
6	$(p \rightarrow (p + q))$	<i>Introdução da Disjunção</i> $\vdash (p \rightarrow (p + q))$
7	$(p + q)$	3, 6 e <i>Modus Ponens</i>
8	$(p + q) \circ \sim p$	7,5 e <i>Adjunção</i>
9	$((p + q) \circ \sim p) \rightarrow q$	<i>Silogismo Disjuntivo</i> $\vdash ((p + q) \circ \sim p) \rightarrow q$
10	q	8, 9 e <i>Modus Ponens</i>
11	$(p \circ \sim p) \rightarrow q$	1, 10 e <i>Introdução da Implicação</i>

Quadro 34 - Prova clássica do princípio *ex contradictione quodlibet*

Como $(p \circ \sim p) \rightarrow q$ é inválida, um dos axiomas usados precisa ser inválido. O axioma em questão é o silogismo disjuntivo. Um contraexemplo é $|p| = \vec{k}$ e $|q| = \vec{\psi}$. A perda do silogismo disjuntivo pode ser aliviada pela seguinte fórmula válida, que preserva nossas intuições clássicas:

$$\vdash (Trueapt('p') \circ Trueapt('q')) \rightarrow (((p + q) \circ \sim p) \rightarrow q)$$

Pelo modo como, seguindo Belnap, defini a implicação, é evidente que as equivalências entre esta e a chamada ‘implicação material’ $(\sim p + q)$ são perdidas. Para aqueles que valorizam a coincidência, quando usamos lógica booleana clássica, desta fórmula com a operação de implicação, a seguinte equivalência válida pode ser de algum consolo:

$$\vdash (Trueapt('p') \circ Trueapt('q')) \rightarrow ((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p + q))$$

No entanto, para lógicos simpáticos ao conceito de relevância, há motivos para comemorar a perda desta equivalência. Não apenas $((p \circ \sim p) \rightarrow q)$, mas muitos dos chamados paradoxos da implicação, como os mostrados na Quadro 35, são inválidos em Ω .

[p.i. 1]	$(p \circ \sim p) \rightarrow q$
[p.i. 2]	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
[p.i. 3]	$\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$
[p.i. 4]	$p \rightarrow (q + \sim q)$
[p.i. 5]	$(p \rightarrow q) + (q \rightarrow r)$
[p.i. 6]	$\sim(p \rightarrow q) \rightarrow (p + \sim q)$

Quadro 35 - Paradoxos da 'Implicação' Material

A segunda fórmula validaria argumentos como ‘dois é par implica que um homem de 1,80m é alto implica que dois é par’. A terceira valida argumentos como ‘dois não é par implica que dois é par implica que um homem de 1,80m é alto’. Estas inferências são desconfortáveis para o leigo e até mesmo para lógicos como Belnap, embora elas possam ser defendidas dentro da lógica clássica. De qualquer forma, o sistema foi

construído de forma a não ser explosivo e validar o máximo de axiomas importantes. A perda dos ‘paradoxos da implicação material’ é mais que aceitável. Há, no entanto, perdas mais significativas como a Asserção Restrita e a Permutação:

Asserção Restrita	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow r)$
Permutação	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$

Quadro 36 - Algumas Implicações Inválidas em Ω

No caso da permutação, a seguinte versão é válida:

$$\vdash Trueapt('p') \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$$

Estas perdas significam que Ω não é compatível nem com o sistema $R_{\rightarrow}$ de Relevância, que tem Permutação como axioma, nem com o Sistema $E_{\rightarrow}$ de *Entailment*, que tem Asserção Restrita como axioma. No entanto seu fragmento de implicação contém o fragmento de implicação do sistema **T** de *Ticket Entailment* (ANDERSON, BELNAP e DUNN, 1975).

O sistema dedutivo não foi desenhando com o objetivo de parcimônia e, por isto, alguns axiomas são redundantes. O objetivo foi tornar o sistema axiomático o mais poderoso possível. Os axiomas básicos do Quadro 37 e do Quadro 38 contém quase todos os axiomas importantes da lógica proposicional. Os axiomas do fragmento de implicação do Quadro 38 são bastante poderosos e a permutação é a única ausência importante. Em vez de incluir apenas *Modus Ponens*, que é uma eliminação da implicação, as regras de inferência do Quadro 39 incluem a Adjunção, que é uma introdução de conjunção e uma introdução de implicação que permite a criação de axiomas derivados. Os teoremas mais importantes do presente trabalho precisam apenas de uma lógica Proposicional. Tornar $\mathcal{L}_{\Omega}$ uma linguagem de primeira ordem é necessário para permitir um único teorema, mas a importância deste teorema justifica esta decisão. De qualquer forma, a função de avaliação pode lidar com os axiomas de primeira ordem do Quadro 40 de forma padrão e não haveria motivos para não fazer esta expansão.

	<i>Esquemas de Axiomas</i>	<i>Nome</i>
$\alpha 1.$	$\vdash (p \rightarrow p)$	<i>Identidade</i>
$\alpha 2$	$\vdash (\sim \sim p \leftrightarrow p)$	<i>Dupla Negação</i>
$\alpha 3.1$ $\alpha 3.2$ $\alpha 3.3$	$\vdash (p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ $\vdash (p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ $\vdash ((p \rightarrow q) \circ (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$	<i>Implicações da Equivalência</i>
$\alpha 4.1$ $\alpha 4.2$ $\alpha 4.3$	$\vdash ((p + q) \rightarrow (q + p))$ $\vdash ((p \circ q) \rightarrow (q \circ p))$ $\vdash ((p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \leftrightarrow p))$	<i>Comutatividade da Disjunção, Conjunção e Equivalência</i>
$\alpha 5.1$ $\alpha 5.2$	$\vdash (p \rightarrow (p + q))$ $\vdash (q \rightarrow (p + q))$	<i>Introdução da Disjunção</i>
$\alpha 6$	$\vdash ((p + p) \rightarrow p)$	<i>Eliminação da Disjunção</i>
$\alpha 7.1$ $\alpha 7.2$	$\vdash ((p \circ q) \rightarrow p)$ $\vdash ((p \circ q) \rightarrow q)$	<i>Eliminação da Conjunção</i>
$\alpha 8.1$ $\alpha 8.2$	$\vdash ((p \leftrightarrow r) \circ (r \leftrightarrow q)) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ $\vdash ((p \rightarrow r) \circ (r \rightarrow q)) \rightarrow (p \rightarrow q)$	<i>Transitividade</i>
$\alpha 9.1$ $\alpha 9.2$	$\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$ $\vdash (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$	<i>Contraposição</i>
$\alpha 10$	$\vdash (p \circ (q + r)) \rightarrow ((p \circ q) + (p \circ r))$	<i>Distributividade</i>
$\alpha 11.1$ $\alpha 11.2$	$\vdash \sim(p + q) \rightarrow (\sim p \circ \sim q)$ $\vdash \sim(p \circ q) \rightarrow (\sim p + \sim q)$	<i>De Morgan 1 e 2</i>
$\alpha 12$	$\vdash (\sim q \circ (p \rightarrow q)) \rightarrow \sim p$	<i>Modus Tollens</i>
$\alpha 13$	$\vdash (((p \rightarrow q) \circ (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$	<i>Silogismo Hipotético</i>
$\alpha 14$	$\vdash \sim(p \circ \sim p)$	<i>LNC – Não Contradição</i>
$\alpha 15$	$\vdash (p + \sim p)$	<i>LEM – Terceiro Excluído</i>

Quadro 37 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas Básicos

	<i>Esquemas de Axiomas</i>	<i>Nome</i>
$\alpha 16$	$(p \rightarrow (p \rightarrow p))$	<i>Mistura (Mingle)</i>
$\alpha 17$	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$	<i>Transitividade da Implicação (por Sufixação)</i>
$\alpha 18$	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q))$	<i>Transitividade da Implicação (por Prefixação)</i>
$\alpha 19$	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$	<i>Auto Distribuição 1</i>
$\alpha 20$	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$	<i>Auto Distribuição 2</i>

Quadro 38 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas do Fragmento da Implicação

	<i>Regras de Inferência</i>	<i>Nome</i>
$\varrho 1$	$p, q \vdash (p \circ q)$	<i>Adjunção</i>
$\varrho 2$	$p, (p \rightarrow q) \vdash q$	<i>Modus Ponens ou Eliminação da Implicação</i>
$\varrho 3$	$(\Omega, p \vdash q) \vdash (\Omega \vdash (p \rightarrow q))$	<i>Introdução da Implicação</i>

Quadro 39 - Sistema Dedutivo de Ω – Regras de Inferência

	Esquemas de Axiomas	Nome
$\varpi 1$	$\vdash \forall_x (p \rightarrow q) \rightarrow \forall_x (p) \rightarrow \forall_x (q)$	<i>FOL 1</i>
$\varpi 2$	$\vdash \forall_x (p) \circ \forall_x (q) \rightarrow \forall_x (p \circ q)$	<i>FOL 2</i>
$\varpi 3$	$\vdash \forall_x (p(x)) \rightarrow p(a)$	<i>FOL 3</i>
$\varpi 4$	$\vdash \forall_x (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \forall_x (q))$ onde x não é livre em p	<i>FOL 4</i>
$\varpi 5$	$\vdash \forall_x (p + q) \rightarrow (p + \forall_x (q)) \circ$ onde x não é livre em p	<i>FOL 5</i>
$\varpi 6$	$\vdash p(a) \rightarrow \exists_x p(x)$	<i>FOL 6</i>
$\varpi 7$	$\vdash \forall_x (p \rightarrow q) \rightarrow (\exists_x p(x) \rightarrow q)$ onde x não é livre em q	<i>FOL 7</i>
$\varpi 8$	$\vdash (\exists_x p \circ q) \rightarrow \exists_x (p \circ q)$ onde x não é livre em q	<i>FOL 8</i>

Quadro 40 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas de Primeira Ordem

Há uma observação importante sobre a terceira regra de inferência ($\rho 3$). A introdução da implicação só pode acontecer quando uma única fórmula (ou esquema) é acrescentada como hipótese aos axiomas de Ω . Se, acrescentarmos uma única hipótese p a Ω e, a partir da união Ω, p deduzirmos q , estamos autorizados a deduzir que $\Omega \vdash (p \rightarrow q)$. Evidentemente, nada impede que p seja a conjunção de várias hipóteses individuais e que utilizemos, na dedução, a eliminação da conjunção para recuperar estas hipóteses. Mas permitir a introdução da implicação quando temos múltiplas hipóteses geraria a possibilidade de raciocínios inválidos como o mostrado abaixo, em que a introdução da implicação é usada em apenas parte das hipóteses:

1.	q	Hipótese
2.	p	Hipótese
3.	$(p \circ q)$	2, 1 e $\rho 1$
4.	$(p \circ q) \rightarrow q$	$\alpha 7.2$
5.	q	3, 4 e $\rho 2$
6.	$(p \rightarrow q)$	2, 5 e $\rightarrow$ Introdução Irrestrita
7.	$q \rightarrow (p \rightarrow q)$	1, 6 e $\rightarrow$ Introdução Irrestrita

O sistema Ω é consideravelmente mais poderoso que a Lógica do Paradoxo. Priest precisa abandonar *Modus Ponens* e *Modus Tollens* porque, como ele define $(p \rightarrow q)$ como idêntico a $(\sim p + q)$ e sua semântica não prevê sentenças vagas, estes axiomas são totalmente equivalentes, em **LP**, ao Silogismo Disjuntivo (PRIEST, 1979). Em 1979, Priest não via maneira de estender **LP** para incluir a implicação de Belnap sem que o sistema voltasse a ser trivial em, por exemplo, teorias fechadas semanticamente. No entanto, a inclusão dos axiomas específicos tornará $\mathcal{L}_\Omega$ uma linguagem semanticamente fechada, com seu próprio predicado verdade, sem cair na trivialidade. De fato, há a possibilidade de explosão em Ω devido a um axioma opcional: o *Silogismo Disjuntivo Restrito*. O que provoca a explosão, porém não é a mera contradição e permiti este axioma porque o acho benigno.

O Quadro 41 mostra os axiomas específicos da teoria.

	Esquemas de Axiomas	Nome
$\beta 1.1$ $\beta 1.2$	$\vdash Tr('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ p$ $\vdash Tr('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ \$^1('p')$	<i>Definição de Verdade</i>
$\beta 2.1$ $\beta 2.2$	$\vdash Fs('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ \sim p$ $\vdash Fs('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ \$^0('p')$	<i>Definição de Falsidade</i>
$\beta 3$	$\vdash Trueapt('R('p')')$	<i>Reservados são aptos a serem verdadeiros</i>
$\beta 4.1$ $\beta 4.2$	$\vdash Tr('R('p')') \leftrightarrow R('p')$ $\vdash \sim Tr('R('p')') \leftrightarrow \sim R('p')$	<i>Redundância da Verdade</i>
$\beta 5.1$ $\beta 5.2$ $\beta 5.3$ $\beta 5.4$	$\vdash Trueapt('p') \rightarrow Trueapt(\sim p)$ $\vdash (Trueapt('p') \circ Trueapt('q')) \rightarrow Trueapt(p + q)$ $\vdash (Trueapt('p') \circ Trueapt('q')) \rightarrow Trueapt(p \circ q)$ $\vdash (Trueapt('p') \circ Trueapt('q')) \rightarrow Trueapt(p \rightarrow q)$	<i>Indução da aptidão pela Verdade</i>
$\beta 8$	$\vdash Trueapt('p') \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$	<i>Permutação Restrita</i>
$\beta 9$	$\vdash Trueapt('q') \rightarrow (p \rightarrow (q \leftrightarrow (p \circ r)) \rightarrow (q \leftrightarrow r))$	<i>Simplificação de Definição</i>
$\beta 10$	$\vdash Trueapt('p') \circ Trueapt('q') \rightarrow (p \circ ((p \circ q) \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow r)$	<i>Simplificação de Implicação</i>
$\beta 11$	$\vdash (Trueapt('p') \circ Trueapt('q')) \rightarrow (((p + q) \circ \sim p) \rightarrow q)$	<i>Silogismo Disjuntivo Restrito</i>

Quadro 41 - Sistema Dedutivo de Ω – Axiomas Específicos da Teoria

Os axiomas específicos lidam com conceitos como verdade e falsidade. O mais importante é a definição de verdade:

$$Tr('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ \$^1('p')$$

Uma sentença é verdadeira se, e somente se, ela for apta a ser verdadeira e a sua condição de satisfação for atendida, o que é medido por $\odot('p')$. As sentenças paradoxais podem ter suas condições de satisfação atendidas nesse tipo de avaliação, mas elas não são aptas a serem verdadeiras. As sentenças falsas são aptas a serem verdadeiras, mas não tem suas condições de satisfação atendidas. As sentenças vagas e as declarações falham nas duas condições. Somente as sentenças que são verdadeiras satisfazem a disjunção.

A definição de falsidade é que uma sentença é falsa se, e somente se, ela for apta a ser verdadeira e a sua condição de satisfação for não atendida, o que é medido por $\otimes('p')$.

$$Fs('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ \$^0('p')$$

No entanto, embora estas definições sejam satisfatórias em termos da teoria filosófica subjacente, elas introduzem uma redundância em relação ao teste do atendimento das condições de satisfação das sentenças. Os dois únicos tipos de sentenças que são aptas a serem verdadeiras, ou seja, $|Trueapt('p')| = \vec{\alpha}$ são aquelas avaliadas como $\vec{\psi}$ ou $\vec{\alpha}$. Em todos os outros casos a avaliação de $Trueapt('p')$ será $\vec{\psi}$. Uma vez que $\vec{\psi} \circ |p| = \vec{\psi}$ e $\vec{\psi} \circ |\sim p| = \vec{\psi}$ não importando $|p|$ podemos simplificar nossas definições para:

$$Tr('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ p$$

$$Fs('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ \sim p$$

Estas equivalências, porém, têm consequências filosóficas que contrariam diretamente as escolas deflacionistas. O que está sendo dito é que afirmar que uma proposição é verdadeira não é redundante sobre a mera afirmação da proposição. Ao afirmar uma proposição podemos estar apenas, por exemplo, expressando uma sentença vaga usando algum critério de corte para a validade de nossa asserção. Ao afirmar que a mesma proposição é verdadeira estamos acrescentando a ideia (certa ou errada) de que ela é apta a ser verdadeira. Em Ω podemos afirmar sentenças vagas e até argumentar com elas, mas ao afirmar que elas são verdadeiras obtemos uma falsidade. Digamos, por exemplo, que um homem de 2,20m é decididamente alto e um homem chamado Neil tem 2,35m de altura. As seguintes sentenças têm a mesma avaliação: $Alto(neil)$ e $Tr('Alto(neil)')$. No entanto, digamos que um homem de 1,78m esteja dentro da fronteira borrada entre as pessoas decididamente altas e as pessoas decididamente não altas e John tenha esta altura. Então $Alto(john)$ e $Tr('Alto(john)')$ têm avaliações completamente diferentes. O predicado verdade acrescenta à condição de satisfação de uma sentença, a nova condição de que o status da sentença original seja plenamente atendido sem que ocorra uma avaliação conflitante.

4.2.5 Consequências desejáveis de Ω

Tarski (1983 [1956]) não ofereceu prova formal de que sua Definição 23 é materialmente adequada no sentido da Convenção-T. Em vez disso ele forneceu um exemplo e uma lista de consequências desejáveis desta definição, que servem para nos convencer desta adequação. Eu nem mesmo ofereço um critério formal de adequação material. Como vimos, Gruber (2016) coloca que a expressão original em Polonês, *merytorycznie trafna* não tem adequação material como uma boa tradução e propõe a tradução *conceptually fitting*, que seria equivalente a ‘adequação conceitual’, em Português. Um critério de adequação conceitual, seria a demonstração que a definição realmente faz justiça à concepção intuitiva da verdade. Entendo, com Tarski, que esta intuição preteorética define que uma sentença é verdadeira quando, de alguma forma, ela está de acordo com a realidade. Sua Convenção-T é extensional e, em minha visão, inadequada para captar esta intuição. Não posso oferecer critério superior, mas não acho que ele seja necessário.

Certamente a Concepção de Verdade por Satisfação capta adequadamente as minhas próprias noções preteoréticas sobre a verdade. Nela, a realidade, definida na Ontologia de Satisfação, efetivamente define se uma sentença é verdadeira, através de suas condições de satisfação. Está ausente a noção de correspondência, mas isto também acontece com *Truthmaking*. Os truísmos de Lynch formam um bom pano de fundo para demonstrar que uma Concepção de Verdade é adequada conceitualmente. No entanto, no fim, cabe ao leitor julgar se a Concepção de Verdade por Satisfação capta adequadamente suas noções preteoréticas sobre a verdade.

De todo modo, está completamente aberto para mim o caminho usado por Tarski de fornecer uma lista de consequências desejáveis da definição, que sirvam como argumentos para a adequação. Anteriormente ofereci uma série de argumentos filosóficos, usando principalmente a versão forte da Concepção. Aqui, oferecerei teoremas e definições que podem ser obtidos a partir da versão modesta. Alguns são efetivamente teoremas demonstrados na linguagem $\mathcal{L}_\Omega$. Outros são teoremas da metalinguagem. Nenhum deles exige comprometimento com os requisitos ontológicos da versão forte.

Lema 1 – Tabelas de avaliação servem para validar/invalidar fórmulas

Uma das características mais interessantes de Ω é que sua álgebra se baseia em um lattice $(\mathbb{S}_\Omega, \wedge, \vee, \vec{\psi}, \vec{\alpha}, ')$ que, por sua vez, é baseada no poset $(\mathbb{S}_\Omega, \sqsubseteq)$, mostrado na Figura 18 (b), que é linearmente ordenado. Este fato permite que os infinitos valores de avaliação sejam divididos em apenas sete ‘regiões’, que são: $\vec{\psi} = \langle 0, 1 \rangle$, $\vec{\phi}_< \sqsubset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$, $\vec{\kappa} = \langle 0, 0 \rangle$, $\vec{\delta} = \langle 1, 1 \rangle$, $\vec{\phi}_> \sqsupset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ e $\vec{\alpha} = \langle 1, 0 \rangle$.

Destas opções, apenas as regiões $(\vec{\psi} \sqsubset \vec{\phi}_< \sqsubset \vec{\kappa})$ e $(\vec{\delta} \sqsubset \vec{\phi}_> \sqsubset \vec{\alpha})$ contém um número infinito de valores. No entanto, as relações $\wedge$, $\vee$, $'$ e $\mapsto$ sobre um elemento destas regiões sempre terão como resultado as mesmas regiões, não importando qual elemento específico esteja sendo utilizado. Assim, por exemplo o complemento de um elemento da região $\vec{\phi}_<$ é sempre um elemento da região $\vec{\phi}_>$ e vice-versa. A ordem linear também garante outras propriedades interessantes. Por exemplo, a conjunção de um elemento qualquer de $\vec{\phi}_<$ e $\vec{\psi}$ tem como resultado $\vec{\psi}$ e com qualquer outro elemento, de qualquer outra região, o resultado sempre estará na própria região $\vec{\phi}_<$.

Outros critérios além das quatro relações, diferenciam as sete regiões. Utilizei os seguintes conjuntos para avaliações designadas e não designadas:

- $N\tilde{a}\tilde{o\_D}esignado = \{ \vec{v} \in \mathbb{S}_\Omega \mid \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \sqsupset \vec{v} \}$
- $Designado = \{ \vec{v} \in \mathbb{S}_\Omega \mid \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \sqsubseteq \vec{v} \}$

Assim: $\vec{\psi}$, $\vec{\phi}_<$ e $\vec{\kappa}$ são não designados e $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$, $\vec{\delta}$, $\vec{\phi}_>$ e $\vec{\alpha}$ são designados.

Finalmente, temos o critério que apenas $\vec{\psi}$ e $\vec{\alpha}$ são aptos a serem verdadeiros.

Assim, para qualquer fórmula, basta que sejam criadas tabelas que combinem um elemento de cada região, para testar se a fórmula é uma tautologia ou não. Este fato faz com que toda a utilidade das velhas ‘tabelas verdade’ sejam preservadas nas ‘tabelas de avaliação’.

A prova deste lema avalia cada combinação, utilizando indução no caso das regiões com valores infinitos. Embora trabalhosa, esta prova é bastante simples e deixada ao leitor.

Lema 2

- 1.1 $\vdash Tr(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ p$
- 1.2 $\vdash Tr(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \$^1(\ulcorner p \urcorner)$
- 1.3 $\vdash Fs(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \sim p$
- 1.4 $\vdash Fs(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \$^0(\ulcorner p \urcorner)$
- 1.5 $\vdash Tr(\ulcorner \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner) \urcorner) \rightarrow \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner)$
- 1.6 $\vdash \sim Tr(\ulcorner \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner) \urcorner) \rightarrow \sim \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner)$
- 1.7 $\vdash \sim \sim p \rightarrow p$

Prova:

Pelos axiomas $\beta 1.1$, $\beta 1.2$, $\beta 2.1$, $\beta 2.2$, $\beta 4.1$, $\beta 4.2$ e $\alpha 2$ em conjunto com o axioma de Implicações da Equivalência $\alpha 3.1 \vdash (p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

Lema 3

- 2.1 $\vdash Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ p \rightarrow Tr(\ulcorner p \urcorner)$
- 2.2 $\vdash Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \$^1(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow Tr(\ulcorner p \urcorner)$
- 2.3 $\vdash Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \sim p \rightarrow Fs(\ulcorner p \urcorner)$
- 2.4 $\vdash Trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \$^0(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow Fs(\ulcorner p \urcorner)$
- 2.5 $\vdash \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow Tr(\ulcorner \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner) \urcorner)$
- 2.6 $\vdash \sim \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow \sim Tr(\ulcorner \mathfrak{R}(\ulcorner p \urcorner) \urcorner)$
- 2.7 $\vdash p \rightarrow \sim \sim p$

Prova:

Pelos axiomas $\beta 1.1$, $\beta 1.2$, $\beta 2.1$, $\beta 2.2$, $\beta 4.1$, $\beta 4.2$ e $\alpha 2$ em conjunto com o axioma de Implicações da Equivalência $\alpha 3.2 \vdash (p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

Teorema 1 – As sentenças T são teoremas de Ω para todas as sentenças aptas a serem verdadeiras

Prova:

1.	$Trueapt('p')$	Hipótese
2	$Tr('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ p$	$\beta 1.1$
3	$Trueapt('Tr('p')')$	$\beta 3$
4.	$Trueapt('Tr('p')') \rightarrow$ $(Trueapt('p') \rightarrow (Tr('p') \leftrightarrow (Trueapt('p') \circ p)) \rightarrow (Tr('p') \leftrightarrow p))$	$\beta 9$
5.	$Trueapt('p') \rightarrow (Tr('p') \leftrightarrow (Trueapt('p') \circ p)) \rightarrow (Tr('p') \leftrightarrow p)$	3, 4 e $\varrho 2$
6	$(Tr('p') \leftrightarrow (Trueapt('p') \circ p)) \rightarrow (Tr('p') \leftrightarrow p)$	1, 5 e $\varrho 2$
7	$Tr('p') \leftrightarrow p$	2, 6 e $\varrho 2$
8	$Trueapt('p') \rightarrow (Tr('p') \leftrightarrow p)$	1, 7 e $\varrho 3$

Em uma lógica booleana, $(Tr('p') \leftrightarrow p)$ é uma tautologia e Tarski exigia de sua definição de verdade que ela provasse esta tautologia. No entanto, quando saímos dos limites estreitos das tabelas verdade de dois valores, esta equivalência não é mais garantida. De fato, em Ω , se, por exemplo, $|p| = \vec{\delta}$ ou $|p| = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$, $|Tr('p') \leftrightarrow p| = \vec{\psi}$. Isto significa que, para estes valores, é falso que $Tr('p') \leftrightarrow p$ e a premissa básica, não só de Tarski, mas dos Deflacionistas desmorona. No entanto, Tarski e Lynch estão certos de que, nas sentenças bem-comportadas, nossa intuição concorda com as sentenças T. Por isto este teorema é importante. A partir apenas da hipótese de que p é apta a ser verdadeira, podemos gerar uma prova formal simples de sua sentença T a partir da definição de verdade.

Lema 4 – Que uma sentença p é falsa se, e somente se, $\sim p$ é um teorema de Ω para todas as sentenças aptas a serem verdadeiras

Prova:

1.	$Trueapt('p')$	Hipótese
2	$Fs('p') \leftrightarrow Trueapt('p') \circ \sim p$	$\beta 2.1$
3	$Trueapt('Fs('p')')$	$\beta 3$
4.	$Trueapt('Fs('p')') \rightarrow$ $(Trueapt('p') \rightarrow (Fs('p') \leftrightarrow (Trueapt('p') \circ \sim p))) \rightarrow (Fs('p') \leftrightarrow \sim p)$	$\beta 9$
5.	$Trueapt('p') \rightarrow (Fs('p') \leftrightarrow (Trueapt('p') \circ \sim p)) \rightarrow (Fs('p') \leftrightarrow \sim p)$	3, 4 e $\varrho 2$
6	$(Fs('p') \leftrightarrow (Trueapt('p') \circ \sim p)) \rightarrow (Fs('p') \leftrightarrow \sim p)$	1, 5 e $\varrho 2$
7	$Fs('p') \leftrightarrow \sim p$	2, 6 e $\varrho 2$
8	$Trueapt('p') \rightarrow (Fs('p') \leftrightarrow \sim p)$	1, 7 e $\varrho 3$

Em Ω e em qualquer linguagem poderosa o suficiente, verdade e não falsidade não coincidem. Em um sistema Booleano, podemos dizer que $Fs('p') \leftrightarrow \sim p$ porque a falsidade de p implicaria a verdade de sua negação. No entanto, se, por exemplo, tivermos $|p| = \vec{\delta}$ ou $|p| = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$, temos que $|Fs('p')| = \vec{\psi}$ e a equivalência falha. Para recuperar nossa intuição clássica, basta a hipótese de que p é apta a ser verdadeira e podemos gerar uma prova formal simples de que a equivalência volta a ser válida.

Teorema 2 – Que Lei de Não Contradição é verdadeira para todas as sentenças aptas a serem verdadeiras, ou seja, $Trueapt('p') \rightarrow Tr(' \sim (p \circ \sim p)')$ é um teorema de Ω .

Prova:

1	$Trueapt('p')$	Hipótese
2	$Trueapt('p') \rightarrow Trueapt(' \sim p')$	$\beta 5.1$
3	$Trueapt(' \sim p')$	1,2 e $\varrho 2$
4	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p'))$	1, 3 e $\varrho 1$
5	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')) \rightarrow Trueapt('p \circ \sim p')$	$\beta 5.3$
6	$Trueapt('p \circ \sim p')$	4,5 e $\varrho 2$
7	$Trueapt('p \circ \sim p') \rightarrow Trueapt(' \sim (p \circ \sim p)')$	$\beta 5.1$
8	$Trueapt(' \sim (p \circ \sim p)')$	6,7 e $\varrho 2$
9	$Trueapt(' \sim (p \circ \sim p)') \rightarrow (Tr(' \sim (p \circ \sim p)') \leftrightarrow \sim (p \circ \sim p))$	Lema 4
10	$Tr(' \sim (p \circ \sim p)') \leftrightarrow \sim (p \circ \sim p)$	8,9 e $\varrho 2$
11	$(Tr(' \sim (p \circ \sim p)') \leftrightarrow \sim (p \circ \sim p)) \rightarrow (\sim (p \circ \sim p) \rightarrow Tr(' \sim (p \circ \sim p)'))$	$\alpha 3.2$
11	$\sim (p \circ \sim p) \rightarrow Tr(' \sim (p \circ \sim p)')$	10,11 e $\varrho 2$
12	$\sim (p \circ \sim p)$	$\alpha 14$
13	$Tr(' \sim (p \circ \sim p)')$	11,12 e $\varrho 2$
14	$Trueapt('p') \rightarrow Tr(' \sim (p \circ \sim p)')$	1,13 e $\varrho 3$

A Lei de Não Contradição $\sim (p \circ \sim p)$ é válida para todas as sentenças em Ω . Mas isto quer apenas dizer que ela sempre recebe um valor designado. Lembremos que até mesmo sentenças avaliadas como $\vec{\delta}$ possuem valores designados. Recuperar a intuição clássica de que, para as sentenças bem-comportadas, a Lei de Não Contradição não só é válida, mas verdadeira, é o propósito deste teorema

Teorema 3 – Que a Lei do Terceiro Excluído é verdadeira para todas as sentenças aptas a serem verdadeiras, ou seja, $Trueapt('p') \rightarrow Tr('(p + \sim p)')$ é um teorema de Ω .

Prova:

1	$Trueapt('p')$	Hipótese
2	$Trueapt('p') \rightarrow Trueapt(' \sim p')$	$\beta 5.1$
3	$Trueapt(' \sim p')$	1,2 e $\varrho 2$
4	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p'))$	1, 3 e $\varrho 1$
5	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')) \rightarrow Trueapt('(p + \sim p)')$	$\beta 5.3$
6	$Trueapt('(p + \sim p)')$	4,5 e $\varrho 2$
7	$Trueapt('(p + \sim p)') \rightarrow (Tr('(p + \sim p)') \leftrightarrow (p + \sim p))$	Lema 4
8	$Tr('(p + \sim p)') \leftrightarrow (p + \sim p)$	6,7 e $\varrho 2$
9	$(Tr('(p + \sim p)') \leftrightarrow (p + \sim p)) \rightarrow ((p + \sim p) \rightarrow Tr('(p + \sim p)'))$	$\alpha 3.2$
10	$(p + \sim p) \rightarrow Tr('(p + \sim p)')$	8,9 e $\varrho 2$
11	$(p + \sim p)$	$\alpha 15$
12	$Tr('(p + \sim p)')$	11,10 e $\varrho 2$
13	$Trueapt('p') \rightarrow Tr('(p + \sim p)')$	1,12 e $\varrho 3$

Assim como a Lei de Não Contradição, a Lei do Terceiro Excluído $(p + \sim p)$ é válida para todas as sentenças em Ω . E, da mesma forma, isto quer apenas dizer que ela sempre recebe um valor designado. Nossa intuição clássica de que, para as sentenças bem-comportadas, a Lei do Terceiro Excluído não só é válida, mas verdadeira, é recuperada por este teorema.

Teorema 4 – Com Silogismo Disjuntivo Restrito, Ω se torna explosiva.

Prova:

1	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')) \circ (p \circ \sim p)$	<i>Hipótese</i>
2	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')) \circ (p \circ \sim p) \rightarrow (Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p'))$	$\alpha 7.1$
3	$Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')$	1,2 e $\varrho 2$
4	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')) \circ (p \circ \sim p) \rightarrow (p \circ \sim p)$	$\alpha 7.2$
5	$(p \circ \sim p)$	1,4 e $\varrho 2$
6	$(p \circ \sim p) \rightarrow p$	$\alpha 7.1$
7	p	5, 6 e $\varrho 2$
8	$(p \circ \sim p) \rightarrow \sim p$	$\alpha 7.2$
9	$\sim p$	5, 8 e $\varrho 2$
10	$p \rightarrow (p + q)$	$\alpha 5.1$
11	$(p + q)$	7, 10 e $\varrho 2$
12	$(p + q) \circ \sim p$	11, 9 e $\varrho 1$
13	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')) \rightarrow ((p + q) \circ \sim p) \rightarrow q$	$\beta 11$
14	$((p + q) \circ \sim p) \rightarrow q$	3, 13 e $\varrho 2$
15	q	12, 14 e $\varrho 2$
16	$(Trueapt('p') \circ Trueapt(' \sim p')) \circ (p \circ \sim p) \rightarrow q$	1, 15 e $\varrho 3$

Embora a explosão não seja exatamente um resultado desejável, a lógica clássica é explosiva e mostrar como certas propriedades da lógica clássica podem ser recuperadas em Ω é, em minha opinião, um resultado desejável.

No entanto, o Quadro 42 mostra que, em todos os casos possíveis, a hipótese $(Trueapt({}^r p) \circ Trueapt({}^r \sim p)) \circ (p \circ \sim p)$ é falsa. Assim, o que torna Ω explosiva é o mesmo tipo de fenômeno que torna a lógica clássica explosiva, transportado de valores verdade para avaliações, ou seja, a álgebra da implicação suporta *ex falso quodlibet*: $\vec{\psi} \mapsto |p| = \vec{\alpha}$.²³ De qualquer forma, *ex contradictione quodlibet* continua inválido, pois não basta a hipótese da contradição para explosão.

$ p $	$ \sim p $	$ Trueapt({}^r p) $	$ Trueapt({}^r \sim p) $	$\left \begin{array}{c} Trueapt({}^r p) \\ \circ Trueapt({}^r \sim p) \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} p \\ \circ \\ \sim p \end{array} \right $	$\left \begin{array}{c} (Trueapt({}^r p) \\ \circ Trueapt({}^r \sim p)) \\ \circ (p \circ \sim p) \end{array} \right $
$\vec{\psi}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$
$\vec{\phi}_<$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_<$	$\vec{\psi}$
$\vec{\kappa}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\psi}$
$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$
$\vec{\delta}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\kappa}$	$\vec{\psi}$
$\vec{\phi}_>$	$\vec{\phi}_<$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_<$	$\vec{\psi}$
$\vec{\alpha}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$

Quadro 42 - Falsidade da Hipótese de a Contradição ser apta a ser verdadeira

²³ É interessante notar que é comum na literatura que *ex falso quodlibet* e *ex contradictione quodlibet* sejam tratados como expressões sinônimas. Creio que isto é um engano.

Teorema 5 – Vários paradoxos da Implicação não são válidos em Ω

Utilizando o Lema 3 podemos invalidar vários dos chamados paradoxos da implicação. Repito aqui o Quadro 35

[p.i. 1]	$(p \circ \sim p) \rightarrow q$
[p.i. 2]	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
[p.i. 3]	$\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$
[p.i. 4]	$p \rightarrow (q + \sim q)$
[p.i. 5]	$(p \rightarrow q) + (q \rightarrow r)$
[p.i. 6]	$\sim(p \rightarrow q) \rightarrow (p + \sim q)$

Quadro 35 - Paradoxos da 'Implicação' Material

Muitos destes chamados paradoxos são invalidados pelo simples fato que a implicação não é equivalente à ‘implicação’ material $(\vec{\lambda}' \vee \vec{\gamma})$, conforme pode ser visto na tabela de avaliação do Quadro 43.

$(\vec{\lambda}' \vee \vec{\gamma}) \mapsto (\vec{\lambda} \mapsto \vec{\gamma})$		$\vec{\gamma}$						
		$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\lambda}$	$\vec{\psi} = \langle 0,1 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{<} \subset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{>} \supset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1,0 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\alpha}$

Quadro 43 - A ‘implicação’ material não implica em implicação real.

A fórmula [p.i. 5]: $(p \rightarrow q) + (q \rightarrow r)$, que afirma que ou p implica q ou q implica qualquer coisa é, talvez, a que parece mais absurda de todas. Como ela possui três variáveis, são necessárias 7 tabelas de avaliação de 7 por 7 para analisar todas as opções. Mas como só precisamos mostrar que esta fórmula não é válida, basta encontrar um contraexemplo e eles são facilmente encontráveis neste caso. Se $|p| = \vec{\alpha}$, $|q| = \vec{\phi}_>$ e $|r| = \vec{\psi}$, por exemplo, a avaliação $|(p \rightarrow q) + (q \rightarrow r)| = \vec{\psi}$, que é um valor não designado.

A fórmula [p.i. 2]: $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ também parece absurda, uma vez que pode ser lida como p implica que qualquer coisa implica em p . O Quadro 44 mostra uma grande quantidade de contraexemplos que invalidam esta fórmula.

$\vec{\lambda} \mapsto (\vec{\gamma} \mapsto \vec{\lambda})$		$\vec{\gamma}$						
		$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_<$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\lambda}$	$\vec{\psi} = \langle 0,1 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_< \subset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\delta}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\delta}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$
	$\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$
	$\vec{\phi}_> \supset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\psi}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1,0 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$

Quadro 44 - Avaliação do ‘paradoxo’ da implicação [p.i. 2]: $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

Se nos atermos aos valores aptos a serem verdadeiros, ou seja, se usarmos a subálgebra $(\mathbb{B}_\Omega, \wedge, \vee, \vec{\psi}, \vec{\alpha}, ')$ onde $\mathbb{B}_\Omega = \{\vec{\psi}, \vec{\alpha}\} \subset \mathbb{S}_\Omega$, os ‘paradoxos’ se tornam válidos, inclusive *ex contradictione quodlibet*. Como mostra o Quadro 45, a fórmula [p.i. 1]: $(p \circ \sim p) \rightarrow q$ é válida quando $|p| \in \{\vec{\psi}, \vec{\alpha}\}$ e $|q| \in \{\vec{\psi}, \vec{\alpha}\}$, o que é esperado, dado o Teorema 4. Este resultado é indesejável em si, mas ainda não pode ser eliminado da teoria. De qualquer modo, mostrar como mesmo as propriedades indesejáveis da lógica clássica podem ser recuperadas em Ω é um resultado desejável.

$(\vec{\lambda}' \wedge \vec{\lambda}) \mapsto \vec{\gamma}$		$\vec{\gamma}$						
		$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{<}$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\lambda}$	$\vec{\psi} = \langle 0, 1 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{<} \subset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0, 0 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\delta} = \langle 1, 1 \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\psi}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_{>} \supset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\phi}_{>}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1, 0 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$

Quadro 45 - Avaliação de *ex contradictione quodlibet* [p.i. 1]: $(p \circ \sim p) \rightarrow q$

Teorema 6 – As sentenças da família de *Liar* não são verdadeiras em Ω e não são falsas em Ω .

Prova: Definimos $SLiar := \sim Tr('SLiar')$. O método de definir o valor verdade da sentença testando sucessivamente o valor 1 (ou T ou ‘o verdadeiro’) e o o valor 0 (ou $\perp$ ou ‘o falso’) gera os problemas bem conhecidos e não está disponível em Ω . Tentar adaptar o mesmo método e buscar uma avaliação em que $|p| = |\sim Tr('p')|$ também não gera resultados, como pode ser constatado no Quadro 46.

$ p $	$ \sim Tr('p') $
$\vec{\psi}$	$\vec{\alpha}$
$\overrightarrow{\phi_{<}}$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\kappa}$	$\vec{\alpha}$
$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\delta}$	$\vec{\alpha}$
$\overrightarrow{\phi_{>}}$	$\vec{\alpha}$
$\vec{\alpha}$	$\vec{\psi}$

Quadro 46 – Comparação $|p| = |\sim Tr('p')|$

Acredito que exista um erro fundamental neste método, que fica evidente quando colocado em termos de status de condições de satisfação em vez de valor verdade. A declaração $SLiar := \sim Tr('SLiar')$ define que o significado da sentença *SLiar* é a proposição ⟨a sentença *Liar* não é verdadeira⟩. O significado de uma sentença participa na definição de sua condição de satisfação, mas não é o mesmo que ela. O significado é definido na Ontologia de Significado e a condição na Ontologia de Validação e estas ontologias podem ser até mesmo disjuntas. No caso de *SLiar* temos que:

$$\$(('SLiar')) = \sim (Trueapt('SLiar') \circ \$^1('SLiar'))$$

Se uma sentença é *true-apt* ou não depende do seu status de condição de satisfação. O problema é que, neste caso, o status da condição de satisfação se resolve segundo um status de condição de satisfação. Isto não precisa representar um problema. Por exemplo, tomemos a sentença $\sim Tr('Even(10)')$. Temos então:

$$\$((' \sim Tr('Even(10)')')) = \sim (Trueapt('Even(10)') \circ \$^1('Even(10)'))$$

O status da condição de satisfação de $\sim Tr('Even(10)')$ é função do status da condição de satisfação de $Even(10)$, mas podemos assumir que este último não só é definido, mas é definido de forma independente do status da sentença original. Desta forma, o status de $\sim Tr('Even(10)')$ não é arbitrável. A impossibilidade de definição do status dentro do contexto dado é a condição necessária e suficiente para que ele seja arbitrável. Na sentença $Even(x)$ o status é indefinido ou não conforme um valor tenha sido atribuído ou não para a variável x . Este caso deve deixar claro que a questão da definição ou indefinição não é epistêmica. Se x tem valor é atribuído, o status é definido mesmo que este valor seja desconhecido. Veremos, no paradoxo de Yablo, que existem outras formas, que não a existência de uma variável não atribuída ou a auto referência, para que o status da condição não seja definido. Mas deve ficar claro que o status só se torna indefinido devido a uma auto referência que ocorre na própria condição de satisfação e não do significado e, muito menos, no valor verdade. No caso de $SLiar$, a auto referência do status da condição de satisfação define que o status é arbitrado e, as duas funções juízes definem que $|SLiar| = \langle 1,1 \rangle = \vec{\delta}$.

De posse desta avaliação podemos definir, por exemplo, se $SLiar$ é verdadeira. Pela definição de verdade, $Tr('SLiar') \leftrightarrow Trueapt('SLiar') \circ SLiar$. Como $SLiar$ tem como avaliação $\vec{\delta}$, ela não é apta a ser verdadeira, e, portanto, não é verdadeira. É importante notar que o fato dela não ser verdadeira não tem relação alguma com o fato dela se dizer não verdadeira. *Veridic* se diz verdadeira é não é, pois também não é apta a ser verdadeira. Note que a sentença $\sim Tr('SLiar')$ em si, sem ser tomada como um significado tem avaliação $\vec{\alpha}$. Em temos mais comuns, podemos simplesmente dizer que $\sim Tr('SLiar')$ é uma sentença bem-comportada e verdadeira.

Pela definição de falsidade, $Fs('Liar') \leftrightarrow Trueapt('Liar') \circ \sim Liar$. Como $SLiar$ tem como avaliação $\vec{\delta}$, ela não é apta a ser verdadeira, e, portanto, não é falsa. Neste caso é ainda mais fácil perceber que o fato dela não ser falsa não tem relação direta com o fato dela se dizer não verdadeira. Em Ω não podemos concluir que uma sentença é falsa do fato que ela não é verdadeira. Esta inferência só é válida para as sentenças aptas a serem verdadeiras, como $Fs('SLiar')$, que tem avaliação:

$$|Trueapt('SLiar') \circ \sim SLiar| = (\vec{\psi} \wedge |\sim SLiar|) = (\vec{\psi} \wedge |SLiar|') = (\vec{\psi} \wedge \vec{\delta}') = (\vec{\psi} \wedge \vec{\kappa}) = \vec{\psi}$$

A sentença $Fs('SLiar')$ em si, sem ser tomada como um significado, tem avaliação $\vec{\psi}$ e é apta a ser verdadeira. Mas como $|\sim Fs('SLiar')| = \vec{\psi}' = \vec{\alpha}$ temos que a avaliação de $\sim Fs('SLiar')$ é $\vec{\alpha}$. Em termos mais comuns, podemos simplesmente dizer que $\sim Fs('SLiar')$ é uma sentença bem-comportada e verdadeira. E assim, podemos dizer, em Ω que o paradoxo do mentiroso não é verdadeiro.

A sentença $\sim Tr('SLiar') \circ \sim Fs('SLiar')$ tem como avaliação $|\vec{\alpha} \wedge \vec{\alpha}| = \vec{\alpha}$, ou seja, a sentença $SLiar$ não é verdadeira em Ω e não é falsa em Ω . E assim, podemos dizer, em Ω que o paradoxo do mentiroso não é verdadeiro e não é falso. Este fato é relevante pois soluções importantes, como a de Tarski e Kripke, não tem esta característica. Em Kripke, por exemplo, as sentenças paradoxais também não são nem verdadeiras e nem falsas, mas este fato não pode ser expresso na linguagem objeto.

Exatamente da mesma forma que $SLiar$, na versão $FLiar := Fs('FLiar')$ do paradoxo, este raciocínio implicaria em que $|FLiar| = \vec{\delta}$ porque a condição de satisfação de $FLiar$ faz referência a seu próprio status de uma forma que o torna indefinido.

Talvez seja anticlimático notar que exatamente o mesmo raciocínio se aplica à temida sentença vingança. A sentença $RLiar := ((\sim Tr('RLiar')) \vee \sim Trueapt('RLiar'))$ tal como $SLiar$ tem seu status indefinido. Nenhuma adaptação, premissa *ad-hoc* ou mesmo argumentos adicionais são necessários.

$$\$('RLiar') = \sim (Trueapt('RLiar') \circ \$^1('RLiar')) \vee \sim Trueapt('RLiar')$$

Para que $Trueapt('RLiar')$ seja definido é necessário que o status de $\$('RLiar')$ seja definido. Mas para que este status seja definido é necessário que o próprio status seja definido. Sem isto, $\$^1('RLiar')$ também não é definido. Quando o status não for definido, ele é arbitrável e as duas funções juizes definem que $|RLiar| = \langle 1, 1 \rangle = \vec{\delta}$. A sentença vingança não é nem verdadeira e nem falsa porque ela não é apta a ser verdadeira. É irrelevante que ela se diga não apta a ser verdadeira. Em Ω a sentença não é verdadeira ou falsa devido a função dos valores verdade das sentenças componentes, pois não utiliza valores verdade.

As sentenças *Mix* e *MixVague*, abaixo, podem até provocar mais dúvidas que *RLiar*.

$$Mix := (\sim Tr(\ulcorner Mix \urcorner) \circ Even(4))$$

$$MixVague := (\sim Tr(\ulcorner MixVague \urcorner) + Alto(john))$$

Suas condições de avaliação são:

$$\$(\ulcorner Mix \urcorner) = \sim(Trapt(\ulcorner Mix \urcorner) \circ \$^1(\ulcorner Mix \urcorner)) \circ Even(4)$$

$$\$(\ulcorner MixVague \urcorner) = \sim(Trapt(\ulcorner MixVague \urcorner) \circ \$^1(\ulcorner MixVague \urcorner)) + Alto(john)$$

No caso de *Mix*, a conjunção com uma sentença verdadeira faz com que seu status dependa de $Trapt(\ulcorner Mix \urcorner)$ e $\$(\ulcorner Mix \urcorner)$, que dependem do próprio status de *Mix*. A conjunção não afeta a indefinição criada pela auto referência. Sendo o status indefinido, sabemos temos que $|Mix| = \langle 1,1 \rangle = \vec{\delta}$.

O caso de *MixVague* é mais interessante. Ao contrário da conjunção acima, a disjunção afeta a indefinição criada pela auto referência. Digamos que $Alto(john)$ tem como avaliação $\langle 0.7,0.3 \rangle$. Se estivéssemos simplesmente analisando uma sentença que fosse a conjunção de $Alto(john)$ com uma sentença de avaliação desconhecida, saberíamos que a avaliação da conjunção seria, no mínimo, $\langle 0.7,0.3 \rangle$. No caso da avaliação do status da condição de satisfação, a cada passo da auto referência teríamos a participação da conjunção, de modo que nunca teríamos uma condição completamente indefinida.

$$|MixVague|$$

$$|MixVague| \vee \langle 0.7,0.3 \rangle$$

$$|MixVague| \vee \langle 0.7,0.3 \rangle \vee \langle 0.7,0.3 \rangle$$

$$|MixVague| \vee \langle 0.7,0.3 \rangle \vee \langle 0.7,0.3 \rangle \vee \langle 0.7,0.3 \rangle$$

Creio que, sem uma metafísica que justifique e explique o funcionamento das funções juízes é a avaliação de *MixVague*, e não a de *RLiar*, que me parece mais exposta a críticas. No entanto, creio que é claro que a série infinita de avaliações converge para $|MixVague| = \langle 0.7,0.3 \rangle$.

Note que

$$|\sim Tr('Mix') \circ Even(4)| = (\vec{\alpha} \wedge \vec{\alpha}) = \vec{\alpha}$$

$$|\sim Tr('MixVague') + Alto(john)| = (\vec{\alpha} \vee \langle 0.7, 0.3 \rangle) = \vec{\alpha}$$

Ou seja, tomadas como significados de *Mix* e *MixVague* estas sentenças geram auto referência nas condições de satisfação e isto faz com que o status de *Mix* e *MixVague* sejam difíceis de avaliar, sendo paradoxal no primeiro caso e vaga no segundo. Mas, tomadas em si mesmas, as sentenças significado de *Mix* e *MixVague* são verdadeiras.

Podemos agora atacar o paradoxo epistêmico de Kripke. Originalmente eu coloquei uma versão do paradoxo com as duas sentenças abaixo, em que Harry disse a sentença **Harry** e Sally disse a sentença **Sally**. Além disso assumi que, até o momento destas duas sentenças Sally havia sido infalível sobre $\S$ e Harry havia dito exatamente a mesma quantidade de coisas verdadeiras ou falsas sobre $\S$.

Harry: *Tudo que Sally diz envolvendo $\S$ é verdade*

Sally: *A maior parte do que Harry diz envolvendo $\S$ é falso*

Vou agora colocar estas sentenças de forma próxima a gramática de $\mathcal{L}_\Omega$, mas permitindo o uso do predicado $>$, que compara números, e da divisão matemática.

$$\mathbf{Harry} := \forall_x (Sally\_S(x) \rightarrow Tr('x'))$$

$$\mathbf{Sally} := \phi sum('Harry\_S(x) \circ Fs('x')) > (\phi sum('Harry\_S(x'))/2)$$

A função ϕsum recebe como parâmetro uma expressão p com uma variável aberta x e retorna o número de ocorrências em que $|p|_o^x = \vec{\alpha}$.

Os predicados *Sally_§* e *Harry_§* significam o mesmo que '*Sally disse envolvendo §*' e '*Harry disse envolvendo §*' respectivamente. Em um certo ponto no tempo *Sally_§('Sally')* e *Harry_§('Harry')* se tornam verdadeiras. Imediatamente antes deste tempo assumimos que **Harry** é verdadeira, pois Sally foi infalível, e **Sally** é falsa, uma vez que Harry disse exatamente o mesmo número de sentenças verdadeiras e falsas envolvendo $\S$. Vou assumir, adicionalmente, que todas as sentenças ditas pelos dois até este momento são aptas a serem verdadeiras. Nenhum dos dois jamais disse, por exemplo, uma sentença vaga envolvendo $\S$. Estas

premissas garantem que não há problema algum até o momento em que $Sally\_S('Sally')$ e $Harry\_S('Harry')$ se tornam verdadeiras.

Na verdade, o momento em que $Harry\_S('Harry')$ se torna verdadeira não introduz problema algum. Como todas as sentenças ditas até o por Sally tem condições de satisfação independentes de **Harry**, até o momento esta sentença é definida. O fato de Harry pronunciá-la não muda nada, e ela continua sendo verdadeira.

O problema começa somente depois que $Sally\_S('Sally')$ se torna verdadeira. Neste momento, ela faz com que **Harry** e **Sally** passem a ter seu status de condição de satisfação dependendo um do outro. Isto significa que, indiretamente, cada uma delas depende que seu próprio status seja definido para que ele se torne definido e já vimos que isto faz com que elas tenham avaliação $\vec{\delta}$.

Note que apenas as instâncias de **Harry** e **Sally** que efetivamente foram ditas por Harry e por Sally recebem a avaliação $\vec{\delta}$. Se John pronunciar as seguintes sentenças, após $Sally\_S('Sally')$ e $Harry\_S('Harry')$ se tornarem verdadeiras, as duas recebem avaliação $\vec{\psi}$, sendo, portanto falsas:

$$\forall_x (Sally\_S('x') \rightarrow Tr('x'))$$

$$\phi sum('Harry\_S('x') \circ Fs('x')) > (\phi sum('Harry\_S('x'))/2)$$

Resta agora o paradoxo de Yablo. Como vimos, Stephen Yablo pede que imaginemos uma sequência infinita de sentenças $S_1, S_2, S_3 \dots$, em que cada sentença afirme que todas as sentenças que a seguem na série é falsa (YABLO, 1993),.

$$(S_1) \text{ para todo } k > 1, S_k \text{ é falsa}$$

$$(S_2) \text{ para todo } k > 2, S_k \text{ é falsa}$$

$$(S_3) \text{ para todo } k > 3, S_k \text{ é falsa}$$

$$\dots$$

Não é necessário converter o paradoxo para a linguagem $\mathcal{L}_\Omega$. O status da condição de satisfação de cada uma das sentenças depende do status de um número infinito de sentenças, sendo que cada uma delas depende do status de um número infinito de sentenças e assim por diante, sem que, em nenhum momento o status de qualquer

uma delas seja definido. Embora a auto referência das condições de satisfação seja o meio mais fácil de gerar a indefinição do status, Yablo obtém o mesmo efeito através de um número infinito de condições de satisfação. Cada uma das sentenças membros tem avaliação $\vec{\delta}$ e não são nem verdadeiras e nem falsas.

Em todos os casos analisados da família do paradoxo do mentiroso, exceto *MixVague*, que não é paradoxal, a solução é que as sentenças não são verdadeiras em Ω e não são falsas em Ω , como definido no teorema. O motivo é sempre o mesmo, ou seja, o status das condições de satisfação é intrinsecamente indefinido. A causa desta indefinição pode ser a auto referência direta ou indireta ou o uso de um número infinito de condições de satisfação, mas o efeito é sempre o mesmo, assim como a solução. Em cada caso, embora as sentenças em si não sejam nem verdadeiras e nem falsas, podemos criar sentenças que tem suas condições de satisfação dependentes apenas do fato de que as sentenças paradoxais são avaliadas como $\vec{\delta}$. Assim, para qualquer sentença paradoxal *Paradox*, sempre é possível afirmar, usando a própria linguagem objeto $\mathcal{L}_\Omega$, a sentença $\sim Tr('Paradox') \circ \sim Fs('Paradox')$ que sempre terá como avaliação $|\vec{\alpha} \wedge \vec{\alpha}| = \vec{\alpha}$. Ou seja, sempre podemos expressar, em $\mathcal{L}_\Omega$, que as sentenças paradoxais não são verdadeiras nem falsas. Este fato me parece raro em teorias sobre paradoxos e é fundamental para uma teoria que pretenda ser estendida para a linguagem natural. Creio também que é de particular importância que a solução dada seja homogênea mesmo para as versões mais exóticas do paradoxo, ou seja, Vingança, Yablo e o paradoxo epistêmico de Kripke. Desconheço qualquer solução que se aproxime de ter esta característica.

Definição 1 – Princípios de Norma de Correção em Ω .

Anteriormente eu defini a Norma de Correção de uma crença e a Norma de Correção de uma asserção da seguinte forma:

$$Right(\mathfrak{B}p) \leftrightarrow trueapt(\langle p \rangle) \circ \$^1(\langle p \rangle)$$

$$Rightly\_Assertible(\ulcorner p \urcorner) \leftrightarrow trueapt(\ulcorner p \urcorner) \circ \$^1(\ulcorner p \urcorner)$$

Não há nada errado com estas equivalências. No entanto, elas se fundamentam na intuição de Lynch de que só é correto acreditar na verdade. Em uma lógica booleana que só lida com verdades e falsidades, não há dúvida de que a intuição está correta. No entanto, Ω lida com todo tipo de sentenças e ainda pode ser modificado para lidar com crenças. Digamos que $P(x)$ seja um predicado vago, será errado acreditar em $P(a)$ quando a tem um grau de pertencimento de 0,99 ao conjunto P ? Se um homem está muito próximo de figurar entre os casos claros de calvície, será errado acreditar ou dizer que ele é calvo? Certamente não é correto acreditar que um homem é claramente calvo se ele ainda não está neste estado, mas, se retirarmos o qualificador ‘claramente’ a crença resultante não me parece necessariamente errada. O que Lynch não percebeu é que certo e errado são termos vagos. Algo pode não ser claramente correto sem ser claramente errado. A Norma de Correção deve então, usar uma precisificação destes termos. A precisificação de Lynch não tolera crenças que não sejam totalmente verdadeiras. Outros critérios são possíveis. Digamos que uma comunidade seja tolerante com crenças e asserções cuja avaliação seja maior ou igual a um vetor $\vec{\tau}$. Assim, a Norma de Correção de uma crença e a Norma de Correção de uma asserção tomam as seguintes formas:

$$Right\_to\_Believe_{\vec{\tau}}(\ulcorner p \urcorner) \leftrightarrow \vec{\tau} \sqsubseteq |p|$$

$$Rightly\_Assertible_{\vec{\tau}}(\ulcorner p \urcorner) \leftrightarrow \vec{\tau} \sqsubseteq |\ulcorner p \urcorner|$$

Evidentemente que duas comunidades que tenham diferentes precisificações podem divergir na avaliação de correção de uma crença $\mathfrak{B}p$ e de uma asserção $\ulcorner p \urcorner$. Este tipo de divergência não implica que um dos critérios é inválido. No entanto, nenhuma comunidade pode fazer uma precisificação que torne errado crer em uma verdade ou correto crer em uma falsidade. Nossa norma de crença original define um limite para o que se pode considerar errado.

Além disso, Ω tem características normativas independentes de escolhas de uma comunidade. Esta normatividade está na definição dos valores designados e não designados. Para ser compatível com Ω , a comunidade não pode permitir crenças e asserções cuja avaliação são valores não designados. O sistema Ω só garante a validade da conclusão se as hipóteses têm valores designados. Assim, se a comunidade deseja argumentar de forma racional, as seguintes normas, que fixam limites mínimos para o que pode ser objeto de crença ou asserção, devem ser obedecidas:

$$Allowed\_to\_Believe_{\Omega}('p') \leftrightarrow \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \sqsubseteq |p|$$

$$Allowed\_to\_Assert_{\Omega}('p') \leftrightarrow \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle \sqsubseteq |p|$$

Em consequência, se a comunidade deseja argumentar de forma racional em Ω , o vetor $\vec{\tau}$ que representa a tolerância em relação a crenças e asserções não pode ter uma avaliação menor que $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$.

As consequências filosóficas são importantes. Embora este trabalho não seja o espaço adequado para discuti-las, deixo registrado que Ω é compatível com uma tolerância ampla em que duas comunidades devem reconhecer que suas escolhas para um nível mínimo de correção $\vec{\tau}$ são arbitrárias, se este vetor $\vec{\tau}$ representa uma avaliação maior que $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$. Mas qualquer comunidade aderente a racionalidade de Ω pode e deve ser intolerante com escolhas que usem como nível mínimo de correção uma avaliação menor que $\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$.

Teorema 7 – *Reductio ad absurdum* em Ω .

Segundo Nicholas Rescher (2011), quase universalmente o princípio de *Reductio ad absurdum* não é apresentado como um teorema da lógica proposicional, mas é visto apenas como um modo de argumentação. De fato, parece que, quando *ex contradictione quodlibet* é válido, argumentar que uma tese é válida porque sua negação leva a uma contradição é um argumento fraco. Se a negação da tese leva a uma contradição, podemos, de fato, concluir a tese original, mas só porque, devido à explosão, podemos concluir qualquer coisa.

Em Ω , a fórmula $(\$^1(\ulcorner p \urcorner) \circ \sim Tr(\ulcorner p \urcorner)) \rightarrow \$^\delta(\ulcorner p \urcorner)$ sempre tem avaliação $\vec{\alpha}$, segundo as tabelas de avaliação. Eu chamo esta tautologia de *ex contradictione sequitur absurdum*, ou seja, de uma contradição o absurdo se segue. Embora as sentenças paradoxais sejam tratáveis em Ω , e até validamente assertíveis, elas continuam sendo absurdas. De fato, parece que a grande utilidade de asserir um paradoxo seria justamente mostrar que sua absurdidade justifica a negação da verdade de uma hipótese. Como a fórmula $((p \rightarrow q) \circ \$^\delta(\ulcorner q \urcorner)) \rightarrow \sim Tr(p)$ materializa esta ideia e pode ser demonstrada uma tautologia com o auxílio do Quadro 47, ela pode, justificadamente, ser chamada de *Reductio ad absurdum*.

$\left \begin{array}{l} ((p \rightarrow q) \circ \$^\delta(\ulcorner q \urcorner)) \\ \rightarrow \sim Tr(p) \end{array} \right $		$ p $						
		$\vec{\psi}$	$\vec{\phi}_<$	$\vec{\kappa}$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\delta}$	$\vec{\phi}_>$	$\vec{\alpha}$
$ q $	$\vec{\psi} = \langle 0,1 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_< \sqsubset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\kappa} = \langle 0,0 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\delta} = \langle 1,1 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\phi}_> \supset \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$
	$\vec{\alpha} = \langle 1,0 \rangle$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$	$\vec{\alpha}$

Quadro 47 - *Reductio ad absurdum*

Definição 2 – Vagueza em Ω .

Um predicado $V(x)$ é vago se, e somente se, existe um a tal que:

$$|V(a)| \in \{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x \text{ e } 0 < x < 1\}$$

Por outro lado, uma sentença $V(a)$ é vaga se, e somente se, $|V(a)|$ está na faixa especificada pela definição de predicado vago.

Nicholas Smith em um artigo (SMITH, 2005) e depois em um livro (SMITH, 2009) cita três caracterizações que podem ser usadas para identificar predicados vagos

- Casos Indefinidos – dizer que um predicado vago $V(x)$ possui casos indefinidos significa que existem a tal que não se pode afirmar completamente nem $V(a)$ e nem $\sim V(a)$.
- Fronteira Borrada – dizer que um predicado vago $V(x)$ possui uma fronteira borrada significa que não existe uma fronteira bem definida entre os casos em que o predicado se aplica e os casos em que ele não se aplica.
- Sucessibilidade a Sorites – dizer que um predicado vago $V(x)$ é sucessível a Sorites significa que é possível montar um paradoxo do tipo de Sorites ou Phalakros usando este predicado.

Smith requer de uma definição adequada de Vagueza que ela seja uma afirmação não vaga do que é a ‘essência’ da vagueza, isto é, do que consiste em última análise, este fenômeno, de forma que seja explicado porque estes predicados têm casos indefinidos, fronteiras borradas e podem gerar paradoxos tipo Sorites.

A sucessibilidade a Sorites não é suficientemente fundamental e ele faz uma advertência em relação a casos indefinidos: existem predicados com casos indefinidos que não são vagos. Para mostrar este ponto ele define um predicado ‘é *short*’ da seguinte forma:

- Se x é menor que 1,40m de altura, então ‘ x é *short*’ é verdadeiro.
- Se x é maior que 1,82m de altura, então ‘ x é *short*’ é falso.

Note que se x possui 1,70m de altura, ele representa um caso indefinido para *short*. No entanto ‘é *short*’ não parece um predicado vago genuíno e pela nossa definição ele não é. Não existe um a tal que a avaliação da aplicação do predicado ‘é *short*’ a a esteja na faixa definida. O predicado ‘é baixo’ por outro lado, é um

predicado genuíno. A sentença ‘um homem de 1,35m de altura é baixo’ é verdade porque a avaliação desta sentença é (presumivelmente) $\vec{\alpha}$. A sentença ‘um homem de 1,90m de altura é baixo’ é falsa porque a avaliação desta sentença é $\vec{\psi}$. Mas uma sentença como ‘um homem de 1,73m de altura é baixo’ é vaga porque a avaliação desta sentença está na faixa indicada na definição.

Por outro lado, o que Smith chamou de fronteira borrada é formada justamente pelos casos em que a avaliação da aplicação do predicado está na faixa colocada na definição. Smith corretamente identifica que a ideia de fronteira borrada é suficientemente fundamental para captar o que é essencial na noção de Vagueza. No entanto, para ele, não existia uma maneira de tornar o próprio conceito de fronteira borrada preciso e claro o suficiente para que fosse realmente útil para uma definição de vagueza. Tenho como pressuposto que, com a presente concepção de verdade, este problema foi resolvido. Se o funcionamento das condições de satisfação é uma base adequada para fundamentar ‘verdade’, o mesmo tem que ser dito para ‘vagueza’. Justamente porque ele procura alternativas ao uso de fronteira borradas como fundamento, as ideias de Smith têm insights importantes e vale a pena examinar a definição de vagueza que ele propõe:

- Um predicado V é vago se, e somente se, para quaisquer objetos a e b , se a e b são muito semelhantes em aspectos relevantes para a aplicação de V , então as sentenças $V(a)$ e $V(b)$ são muito semelhantes em relação à verdade.²⁴

Os pontos problemáticos desta definição são os conceitos ‘aspecto relevantes para a aplicação’ e ‘semelhante’, tanto em relação a aplicação de V , quanto em relação à verdade. Creio que qualquer leitor com conhecimento e boa vontade compreende o que Smith quer dizer com estas expressões e concorda que a definição, no geral, capta a ideia de Vagueza. No entanto, é minha opinião que Smith não é feliz em formular estes conceitos de forma precisa e clara o suficiente para uma definição fundamental. Não é o caso dele ignorar estas questões, muito pelo contrário, mas creio que ele não tem sucesso. Admito livremente que sua teoria é defensável e que,

²⁴ Para evitar casos triviais, Smith oferece outra definição, mais técnica: ‘**Vagueness as Closeness** A predicate ‘ F ’ is vague iff there is some F -connected, F -diverse set S of objects such that ‘ F ’ satisfies Closeness over S .’ (SMITH, 2005, p. 168). Como minha análise não é baseada na existência de casos triviais, utilizo a versão original, muito mais clara.

se eu não estivesse propondo minha definição dentro do contexto da presente teoria da verdade, minhas críticas teriam muito menos peso. Smith faz uma distinção entre uma definição de vagueza e uma teoria substantiva de vagueza. Sua definição se propõe a explicitar os fatos fundamentais sobre vagueza de forma a ser útil ao projeto de produzir uma teoria substantiva de vagueza. Uma teoria de vagueza deveria, então, explicar esses fatos fundamentais (SMITH, 2005). Ele não vincula sua definição a uma teoria específica, embora claramente sua simpatia é por teorias baseadas em conjuntos *fuzzy*. Esta é uma diferença fundamental entre minha definição e a dele. Enquanto ele procura tornar sua definição útil para qualquer teoria de vagueza, eu coloco a minha dentro de uma teoria, não só de vagueza, mas de verdade. Minha definição não é compatível, por exemplo, com a ideia de que existem graus de verdade. Devo dizer que o trabalho de Smith foi realmente útil ao projeto de produzir minha teoria.

De modo a diminuir a lacuna entre os dois pontos de vistas, vou modificar sua definição, usando conceitos de Ω . Como podemos entender o conceito de ‘semelhante’, tanto em relação aos aspectos relevantes para a aplicação de V , quanto em relação à verdade? Smith toma a noção de proximidade ou similaridade de objetos em relação a uma propriedade como uma noção familiar. Concedo que é uma noção familiar, mas dificilmente é uma noção que dispensa explicações. É necessário separar três casos:

- Dois objetos a e b são semelhantes em relação ao fator não vago $f(x)$
- Dois objetos a e b são semelhantes em relação ao predicado vago $V(x)$
- Dois objetos a e b são semelhantes em relação aos aspectos relevantes para a aplicação do predicado vago $V(x)$

A primeira noção pode não ter solução geral, mas não é, usualmente, difícil encontrar uma solução para uma situação específica. Por exemplo, se o fator $f(x)$ é quantificado, podemos pedir que a comunidade de falantes especifique um critério para o que é semelhante e o que não é, em uma determinada situação, ou seja, para um determinado uso. Assim, um especialista em volleyball pode definir que se a altura de duas pessoas diferirem em menos de 2%, suas alturas são semelhantes em relação a facilidade de pular para bloquear a bola adversária. O mesmo pode ser feito para comprimentos de onda da luz visível, sem muita dificuldade.

Para a segunda noção, de julgar se dois objetos a e b são semelhantes em relação ao predicado vago $V(x)$, também não há solução geral, mas diferente do primeiro caso, a opção de usar critérios objetivos baseados em quantificações parece estar bloqueada. Podemos, no entanto, usar o critério empírico, isto é, podemos colocar para uma comunidade uma série de objetos e pedir que decidam quando são semelhantes, ou não, em uma determinada situação. No entanto, eles usualmente serão incapazes de explicar o porquê de suas decisões.

Assim, podemos definir, por um critério objetivo, que dois comprimentos de onda são semelhantes para um determinado uso (ex. a sensibilidade de um aparelho de medição). Podemos também definir que duas cores são semelhantes pelo critério empírico da opinião de uma comunidade de falantes em uma determinada situação. No entanto, Smith utiliza a terceira noção, ou seja, a de objetos semelhantes em relação aos aspectos relevantes para a aplicação de um predicado vago $V(x)$. Esta noção é próxima da primeira no fato que podemos definir semelhança de um fator objetivo em relação a um determinado uso. No entanto, este uso é justamente o julgamento em relação ao predicado vago $V(x)$. Assim precisamos usar uma combinação de avaliações objetivas com dados empíricos sobre a comunidade. Por exemplo, podemos medir comprimentos de onda e pedir que os membros de uma comunidade julguem se dois comprimentos de onda são semelhantes em sua capacidade de provocar sensações de cor que sejam julgadas como semelhantes. Assim obteríamos algo como:

$$\lambda(a) \sim_V \lambda(b) \text{ sse } colour(a) \sim_{\mathcal{C}} colour(b)$$

Mas fica evidente que a definição do que significa dois comprimentos de onda serem semelhantes ($\sim_V$) em relação ao predicado vago $colour(x)$, neste caso, é justamente o fato que eles geram julgamentos sobre o predicado vago que são considerados semelhantes por uma comunidade $\mathcal{C}$ ($\sim_{\mathcal{C}}$). Na verdade, me parece que esta é a única maneira de saber se um determinado fator é, de fato, V -relevante: variamos o fator e definimos empiricamente se isto gera uma variação consistente do julgamento de V . Me parece que isto expõe a definição de Smith à acusação de uma certa circularidade. A vagueza de V é definida pela existência de um fator f que seja V -relevante e um fator é V -relevante se ele tem um certo comportamento em relação a um predicado V assumido como vago.

Posso agora converter a definição de Smith para termos compatíveis com a minha teoria. Um primeiro rascunho seria:

- Um predicado V é vago se, e somente se, para quaisquer objetos a e b , se a e b são muito semelhantes em um aspecto relevante para a aplicação de V , então as avaliações $|V(a)|$ e $|V(b)|$ representam vetores próximos.

O critério do que são vetores próximos precisaria ser esclarecido. Um ponto de atenção é que a distância euclidiana entre, por exemplo, os vetores $\vec{\psi}$ e $\vec{\kappa}$ é menor que a de certas distâncias entre vetores $\vec{\phi}_<$ e vetores $\vec{\phi}_>$, que representam justamente os casos vagos. Porém podemos definir a distância euclidiana como critério básico desde que seja adicionada a condição de que as avaliações pertencem ao conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x \text{ e } 0 < x < 1\}$. Evidentemente esta ideia é puramente teórica uma vez que não podemos medir empiricamente $|V(x)|$. Tudo que podemos fazer é definir um predicado $Close_V^{\epsilon}(x, y)$ que retorne uma avaliação, baseada em medições empíricas na comunidade indiretas de quando as avaliações $|V(a)|$ e $|V(b)|$ de dois objetos a e b representam vetores próximos para uma comunidade ϵ . A explicação, na teoria, do porquê, em relação a V , a comunidade concorda com $Close_V^{\epsilon}(a, b)$ e não com $Close_V^{\epsilon}(a, c)$ é que $D_{Eucl}(|V(a)|, |V(b)|)$ é menor que $D_{Eucl}(|V(a)|, |V(c)|)$ de forma significativa o suficiente pelo critério da comunidade. Mas a determinação de $Close_V^{\epsilon}(x, y)$ é puramente empírica e não precisa da teoria da verdade. Note que $Close_V^{\epsilon}(x, y)$ materializa a segunda noção de semelhança, ou seja, dois objetos a e b são semelhantes em relação ao predicado vago $V(x)$.

Para materializar a terceira noção de semelhança, ou sejam a de que dois objetos a e b são semelhantes em relação aos aspectos relevantes para a aplicação do predicado vago $V(x)$, vou utilizar uma nova definição da teoria.

Definição 3 – Avaliação de aspecto relevante para a aplicação do predicado V em Ω .

Se V é um predicado vago, a função $\phi_{rel}(x)$ devolve uma avaliação objetiva de um aspecto relevante R para a aplicação do predicado V sse:

- Se O é o conjunto de objetos para os quais V é definida, $\phi_{rel}(x): O \times R$
- Um, e apenas um, dos dois casos abaixo ocorre. Para qualquer a e b :
 - a. Se $\phi_{rel}(a) > \phi_{rel}(b)$ então $D_{Eucl}(|V(a)|, \vec{\alpha}) \not\approx D_{Eucl}(|V(b)|, \vec{\alpha})$
 - b. Se $\phi_{rel}(a) > \phi_{rel}(b)$ então $D_{Eucl}(|V(a)|, \vec{\alpha}) \not\prec D_{Eucl}(|V(b)|, \vec{\alpha})$
- Um, e apenas um, dos dois casos abaixo ocorre. Para qualquer a e b pertencentes a fronteira borrada de V :
 - c. Se $\phi_{rel}(a) > \phi_{rel}(b)$ então $D_{Eucl}(|V(a)|, \vec{\alpha}) < D_{Eucl}(|V(b)|, \vec{\alpha})$
 - d. Se $\phi_{rel}(a) > \phi_{rel}(b)$ então $D_{Eucl}(|V(a)|, \vec{\alpha}) > D_{Eucl}(|V(b)|, \vec{\alpha})$

Sendo que se (a) ocorre, (c) é necessariamente o caso e se (b) ocorre, (d) é necessariamente o caso.

Por exemplo, para qualquer pessoa a , obviamente, o predicado *Alto* é definido quando a função $\phi_{altura}(x): Pessoa \times Alturas$ é definida. Em qualquer caso, se a altura de a é maior que a altura de b , nunca é o caso de a avaliação de *Alto*(b) ser mais próxima da verdade, definido pela distância euclidiana ao vetor $\vec{\alpha}$, do que a avaliação de *Alto*(a). Além disso, dentro da fronteira borrada, se a altura de a é maior que a altura de b , então a avaliação de *Alto*(a) é mais próxima da verdade que a avaliação de *Alto*(b). No caso do predicado *Baixo*, as relações são invertidas. Quanto maior é a altura de x , mais afastado da verdade será a avaliação de *Baixo*(x). Para os dois predicados, a altura é um aspecto relevante para a aplicação do predicado vago e $\phi_{altura}(a)$ é sua função de avaliação associada.

Posso agora voltar para a definição de Smith. A relação $Close_{R \times V}^{\epsilon}(r_x, r_y)$ materializa a terceira noção de semelhança, ou seja, a de que dois objetos a e b são semelhantes em relação aos aspectos relevantes para a aplicação do predicado vago $V(x)$, se, e somente se, (1) existe um fator relevante R (2) existe uma função $\phi_{rel}(x)$ de avaliação objetiva do aspecto relevante R e (3) $Close_{R \times V}^{\epsilon}$ registra as decisões de semelhança da comunidade ϵ em relação a semelhanças de percepções do predicado vago V para variações de $\phi_{rel}(x)$.

Assim posso oferecer uma versão final de minha releitura da definição de Smith:

- Um predicado V é vago se, e somente se, existe um fator relevante R , objetivamente avaliado pela função de avaliação $\phi_{rel}(x)$ tal que, para quaisquer objetos a e b , se $Close_{R \times V}^{\epsilon}(\phi_{rel}(a), \phi_{rel}(b))$ então $Close_V^{\epsilon}(a, b)$.

Para ser justo com Smith, esta definição assume muito mais do que ele parece ter intenção de assumir.

The similarity relationships corresponding to other words are often not as easy to visualize as the ones associated with colour terms (...), but they are always just as apparent to users of these terms. Consider, for example, the term 'heap'. A twenty-grain pile of sand is close to a twenty-one-grain pile of sand in respects relevant to whether something is a heap; a pile of ten olives is further away; but not as far away as an armchair, which itself is reasonably close (in heap-relevant respects) to a dishwasher—for in the respects relevant to whether something is a heap (for example: size; the extent to which the thing is composed of separate smaller things held together only by gravity; shape) the armchair and the dishwasher are not very different. These things are apparent to any competent user of the term 'heap', even though there is no familiar object (such as a colour wheel or a line) onto which we can map things in order to represent the relationships of similarity in heap-relevant respects amongst them as relationships of spatial closeness.

(SMITH, 2005, p. 162-163)

Smith assume apenas que existe um fator relevante, ou um grupo de fatores relevantes R , em que é possível julgar, para dois objetos a e b , se é o caso de $Close_{R \times V}^{\epsilon}(a, b)$ diretamente, sem que nenhuma função de avaliação objetiva exista. Para seus melhores exemplos esta função existe. É o caso da altura para o predicado vago $Baixo(x)$ e o círculo cromático para o predicado $Vermelho(x)$. Minha crítica a definição de Smith é que, se não existir uma função de avaliação $\phi_{rel}(x)$ eu não vejo como Smith pode diferenciar entre ser semelhante em relação aos aspectos relevantes $Close_{R \times V}^{\epsilon}(a, b)$ e ser semelhante em relação a verdade $Close_V^{\epsilon}(a, b)$. O que usamos para julgar que uma cadeira é mais semelhante que uma máquina de lavar com relação a ser uma poltrona é o próprio conceito de poltrona e isto é exatamente a mesma coisa que usamos quando tentamos decidir se uma cadeira é uma poltrona. Smith apela para nossa capacidade intuitiva de usar os predicados vagos para definir

se dois objetos são semelhantes nos aspectos relevantes do predicado. Todo objeto tem características objetivas. Para o conceito de monte, ele cita aspectos como tamanho; extensão em que o objeto é composto de objetos menores unidos somente pela gravidade e forma. Nenhuma destas coisas é significativa separadamente. Por exemplo, algo pode ter o tamanho de um monte de feno, mas sendo cúbico e inteiriço, não o acharíamos semelhante a um monte. Um aspecto é relevante se ele é levado em conta quando decidimos se o predicado vago se aplica ou não e é relevante apenas na medida em que, em conjunto com outros atributos, ele se aproxima de nosso conceito de monte. Sem uma função de avaliação $\phi_{rel}(x)$ o fator relevante em ser semelhante a uma poltrona é parecer com uma poltrona.

Tenho certeza de que Smith consegue uma resposta para esta crítica, sendo a mais provável a de que eu simplesmente não o tenha entendido corretamente. Isto não importa, pois meu objetivo não é polemizar a teoria dele. O valor desta discussão é que ela nos leva diretamente a questão de suscetibilidade a Sorites. Em todos os exemplos de Sorites existem funções de avaliação $\phi_{rel}(x)$ que atuam como se fossem potenciômetros. Começamos com uma graduação no potenciômetro em que, claramente, o predicado vago não se aplica. Então aumentamos o seu nível até que o predicado vago entre nos casos indefinidos. Finalmente chegamos a um nível em que o predicado vago claramente se aplica. Não importando se definição de Smith ser ou não dependente deste tipo de função, para a montagem do paradoxo parece ser necessária a utilização de uma função $\phi_{rel}(x)$ que devolve o valor de um aspecto relevante para a aplicação do predicado vago V . No caso do Phalakros, a função relevante retorna a quantidade de fios de cabelo e, no caso de Sorites, retorna a quantidade de grãos. Devido a esta condição, em minha visão, Smith está errado em definir que a sucessibilidade a Sorites é uma característica essencial dos predicados vagos, simplesmente porque não há garantias de que sempre exista um uma função relevante para a aplicação do predicado vago que possa ter seu valor usado como um potenciômetro.

Um exemplo em que me parece não haver uma função relevante para a aplicação do predicado vago é o caso do predicado *Belo*. Por simplicidade, vamos definir este predicado como sendo utilizado por uma única pessoa, a que chamaremos de Harry para avaliar a beleza de mulheres que conhece. Poderíamos usar Harry para avaliar

a beleza masculina, mas é provável que, para ele, esta beleza obedeça à critérios diferentes que a feminina. Isto introduziria complicações desnecessárias se pedíssemos que ele avaliasse um grupo misto.

Podemos então apresentar a Harry várias pessoas para que ele categorize como belas ou não. Existirão casos, como o de Sally, em que Harry classificará como claramente belos e casos, como o de Laurie, em que ele classificará como feios. No entanto, também existirão casos em que ele fará *hedge*. Ele pode dizer, por exemplo, que Sarah é ‘bonitinha’ e que Barbara tem ‘uma certa beleza’. Ele pode até mesmo dizer que, embora nenhuma das duas seja exatamente bela, Sarah é mais bonita que Barbara. No entanto, Harry será incapaz de definir um fator relevante associado a uma função com a seguinte propriedade:

$$\begin{gathered} \phi_{rel}(laurie) < \phi_{rel}(barbara) < \phi_{rel}(sarah) < \phi_{rel}(sally) \\ sse \\ |V(laurie)| \sqsubset |V(barbara)| \sqsubset |V(sarah)| \sqsubset |V(sally)| \end{gathered}$$

Se me for concedido que *Belo*, como usado por uma pessoa em particular, é um predicado vago, e que não existe uma função clássica ϕ_{rel} que sirva de ‘potenciometro’ para beleza, então existe pelo menos um predicado vago que não é sucessível a Sorites.

Por outro lado, quando existe esta função é possível montar o paradoxo de uma forma padronizada que, usando a nossa concepção de verdade, torne a falácia de Sorites evidente. Esta é a função do Teorema 8.

Teorema 8 – Sorites não é uma antinomia em Ω .

Existem certas evidências de que, além da falta de clareza devida a inexistência de uma fronteira bem definida entre os casos em que o predicado se aplica e os casos em que ele não se aplica, pode existir também, em pelo menos em alguns predicados, a vagueza da ordem superior. Ou seja, há uma falta de clareza quanto ao início da fronteira borrada. Embora seja possível estudar a possibilidade e as maneiras de tratar a vagueza de nível superior dentro da concepção de verdade por satisfação, isto exigiria modelos e premissas específicas. Como o objetivo aqui é somente demonstrar que a concepção gera resultados desejáveis, e não que ela é uma panaceia para resolver todos os problemas, apresentarei uma solução para Sorites que é válida para predicados de vagueza de primeira ordem, deixando um tratamento mais cuidadoso e abrangente para um trabalho futuro.

Na definição 3 coloquei que a montagem de um Sorites para um predicado vago V exige uma função clássica ϕ_{rel} que retorne uma avaliação de um fator relevante para a aplicação do predicado V . Além disso, na forma mais comum de Sorites, a função ϕ_{rel} deve ser quantificada de maneira discreta, de modo que seja possível aplicar uma função sucessor ϕ_{suc} sobre ela, e, com o auxílio destas funções, possamos definir uma ordenação na qual para todo objeto x_n na série do paradoxo, exista pelo menos um x_{n+1} em que $\phi_{rel}(x_n) < \phi_{suc}(\phi_{rel}(x_n))$ e $\phi_{suc}(\phi_{rel}(x_n)) = \phi_{rel}(x_{n+1})$. A função ϕ_{suc} representaria a menor variação possível no aspecto relevante de V . Na verdade, em alguns casos, é mais adequando definir uma função predecessora, que tenha a mesma utilidade. No caso do *phalakros*, por exemplo, se x_n representasse um homem que tivesse uma quantidade k de fios de cabelo, $\phi_{rel}(x_n) = k$ e a função predecessora ϕ_{pred} definiria a perda de um fio de cabelo. Como um homem possui muitos fios de cabelo, existiriam vários estados y , correspondendo a perda de qualquer fio de cabelo, tal que $\phi_{pred}(\phi_{rel}(x_n)) = \phi_{rel}(y)$. Uma das coisas que precisamos expressar para criar o *phalakros*, é que se um homem está em um estado em que é claramente falso dizer que ele é calvo, qualquer estado resultante da menor variação possível no aspecto relevante de *Calvo*, ou seja, a perda de um fio de cabelo, não fará com que seja verdadeiro que, neste estado, ele é calvo. Assim a primeira premissa que precisamos é a premissa geral:

$$[\mathcal{G}] \forall x \left(Fs('V(x)') \rightarrow \forall y \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(x))) \rightarrow \sim Tr('V(y)') \right) \right)$$

Ou seja, se $V(x)$ é falso, a menor variação possível no aspecto relevante em x não é suficiente para que o resultado y desta variação torne $V(y)$ verdadeiro. Precisamos de, pelo menos duas premissas adicionais. A primeira é que existe um objeto a_1 para o qual o predicado V é falso. No caso do *phalakros*, esta premissa pode ser que é falso que um homem bem hirsuto, que tenha 100.000 fios de cabelo, seja calvo.

$$[p_1] Fs('V(a_1)').$$

Para que seja possível tentar criar uma contradição, precisamos de uma premissa final de que existe um objeto b tal que $\phi rel(b) < \phi rel(a_1)$ e para o qual o predicado V é verdadeiro.

$$[p_f] Tr('V(b)') \text{ onde } \phi rel(b) < \phi rel(a_1)$$

A ideia é chegar ao aparente paradoxo aplicando $[\mathcal{G}]$ a $[p_1]$ e iterando até chegar a um estado em que as sucessivas aplicações da função predecessora sobre $\phi rel(a_1)$ gere um resultado igual a $\phi rel(b)$. Evidentemente, o primeiro passo precisará de um estado a_2 que é o resultado da menor variação possível no aspecto relevante de V sobre a_1 e a premissa adicional $[p_2] \phi rel(a_2) = \phi pred(\phi rel(a_1))$.

Assim deduzimos:

1	$\forall x \left(Fs('V(x)') \rightarrow \forall y \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(x))) \rightarrow \sim Tr('V(y)') \right) \right)$	Hipótese $\mathcal{G}$
2	$\forall x \left(Fs('V(x)') \rightarrow \forall y \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(x))) \rightarrow \sim Tr('V(y)') \right) \right) \rightarrow$ $\left(Fs('V(a_1)') \rightarrow \forall y \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(a_1))) \rightarrow \sim Tr('V(y)') \right) \right)$	$\varpi 3$
3	$Fs('V(a_1)') \rightarrow \forall y \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(a_1))) \rightarrow \sim Tr('V(y)') \right)$	1,2 MP
4	$Fs('V(a_1)')$	Hipótese p_1
5	$\forall y \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(a_1))) \rightarrow \sim Tr('V(y)') \right)$	3,4 MP
6	$\forall y \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(a_1))) \rightarrow \sim Tr('V(y)') \right) \rightarrow$ $\left((\phi rel(a_2) = \phi pred(\phi rel(a_1))) \rightarrow \sim Tr('V(a_2)') \right)$	$\varpi 3$

7	$(\phi rel(a_2) = \phi pred(\phi rel(a_1))) \rightarrow \sim Tr('V(a_2)')$	5,6 MP
8	$\phi rel(a_2) = \phi pred(\phi rel(a_1))$	Hipótese p_2
9	$\sim Tr('V(a_2)')$	7,8 e MP

Ou seja, neste primeiro passo, chegamos a $\sim Tr('V(a_2)')$. No caso do *phalakros*, se a_1 representa um homem bem hirsuto, que tenha 100.000 fios de cabelo, a_2 representa um homem com 99.999 fios de cabelo. E teríamos deduzido que, se é falso que a_1 é calvo, não pode ser verdadeiro que a_2 é calvo. Este homem ainda seria claramente não calvo e, partindo do princípio que $\sim Tr('V(a_2)') \rightarrow Fs('V(a_2)')$, estaríamos no caminho de chegar a $Fs('V(b)')$ e obter um paradoxo, já que a hipótese p_f define que $Tr('V(b)')$. No entanto, neste ponto devemos fazer uma pausa. Sabemos, pela definição de verdade e de falsidade, que $Fs('V(a_1)')$ implica que $|V(a_1)| = \vec{\psi}$ e que $Tr('V(b)')$ implica que $|V(b)| = \vec{\alpha}$. Nestes valores, efetivamente, $\sim Tr('V(x)') \leftrightarrow Fs('V(x)')$. Certamente não é verdade que um homem com 99.999 fios de cabelo seja calvo e podemos assumir que, neste caso, $|V(a_2)| = \vec{\psi}$ e $\sim Tr('V(a_2)') \rightarrow Fs('V(a_2)')$ é válido. Mas o teorema concluindo $\sim Tr('V(a_2)')$ é genérico e, embora $Trueapt('p') \rightarrow (\sim Tr('p') \rightarrow Fs('p'))$ seja uma tautologia em Ω , $\sim Tr('p') \rightarrow Fs('p')$ não é.

Sabemos também, pela definição de vagueza e de aspecto relevante, que existe um a_m tal que:

- $\phi rel(b) < \phi rel(a_m) < \phi rel(a_1)$
- $|V(a_m)| \in \{\langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^2 \mid y = 1 - x \text{ e } 0 < x < 1\}$

Para todo x que está na faixa de avaliação da fronteira borrada, temos apenas três possibilidades: $|V(x)| = \vec{\phi}_{<}$, $|V(x)| = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle$ ou $|V(x)| = \vec{\phi}_{>}$. Em qualquer destes casos $|Fs('V(a_m)')| = |Tr('V(a_m)')| = \vec{\psi}$, ou seja, não é falso e nem verdadeiro que a_m é V .

O que está sendo dito é que em nenhum momento ocorre que, quando o fator relevante de y é o predecessor do fator relevante de x , temos $Fs(V(x))$ e $Tr(V(y))$. Isto mostra que a premissa $[\phi]$ está correta. No entanto, ocorrem duas transformações importantes.

- $Fs(V(x)) \circ \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(x))) \rightarrow \sim Fs(V(y)) \right)$
- $\sim Fs(V(x)) \circ \left((\phi rel(y) = \phi pred(\phi rel(x))) \rightarrow Tr(V(y)) \right)$

Por exemplo, para a_1 temos $|Fs(V(a_1))| = \vec{\alpha}$ e $|Tr(V(a_1))| = \vec{\psi}$ e podemos presumir que este tipo de avaliação se mantenha até que para algum a_n temos que $|Fs(V(a_n))| = \vec{\psi}$ e $|Tr(V(a_n))| = \vec{\psi}$. Esta é a primeira transformação. Podemos novamente presumir que este tipo de avaliação se mantenha até que para algum a_o temos $|Fs(V(a_o))| = \vec{\psi}$ e $|Tr(V(a_o))| = \vec{\alpha}$. Esta é a segunda transformação. Na primeira, a modificação mínima no fator relevante leva o predicado a não mais ser falso. No entanto, ele ainda não é verdadeiro. Após o acúmulo de vários incrementos no fator relevante chegamos a segunda transformação em que a modificação mínima no fator relevante leva o predicado de não falso a verdadeiro. A falácia do ‘paradoxo’ Sorites é a premissa incorreta de que $\sim Fs(V(x)) \leftrightarrow Tr(V(x))$.

Que existe a passagem do falso para não falso (e não verdadeiro) e a passagem do não falso (e não verdadeiro) para o verdadeiro está na própria visão intuitiva de que predicados vagos possuem fronteiras borradas. E assim, o que podemos deduzir de $[\phi]$, $Fs(V(x))$ e do fato que $\phi rel(y) = \phi suc(\phi rel(x))$ não é que é $Fs('V(y)')$, como aparece nas versões clássicas do paradoxo, mas apenas $\sim Tr('V(y)')$. É o passo da não verdade para a falsidade, que quase nunca é explicitamente dado, que torna o argumento falacioso.

Com a demonstração desta falácia, usamos a concepção de verdade para resolver três dos paradoxos propostos por Eubulides de Mileto há quase 2500 anos e que estavam sem solução adequada: mentiroso, sorites e *phalakros*. Somente este fato deveria ser suficiente como demonstração da qualidade da concepção.

5 CONCLUSÃO

Ao longo da História, uma grande quantidade de filósofos pensou sobre a verdade. Mesmo que nenhum deles tenha proposto uma definição ou uma teoria de compreensão da verdade inteiramente satisfatória, suas tentativas e soluções fornecem *insights* valiosos para qualquer nova tentativa. Por este motivo este trabalho apresentou, no Capítulo 1, uma coletânea de algumas das mais importantes teorias sobre a verdade. Evidentemente, muitas foram deixadas de fora, mas as mais influentes estão presentes e este foi o critério básico. Para cada uma destas teorias muito foi escrito em termos de críticas e defesas, mas este vasto material foi quase completamente omitido. Em algumas situações coloquei uma ou outra crítica ou avaliação pessoal dos méritos e deméritos de uma teoria, mas meu objetivo principal foi tornar clara as ideias dos pensadores originais.

A pesquisa começou com a Concepção Clássica da Verdade, ou seja, teorias que almejam captar nossa noção intuitiva de que algo é verdade quando é suportado de alguma forma pela realidade. Às diversas formulações que esta concepção teve através da Antiguidade, Idade Média e período pós-Medieval, eu dei o nome de Clássicas Concepções Clássicas e as classifiquei segundo a ênfase metafísica ou a ênfase semântica. Entre estas concepções, escolhi as de Aristóteles, de Anselmo de Canterbury, de Tomás de Aquino e de Bernard Bolzano para análise.

As formulações criadas por Aristóteles foram estudadas dentro do contexto de sua Metafísica baseada em Particulares e Universais. Um Particular é um *πρᾶγμα* (pragma), objeto, coisa ou entidade e não um conceito. Da mesma forma, um Universal também é um *πρᾶγμα*, mas para que um Universal exista ele deve, em algum momento, ter sido aplicado a pelo menos dois indivíduos. Na versão metafísica de sua definição, a verdade é uma propriedade de uma afeição da alma (ex. uma crença ou um pensamento) ou de um símbolo das afeições na alma (ex. uma sentença). Um pensamento é verdadeiro se ele tem semelhança (*ὁμοιώματα* ou *omoiómata*) com coisas reais (*πράγματα* ou *prágmata*) de forma que o objeto e a propriedade que são combinados (ou separados) no pensamento são, da mesma forma, combinados (ou separados) na realidade. A famosa versão semântica ‘dizer do que é que não é, ou do que não é, que é, é falso; enquanto dizer do que é que é, ou do que não é, que não é, é verdadeiro’ (Metaphysics, p. 1011b25) define a verdade

usando a capacidade da linguagem em ‘dizer o que é’, e, se suplementada pela semântica Aristotélica, se torna equivalente a versão metafísica. Por exemplo, uma sentença declarativa afirmativa é composta por um nome no papel de sujeito e um predicado composto por um verbo e um nome. Ela afirma que existe um objeto composto em que um universal ou um particular simbolizado pelo sujeito é combinado ao universal simbolizado pelo nome no predicado, da forma definida pelo verbo. Esta sentença é verdadeira se este objeto composto existe conforme a afirmação e falsa se ele não existe, contrariando a afirmação. O que aprendemos de Aristóteles é a conexão íntima entre Verdade e Metafísica e entre Verdade e Semântica.

O pensamento aristotélico, embora fundamental, não reinou incontestemente na Idade Média. Através da visão de Agostinho, a tradição Neoplatônica, que liga verdade e ser, entra no pensamento medieval. Escolhi apresentar o pensamento de Anselmo de Canterbury (1033 – 1109) como representante desta tradição medieval. No centro da filosofia de Anselmo está o conceito de retidão. Algo possui retidão se é da forma que deveria ser, ou seja, se está conforme o desígnio de Deus para esta coisa. Para Anselmo, uma coisa é verdadeira se possui retidão. A verdade de Anselmo é diferente da de Aristóteles. Para uma sentença ser verdadeira ela precisa participar da Verdade. Se a verdade da sentença estivesse em uma relação de semântica com a realidade, a verdade da sentença estaria externa a ela. Evidentemente, uma sentença afirmativa só é conforme a vontade de Deus se ela afirma do que é, que é. Portanto, a vontade de Deus fornece a ligação entre a sentença e o objeto. Não há necessidade de um modelo semântico ou de explicar como o significado da sentença pode ter semelhança com a realidade. Claro que os detalhes da filosofia da verdade de Anselmo só interessam a teístas. No entanto, a possibilidade de uma relação indireta entre a realidade e uma sentença, ou crença verdadeira, encontra ecos em minha própria concepção.

Após Aristóteles, Tomás de Aquino (1225 - 1274) é o próximo pensador obrigatório em uma antologia sobre a verdade. A sua famosa definição: ‘*Veritas est adaequatio rei et intellectus*’ (a verdade é a adequação entre a coisa e o intelecto) certamente é de tradição aristotélica, mas o pensamento de Aquinas realiza a síntese de Aristóteles com outras fontes. Ele também utiliza definições da tradição Neoplatônica, como

‘verdadeiro é o que é’, de Augustinho e ‘a verdade de cada coisa é uma propriedade do ato de ser que foi estabelecido para ela’, de Avicena.

A semântica e a metafísica de Aquinas são extremamente sofisticadas, mesmo se comparadas as de Aristóteles. Aquinas analisa que um nome pode ter como significado três tipos diferentes de coisas: o primeiro tipo tem o seu ser total e completamente fora da mente (ex. seres humanos e pedras), o segundo tipo não tem realidade de forma independentemente da mente (ex sonhos ou fantasias) e o terceiro tipo tem um fundamento na realidade extra mental, mas depende da operação do intelecto para sua realização completa. Aquinas classifica o nome ‘verdade’ como pertencente ao terceiro tipo.

O *adaequatio* de Aquinas, entre a realidade extra mental e o intelecto funciona dos dois lados. Sendo a *veritas in intellectu* (verdade lógica ou verdade no intelecto) a adequação do intelecto à realidade extra mental e a *veritas in rebus* (verdade ontológica ou verdade no ser) a adequação da realidade extra mental ao intelecto. A *veritas in rebus* encontra ecos na filosofia da linguagem de John Searle (nascido em 1932), onde uma declaração, ao contrário de uma afirmação, tem direção de ajuste ‘mundo-mente’, ou seja, o mundo se ajusta a mente. Não explorei esta ideia em minha teoria da verdade, mas estas considerações mostram que uma teoria de Linguagem Natural completa deve tratar muito mais que apenas sentenças assertivas e assim incorporei a possibilidade de atribuir a verdade a sentenças não assertivas como declarações, exclamações ou perguntas.

O último filósofo que classifiquei como membro da Clássica Concepção Clássica foi Bernard Bolzano (1781 – 1848). Minha escolha de Bolzano se baseou na sua influência direta sobre Kazimierz Twardowski (1866-1938), fundador da Escola Lvov-Varsóvia, e indireta sobre Alexius Meinong (1853-1920), Alfred Tarski (1902-83), e outros, mas também porque Bolzano é um pensador de transição. Os filósofos iluministas não pensaram muito sobre a teoria da verdade, mas sua crítica à metafísica medieval, em especial a de Hume (1711 - 1776), rompeu as amarras da tradição e deu origem a toda sorte de correntes filosóficas. A teoria clássica da verdade não escapou ilesa. Bolzano realizou uma importante inovação ao utilizar proposições como *truth-bearers* primários, mas o fez no que ainda se pode chamar de tradição medieval. Após Bolzano, como a teoria clássica da verdade estava intimamente

conectada à metafísica medieval, ela começou a receber ataques de diversas destas correntes. No fim do século XIX ela parecia completamente superada.

Por um tempo, o idealismo pós-Kantiano se tornou a nova ortodoxia, invadindo até mesmo o bastião iluminista dos países de língua inglesa. No entanto o temperamento anglo-saxão deu características próprias à tradição hegeliana. Dois expoentes do movimento idealista britânico, F. H. Bradley (1846–1924) e H. H. Joachim (1868–1938) se preocuparam de forma central com o conceito de verdade. Sua concepção tem como única verdade a coerência da experiência ideal ou absoluta. Somente o conhecimento do todo é verdadeiro. As proposições com que lidamos são mais ou menos verdadeiras conforme elas exibam um caráter mais ou menos aproximado à coerência completa. De todos os pensadores sobre a verdade, os desta corrente são os mais desconectados com o resto dos pensadores que analisei, e a que menos contribuiu para meu trabalho. De fato, não consigo encontrar nada específico.

William James (1842 –1910) foi membro do movimento pragmático americano. Esta foi outra corrente que abandonou a noção intuitiva de verdade e procurou dar um significado diferente ao venerável termo. O estilo de James é controverso e ele dá formulações não inteiramente consistentes de suas ideias. A formulação que escolhi define que uma crença é verdadeira se somos coagidos intelectual e praticamente pela realidade para que acreditarmos nela. Se a realidade não exerce coerção nem para acreditarmos na verdade de uma ideia e nem para acreditarmos em sua falsidade, então devemos suspender nosso julgamento. A coerção pela realidade é um resquício da concepção clássica e é uma ideia interessante que não me parece ter recebido atenção adequada. Tenho intenção de incluir esta questão em uma Epistemologia baseada na Concepção da Verdade por Satisfação, mas não pude aproveitar as ideias de James neste trabalho.

Quando já tinha sido dada como defunta, a noção intuitiva da verdade teve um renascimento. Este renascimento começou com a teoria de identidade da verdade, da qual G. E. Moore e Bertrand Russell foram adeptos, entre os anos 1899 e 1906. Em termos gerais, a teoria da identidade surgiu de uma interpretação particular de uma citação de Frege: *‘A correspondence, moreover, can only be perfect if the corresponding things coincide and are, therefore, not distinct things at all’*. (FREGE, 1956, p. 291). Segundo esta leitura, a verdade de um julgamento consiste realmente

em uma relação entre ele e a realidade, mas a única relação boa o suficiente para a verdade é a identidade (BALDWIN, 1991). Um julgamento é verdadeiro quando ele é um fato. A importância desta teoria é a mudança da Metafísica Aristotélica para uma ontologia baseada em fatos, além de abrir caminho para o surgimento das modernas teorias da Correspondência. Não utilizei ideias desta concepção.

Após abandonarem a teoria da identidade, tanto G. E. Moore quanto Bertrand Russell propõe um novo tipo de concepção clássica da verdade, na qual a metafísica medieval, com seus universais e particulares é substituída por uma metafísica baseada na categoria ontológica dos fatos. Esta versão da concepção clássica foi tão influente que, de forma incorreta, acabou sendo tomada como sinônimo da própria concepção, mas nem a versão semântica, nem *Truismaking* podem ser adequadamente chamados de teorias de correspondência.

Na virada do ano de 1910 para 1911, George Edward Moore propõe sua versão da Teoria da Correspondência. A principal característica da teoria de Moore é sua prodigalidade ontológica. Para cada crença corresponde um fato. Parece natural que, se eu tenho a crença que a neve é branca isto corresponde ao fato que a neve é branca e que, se eu tenho a crença que a grama é verde isto corresponde a um fato diferente, o de que a grama é verde. A prodigalidade de Moore é demonstrada pela ideia de que, se eu tenho a crença de que a neve é branca e a grama é verde, esta crença corresponde a um terceiro fato, o de que a neve é branca e a grama é verde. Não acho que a mera prodigalidade de Moore deva ser usada contra ele. Na minha concepção, embora duas sentenças possam ter a mesma condição de satisfação, certamente a condição de satisfação de uma sentença composta é uma entidade diferente da a condição de satisfação das sentenças componentes. Condições de satisfação não são fatos, mas sou exposto ao mesmo tipo de acusação. Minha defesa em relação a não ortodoxia de minhas premissas metafísicas foi que elas são justificadas pelas consequências positivas da concepção. Uma teoria deve assumir o mínimo necessário e não mais. Mas ela também não deve assumir menos. Os antigos gregos não tinham problemas para aceitar infinitos números racionais, mas resistiram a existência de números irracionais. Hoje temos números irracionais e até mesmo imaginários.

A primeira tentativa pública de Russell com sua teoria da correspondência é feita em 1910 no ensaio '*On the Nature of Truth and Falsehood*' (RUSSELL, 1910). Ele trabalha nesta teoria até 1918 (RUSSELL e PEARS, 2010 [1918]), quando ele faz a última tentativa de aprimorar suas ideias. Seu atomismo lógico permite que ele seja bem mais frugal que Moore na quantidade de fatos que precisa. Mesmo assim, ele avança ideias polêmicas como a da existência de fatos negativos. A teoria de Russell para a verdade de atos intencionais, como as crenças e julgamentos, é de uma sofisticação ímpar. Se um fato envolvendo um objeto e uma propriedade pode ser referenciado por uma proposição simples como $P(o)$, um ato intencional é um complexo que inclui o tipo do ato, um sujeito, uma forma de ato, uma representação da propriedade e uma representação do objeto. Assim a crença de Russell de que a neve é branca pode ser analisada como $Crer \langle Russell, \Phi_{prop \times obj} \langle Branca, neve \rangle \rangle$, onde $\Phi_{prop \times obj}$ é a forma do conteúdo da crença que, neste caso, é o de um objeto tendo uma propriedade. Esta crença é verdadeira se $Branca(neve)$. A ideia de formas do conteúdo da crença merece ser explorada, mas não fiz uso direto delas. Usei, no entanto, a obra de Russell como referência em diversas partes da preparação deste trabalho.

Ainda outra versão de uma teoria de viés clássico surge nesta mesma época, no *Tractatus Logico-Philosophicus* de Ludwig Wittgenstein (1889 -1951), publicado em 1921. Tanto Russell, quanto o Círculo de Viena, o leram avidamente, fazendo com que esta obra participe da própria fundação da Filosofia Analítica. Soames (SOAMES, 1998) propõe que a teoria de Wittgenstein pode ser vista como uma teoria de correspondência da verdade para proposições atômicas acrescida de uma teoria de coerência da verdade para proposições complexas. As proposições complexas verdadeiras são aquelas que são coerentes com as proposições atômicas. Uma proposição atômica verdadeira é uma imagem de um fato atômico do mundo. Minha interpretação de Wittgenstein certamente não agradaria ao autor do *Tractatus* porque, para mim, é clara a dependência de sua teoria da linguagem ao que é, no fundo, a metafísica do *Tractatus*. A ontologia de Wittgenstein contém objetos imutáveis, propriedades internas e externas, fatos atuais e não atuais e é consideravelmente exótica se comparada a de Aristóteles. Novamente a necessidade da conexão entre Metafísica e teoria da Verdade é confirmada pela leitura atenta do primeiro Wittgenstein.

Apesar do peso por traz de nomes como G. E. Moore, Bertrand Russell e Ludwig Wittgenstein, o renascimento da concepção clássica, em sua versão de correspondência não teve nem a penetração e nem a duração que poderia se esperar. O fato de Moore e Wittgenstein terem tomado outros caminhos e Russell não ter tido o sucesso que almejava nos detalhes de sua teoria certamente não ajudou. Ironicamente, os ataques mais rigorosos vieram de dentro da tradição criada por estes homens e por Gottlob Frege (1848 - 1925): a Filosofia Analítica.

Após a morte de F. H. Bradley, em 1924, e com a enorme influência de Russell, o idealismo perde força no mundo anglo-saxão para a nova Filosofia Analítica. No resto da Europa o velho hegelianismo e seus sucessores continuavam hegemônicos. Em vários locais, porém, como em Berlim, Varsóvia e Viena, o ceticismo de Hume deu frutos tardios. O círculo de Viena torna sua existência conhecida para o mundo no manifesto de 1929 (HAHN, NEURATH e CARNAP, 1929), que expressa a preocupação de que *'the metaphysical and theologising thought is again on the increase today, not only in life but also in science'*. Infelizmente, como vimos, a noção de verdade foi classificada como metafísica pelo movimento. Novamente verdade é reduzida à mera coerência. E isto é feito de uma forma ainda mais extrema do que a dos velhos idealistas. Devido a 'controvérsia da sentença protocolar', que começou em 1932, opondo, principalmente, Moritz Schlick (1882-1936) a Otto Neurath (1882-1945) e Carl Gustav Hempel (1905-1997), estes últimos tomaram posições cada vez mais radicais. Até o ponto em que Neurath passa a afirmar categoricamente que sentenças devem sempre ser comparadas com sentenças, e nunca com conceitos metafísicos, como 'realidade'. Segundo ele, se o termo 'verdade' deve ser usado em uma ciência positiva, ele deve ser definido da seguinte forma: Uma afirmação é verdadeira se ela for analítica ou se ela fizer parte de um sistema completo de Ciência (uma lista de sentenças universais e singulares) que é livremente escolhido ao longo da história da sociedade dos cientistas confiáveis. Aqui temos o reverso da moeda em relação a conexão de uma teoria da verdade e alguma Metafísica. A rejeição da metafísica tem como consequência lógica o esvaziamento do conceito de Verdade e sua rejeição radical acaba por tornar a verdade um mero fenômeno social.

O Círculo não foi o único movimento da Filosofia Analítica que atacou a Concepção Clássica. Frank P. Ramsey (1903-1930) foi o primeiro pensador a propor o que se chama hoje de Deflacionismo. Em 'Facts and Propositions' (RAMSEY, 1927), ele declara que a sentença 'é verdade que César foi assassinado' significa exatamente a mesma coisa que 'César foi assassinado'. Verdade é apenas um recurso linguístico usado para ênfase, motivos estilísticos, ou em situações de generalização.

Em 'Philosophy of logic' (QUINE, 1986), Willard Van Orman Quine (1908-2000) oferece um papel ainda mais modesto para a verdade. O mecanismo linguístico de citação permite que nós transformemos uma sentença em um objeto a que nós podemos nos referir. Como ocasionalmente queremos fazer o caminho inverso e recuperar a sentença original, precisamos de um mecanismo de 'descitação'. Esta, na visão de Quine, é a função do predicado verdade.

Ainda hoje, este tipo de teoria é uma das mais influentes dentro da Filosofia Analítica. Citei como exemplo o trabalho de Paul Horwich (nascido em 1947) e sua Teoria Minimalista. A função de um predicado em uma sentença é a de atribuir a certas entidades um tipo qualquer de propriedade, mas, segundo Horwich, o predicado 'é verdadeiro' não tem esta função. Ele existe unicamente por necessidades lógicas e seu significado se esgota no que pode ser expresso por instâncias incontroversas do esquema de equivalência: 'É verdade que p se, e somente se, p'.

As pesquisas deflacionistas sobre o uso do predicado Verdade são significativas e não tenho a menor intenção de negar este fato. No entanto, Ramsey percebeu explicar a verdade como recurso linguístico era apenas metade do trabalho. Ele precisa ser complementado por uma teoria de como as sentenças se relacionam com a realidade. Originalmente, minha objeção em relação às teorias deflacionárias vinha do fato delas serem incompletas na ausência desta segunda parte. Ainda que admitamos que o que se há para dizer sobre 'é verdade que a neve é branca' praticamente se esgota na equivalência com a sentença 'a neve é branca', resta o importante trabalho de dizer o que faz com que 'a neve é branca' seja corretamente assertível e 'a neve é fuchsia' não seja. Foi só quando meu trabalho já estava adiantado que percebi um erro fundamental na premissa básica das teorias deflacionárias. No caso de uma sentença vaga como 'Harry é calvo' asserir esta sentença não é a mesma coisa que dizer que 'É verdade que Harry é calvo'. Se Harry não é um caso claro de homem calvo ou

homem não calvo, pode ser que ‘Harry é calvo’ seja corretamente assertível enquanto ‘É verdade que Harry é calvo’ não seja. As teorias deflacionárias, mesmo com suas importantes contribuições sobre o uso linguístico da verdade, não são apenas incompletas, elas estão erradas.

A concepção clássica teve um segundo renascimento, iniciado na década de 1980 e ainda florescendo. Trata-se da concepção de *Truthmaking*. Apresentei esta concepção seguindo o pensamento de David M. Armstrong (1926-2014), principalmente como apresentado em *Truth and truth-makers* (ARMSTRONG, 2004). O ponto central de Armstrong é o princípio de que uma proposição p é verdadeira se, e somente se, existe um T (uma entidade no mundo) tal que T necessita que p e p é verdadeira em virtude de T . É a característica desavergonhadamente metafísica dos detalhes da teoria que chama a atenção. No estudo da teoria da verdade de Aristóteles fica claro que explicar a verdade adequadamente exige pressupostos metafísicos. Russell fez experimentos com noções metafísicas exóticas como fatos negativos de forma a sustentar suas teorias. No entanto, dentro do movimento *Truthmaking* isto é feito sem apresentar qualquer pedido de desculpas. De fato, o surgimento de trabalhos de orientação metafísica dentro da tradição da Filosofia Analítica é uma tendência bem-vinda e facilita a discussão de minhas próprias premissas ontológicas.

A última teoria da verdade que analisei no Capítulo 1 foi a concepção pluralista sobre a verdade. Utilizei o trabalho de Michael P. Lynch (nascido em 1966) como guia. A visão pluralista pode ser sintetizada como a ideia que a verdade pode exigir tratamentos diferentes para sentenças e crenças sobre diferentes tipos de assunto. O mais interessante na visão de Lynch é que ele define uma descrição do que um predicado precisa obedecer para ser chamado de verdade. Esta descrição toma forma de alguns truísmos sobre a verdade. Os truísmos principais de Lynch são: Objetividade (a verdade de uma crença depende de como as coisas são e não de como gostaríamos que elas fossem), Norma da Crença (a verdade tem valor de forma que, *prima facie*, só é correto acreditar no que é verdadeiro) e Meta da Investigação (a verdade tem papel regulador na prática de produzir crenças, de modo que formar crenças verdadeiras é um objetivo apropriado em uma investigação). Além desses, Lynch inclui o Esquema-T (uma proposição p é verdadeira se e somente se p), a Independência da Justificação (algumas crenças podem ser verdadeiras sem serem

justificadas e algumas crenças podem ser justificadas sem serem verdadeiras), o Princípio da Bivalência (toda proposição tem exatamente um entre dois valores verdade: verdade ou falsidade) e o Princípio da Não-contradição (nenhuma proposição pode ser tanto verdadeira quanto falsa). O trabalho de Lynch me forneceu elementos para testar minha teoria. Qualquer teoria da verdade deve, ou obedecer estes truísmos ou justificar porque a intuição preteorética por trás dos truísmos de Lynch está equivocada.

Feita a contextualização do trabalho, com estas diversas concepções de Verdade ao longo da história, me voltei para a obra de Alfred Tarski (1901-1983). Sem Tarski a minha concepção jamais teria existido. Sua teoria, formalizada em 'The Concept of Truth in Formalized Languages' (TARSKI, 1983 [1956]), não é um texto de fácil leitura. Estes dois fatores me estimularam a dedicar o Capítulo 2 inteiro para a esta concepção.

Tarski desejava atingir dois objetivos, que não são necessariamente compatíveis, para sua concepção de verdade: fazer justiça a nossas noções preteoréticas do termo e fundamentar estudos metamatemáticos. A objetivo de fazer justiça a nossas noções preteoréticas ficou conhecido como adequação material, embora uma tradução melhor seria adequação conceitual. Para Tarski a adequação conceitual ocorreria se duas condições fossem obedecidas:

- Todas as instâncias das Sentenças-T da linguagem (*nome_de_s* é uma sentença verdadeira se e somente se *s*) devem ser deriváveis a partir da definição de verdade na metalinguagem. Este critério é conhecido como Convenção-T.
- Nenhuma sentença verdadeira deve ter quaisquer consequências que contradigam o Princípio do Terceiro Excluído.

Para fundamentar estudos metamatemáticos ele definiu critérios de Correção Formal, ou seja, critérios para garantir que a definição não tenha vícios. Tarski especifica três condições: a definição não podia ser circular; a definição não pode levar a paradoxos e a definição deveria usar somente termos e conceitos que fossem bem aceitos em sua época. Infelizmente o critério de ausência de paradoxos parecia implicar que o conceito de verdade não poderia ser definido para linguagens naturais ou qualquer linguagem que tivesse seu próprio predicado verdade e o poder de auto referência.

Tarski demonstrou sua concepção através de um exemplo usando a linguagem LCC (Linguagem do Cálculo das Classes) e a metalinguagem MLCC (Metalinguagem do Cálculo das Classes). Procurei esclarecer estas linguagens e as diversas definições preliminares que ele utiliza no caminho de sua Definição 23, de Verdade: $x \in Tr$ (x é uma sentença verdadeira) sse $x \in S$ (x é uma sentença) e qualquer sequência infinita de classes satisfaz x . Esta definição efetivamente atente a seus critérios de adequação conceitual e correção formal.

No entanto, o próprio Tarski percebe que definições puramente extensionais podem obedecer seus critérios de forma tão aderente quanto a sua concepção semântica. Tarski analisa e descarta concepções puramente sintáticas como a que usa como definição de verdade sua Definição 17: ' x é uma sentença demonstrável (aceita) ou um teorema (em símbolos, $x \in Pr$) se, e somente se, x for uma consequência do conjunto de todos os axiomas' (TARSKI, 2007 [1933], p. 50). Especificamente no caso da Definição 17, seus motivos para descartar as definições sintáticas me parecem pouco convincentes. O problema que Tarski não resolveu é que seu critério de adequação conceitual, a Convenção-T, é fraco demais. Ele não captura corretamente nossas noções preteoréticas. Este fato facilmente leva à uma interpretação incorreta de que a definição de Tarski era puramente extensional. Isto não é verdade. Se ela é genuinamente semântica ou não é uma questão aberta a debate, mas ela é substantiva porque se baseia, entre outras coisas, em teoria dos conjuntos.

O coração da concepção de Tarski não é a Definição 23, mas a Definição 22, de Satisfação. Infelizmente Tarski justifica a introdução do conceito de Satisfação como um mero artifício para resolver um problema prático. A definição de Verdade só se aplica a sentenças, mas como ela é recursiva, e as recursão passa por funções sentenciais que não são sentenças, é necessário usar um conceito aplicável a qualquer função sentencial e que sirva de passo intermediário para a Verdade. De fato, o conceito está longe de ser um mero artifício secundário, já que ele deu origem à moderna teoria de modelos. O que parece ter passado despercebido, até mesmo por Tarski, é que o conceito de satisfação utiliza uma estrutura ontológica diferente da estrutura de uma sentença-T, que faz uma mera correspondência entre a sentença e o mundo. Quando este fato ficou evidente para mim, percebi que o fundamento para uma concepção de verdade compatível com a Linguagem Natural tinha sido dado,

implicitamente, por Tarski. Que 82 anos após a publicação original, ainda havia lições a serem retiradas de seu pensamento é um monumento a profundidade intelectual do mestre.

Tarski não oferece prova de que sua Definição obedece à Convenção-T, ou seja, que ela gera todas as Sentenças-T de LCC. Em vez disso ele fornece um exemplo. De forma complementar ele apresenta uma série de teoremas que mostram consequências desejáveis de sua definição. O teorema 1 demonstra o Princípio da Não-contradição, o teorema 2 o Princípio do Terceiro Excluído e o teorema 5 mostra que toda sentença provável é uma sentença verdadeira. No Círculo de Viena Tarski enfrentou um ambiente acadêmico que, como vimos, era avesso ao conceito clássico de verdade. Não apenas os méritos de sua teoria, mas também estas consequências desejáveis ajudaram Tarski a conquistar apoios valiosos como os de Carnap, Popper e Quine. Até neste aspecto Tarski influenciou este trabalho. Uma vez que minhas premissas ontológicas podem encontrar críticas, procurei demonstrar as consequências desejáveis de minha concepção.

O Capítulo 3 foi fundamental para identificar problemas e paradoxos que servissem como testes para a concepção proposta. Levantei as principais variantes do Paradoxo do Mentiroso, incluindo o Mentiroso Clássico (**FLiar**: *FLiar* é falsa), o Mentiroso Fortalecido (**SLiar**: *SLiar* é não verdadeira) e o problemático Vingança do Mentiroso, que obedece ao esquema **RLiar** := $\neg Tr(RLiar) \vee \mathfrak{C}(RLiar)$, onde $\mathfrak{C}$ é uma solução que resolve as duas versões anteriores. Incluí também variantes que podem ser resistentes a soluções específicas, como o paradoxo não autorreferente de Yablo e o paradoxo epistêmico de Kripke.

No mesmo capítulo eu fiz um levantamento de um exemplo para cada tipo de solução sugerida para o Paradoxo. No entanto, minha atenção se voltou para as soluções de Kripke e de Priest. Kripke teve influência direta no desenvolvimento de minha solução, o que não é o caso de Priest. No entanto, como uso uma lógica paraconsistente, o estudo da solução de Priest era essencial para criar uma base de comparação.

A abordagem de Saul Kripke (nascido em 1940) é paracompleta, no sentido que ele entende que existem sentenças que nem são verdadeiras e nem são falsas, ou seja, o princípio do Terceiro Excluído falha. Mas não é o caso, para Kripke, que exista um terceiro valor verdade. O que acontece é que o predicado verdade não está definido para certas sentenças da mesma forma que a função $1/x$ não está definida para $x = 0$. Este insight já está presente em Frege, mas atinge a maturidade apenas com Kripke. O ponto mais importante a ser aprendido na teoria de Kripke é o conceito de *grounding*. Em termos simples, uma sentença é *grounded* se ela não contém o predicado verdade ou seu significado pode ser reduzido a uma sentença que não contém o predicado verdade. Vimos que a teoria de Kripke começa com a extensão e a anti-extensão do predicado verdade vazias e ele vai aumentando estes conjuntos até que ele obtém uma linguagem que contém seu próprio predicado verdade. No entanto, mesmo neste estágio, o chamado ponto fixo mínimo, as sentenças não *grounded* são deixadas de fora tanto da extensão quanto da anti-extensão do predicado verdade. O problema com a teoria de Kripke é que a linguagem objeto não pode expressar o fato de que estas sentenças não são nem verdadeiras e nem falsas. Como não temos problemas de formular a teoria de Kripke em linguagem natural, esta deve ser mais forte que um ponto fixo.

A abordagem de Graham Priest (nascido em 1948) é paraconsistente. Vimos que Kripke nega o princípio do Terceiro Excluído. Priest, por sua vez, desafia o Princípio da Não Contradição e adota o dialetheísmo. O dialetheísmo é a posição filosófica de que existem dialetheias legítimas, ou seja, sentenças que são tanto verdadeiras quanto falsas. Existem abordagens paraconsistentes que não admitem a existência de dialetheias, a minha sendo uma delas, uma lógica que admite dialetheias precisa ser paraconsistente. Em outras palavras, ela precisa não ser explosiva diante de uma contradição. O sistema paraconsistente que Priest apresentou em seu artigo de 1979, *The Logic of Paradox*, tem a qualidade de ser extremamente simples. Nele Priest introduz um terceiro valor verdade, para representar as dialetheias. Infelizmente isto gera uma álgebra tão restritiva que para se tornar imune ao Princípio da Explosão ($A \wedge \neg A \models B$) e invalidar o Silogismo Hipotético ($A \rightarrow B, B \rightarrow C \models A \rightarrow C$), ele tem que abrir mão de Modus Ponens ($A, A \rightarrow B \models B$) e Modus Tollens ($A \rightarrow B, \neg B \models \neg A$), entre outras perdas. Como a Linguagem Natural precisa lidar com contradições, fica

claro que uma definição de verdade precisaria ser paraconsistente, mas a solução de Priest, apesar de um passo na direção certa tem problemas filosóficos e, além disso, é excessivamente restrita.

O sistema Ω é uma lógica ao mesmo tempo paracompleta e paraconsistente. Ela é paracompleta exatamente no sentido de admitir, tal como Frege e Kripke, que existem sentenças que não são verdadeiras e nem falsas. Sentenças sem sentido como 'As lesmolisas touvas roldavam e reviam nos gramilvos', sentenças expressivas como 'Bendito seja o dia em você que nasceu!', declarações como 'Está encerrada a sessão!', entre outros casos, não são verdadeiras e nem falsas. Estas sentenças têm sido ignoradas pelas teorias da verdade. As sentenças do paradoxo do mentiroso definitivamente não são dialetheias. Elas também não são nem verdadeiras e nem falsas, no entanto são de um tipo diferente das outras. Tenho uma dívida para com Kripke e seu conceito de sentenças *ungrounded*. Após estudar *Outline of a Theory of Truth* de Kripke percebi que sentenças *sliar* e *veridic* tem como significado sentenças *ungrounded*. Foi a partir desta reflexão que comecei a entender as consequências para suas condições de satisfação. Minha ideia original era que em uma sentença cujo significado é *ungrounded* o status da condição de satisfação pode ser atendido ou não atendido dependendo apenas se desejamos determinar se é a condição é compatível com receber o status de atendida ou se é compatível com receber o status de não atendida. O fato de não ter feito referência a este conceito de Kripke na versão final da teoria não apaga minha dívida intelectual para com ele.

Se uma sentença como 'As lesmolisas touvas roldavam e reviam nos gramilvos' não é corretamente assertível, a sentença *sliar* é. Assim, além de paracompleta, a lógica Ω precisa ser paraconsistente. Provavelmente Priest é o mais conhecido campeão das soluções paraconsistentes para paradoxos. A álgebra subjacente permite que Ω seja muito poderosa que LP de Priest. Para bloquear o Princípio da Explosão a perda mais significativa é a do Silogismo Hipotético, que é inevitável. Modus Ponens e Modus Tollens são preservados. Além do mais, Priest oferece apenas sua Máxima Metodológica, ou princípio prático, de que a menos que tenhamos razões para acreditar há que frases paradoxais no argumento, podemos nos permitir usar inferências quase-válidas. Já o sistema Ω oferece axiomas que expandem o sistema

se podemos colocar como premissas que certas sentenças são aptas a serem verdadeiras.

No Capítulo 4 finalmente apresentei minha teoria. Meu diagnóstico do porque as concepções Semântica, Correspondência e *Truthmaking* falham foi que elas são três variações de uma mesma estrutura ontológica, que liga diretamente alguma variação de *truth-bearer* com alguma variação de *truth-maker*, seja fazendo um *truth-bearer* apontar para a realidade, seja estabelecendo uma relação entre *truth-bearer* e *truth-maker*, seja fazendo *truth-maker* apontar para um *truth-bearer*. Notei que a Definição 22 de Tarski, sobre Satisfação, tem uma estrutura ontológica diferente desta. As sentenças da linguagem objeto têm uma Ontologia de Significado que inclui apenas classes, mas as condições de satisfação na metalinguagem utilizam uma ontologia diferente que inclui sequencias, números naturais etc. Ao generalizar estas diferentes estruturas ontológicas notei que isto permitia uma ligação indireta entre os *truth-bearers* e a realidade objetiva. A definição de verdade obtida é:

- p é verdadeira se, e somente se, p é apta a ser verdadeira e sua condição de satisfação é atendida.

Postulei então que as condições de satisfação são entidades não linguísticas pertencentes a Ontologia de Validação. Minha metalinguagem permite que referenciemos estas entidades, por exemplo, usando a fórmula $\$(\ulcorner p \urcorner)$, que significa ‘a condição de satisfação de p ’. Além disso, postulei que estas condições de satisfação têm propriedades que permitem a existência de duas funções juízes. A função $\odot(\ulcorner p \urcorner)$ julga se as condições de satisfação de p são atendidas e a função $\otimes(\ulcorner p \urcorner)$ julga se as condições de satisfação de p são **não** atendidas. Usualmente estes juízes julgam de forma compatível e complementar. Mas, no caso de sentenças que não são verdadeiras e nem falsas, eles podem julgar ambos negativamente, por exemplo, no caso de sentenças *gibberish*, ou ambos afirmativamente, no caso de sentenças paradoxais. Somente quando os juízes definem seu veredicto não só de forma compatível, como também de forma absoluta, as sentenças são aptas a serem verdadeiras. Ainda existe a situação de eles julgarem de forma complementar, mas apenas parcial. Este é o caso das sentenças vagas.

Tenho consciência de que estas premissas ontológicas, que coloquei sobre o nome de versão forte da teoria, são extremamente não ortodoxas. Mesmo que a Metafísica esteja passando por um renascimento dentro da Filosofia Analítica, o princípio da parcimônia ainda se aplica e o uso de ontologias exóticas deve encontrar um justificado ceticismo. No entanto, quando William of Ockham decretou que '*Frustra fit per plura quod potest fieri per pauciora*' (É fútil fazer com mais coisas o que pode ser feito com menos), ele colocou uma salvaguarda importante em sua 'navalha'. Não é fútil fazer com mais coisas o que não pode ser feito com menos.

Para testar e justificar a teoria, eu levantei, além dos paradoxos da família do mentiroso, problemas que, em conjunto, nenhuma das concepções disponíveis conseguiu resolver. Evidentemente, ser resistente tanto ao Mentiroso quanto à Vingança, bem como ao paradoxo epistêmico de Kripke e ao paradoxo não autorreferente de Yablo parece ser o grande teste para uma teoria da verdade que tenha chance de ser aplicável a linguagem natural. Mas há outros problemas solucionáveis pela teoria que acumulam evidências em seu favor.

O primeiro destes problemas é particularmente importante para qualquer Concepção Clássica: explicar o que acontece entre um truth-bearer verdadeiro e a realidade. Em minha visão, a teoria de Aristóteles, com todas as suas limitações, é a mais satisfatória das teorias clássicas, porque utiliza uma ontologia especialmente adequada para a sua semântica. Russell, por outro lado, nunca conseguiu que sua relação de correspondência funcionasse a contento. *Truthmaking* se sai melhor, mas a o fato que a de implicação, não proposicional, de *truthmaking*, utilizar a lógica modal faz com que esta implicação não pareça fundamental o suficiente para definir um conceito como a Verdade. Na Concepção da Verdade por Satisfação, o que acontece entre um *truth-bearer* e a realidade, quando ele é verdadeiro, é que suas condições de satisfação são atendidas na ontologia de validação. Naturalmente, as condições de satisfação são relacionadas com a ontologia de significado, mas não presumi nenhuma relação simples entre significado e condições de satisfação. De fato, creio que é pouco razoável imaginar que esta relação exista e este é o ponto fraco de outras concepções.

Soluções filosóficas do tipo dado no parágrafo anterior exigem que se aceite a estrutura ontológica que propus. Várias das soluções que obtive para outros problemas tem esta mesma característica. No entanto, guiado por esta estrutura ontológica construí uma álgebra abstrata vetorial que depois reduzi a um simples Lattice sobre um conjunto linearmente ordenado. Uma vez montada a álgebra, outras soluções, que não fazem demandas ontológicas, ficam disponíveis. A álgebra utilizou ideias de vários pensadores, como a Lógica Fuzzy de Zadeh, a flexibilização dos conjuntos de valores designados e não designados que tomei emprestado de Arnon Avron e a Lógica Relevante de Anderson e Belnap. Chamei o sistema lógico resultante de Ω . Vários problemas podem ser resolvidos ou com teoremas de seu sistema axiomático ou com a ajuda da álgebra, ignorando a estrutura ontológica. Chamei a parte da teoria que contém apenas o sistema Ω de versão modesta e a teoria como um todo de versão forte. É minha opinião que a versão modesta se justifica sozinha e pode ser adotada mesmo por quem se recusa a aceitar minhas premissas ontológicas.

Existe uma série de problemas que não necessariamente pertencem a definição de verdade, mas que se espera que uma teoria da verdade possa iluminar. Tanto Russell quanto Armstrong se preocuparam com o entendimento de como sentenças compostas usando operadores lógicos são suportadas pela realidade. Certas teorias parecem bem intuitivas quando lidam com sentenças simples como 'a neve é branca', mas encontram toda sorte de problemas com a riqueza da linguagem natural. Atitudes proposicionais são um problema para teorias que tentam definir o valor verdade de uma sentença como uma função dos valores verdade de seus componentes. Esta questão está relacionada com o argumento estilingue, de que qualquer fato justifica a verdade de qualquer sentença verdadeira. Um caso um pouco diferente é o das descrições definidas não denotadoras, como 'o atual rei da França'. A solução de Russell funciona, mas, tal como está, isto acontece ao custo de definir que o que usamos como significado de uma sentença não é o significado da sentença. Estaríamos inteiramente equivocados em pensar que a sentença 'o atual Rei da França é calvo' afirma que o atual Rei da França é calvo. O que ela significa é que existe um, e apenas um, termo que tem a propriedade de ser o Rei da França e este termo tem a propriedade de ser calvo.

As sentenças compostas usando operadores lógicos são suportadas pela realidade via as características das condições de satisfação. Condições de satisfação podem ser negativas, conjuntivas ou disjuntivas. A natureza composicional destas sentenças se reflete na natureza composicional das condições de satisfação. Na descrição de Atitudes proposicionais, no entanto, este não é o caso. A composicionalidade só é possível quando as condições de satisfação das partes definem as condições de satisfação da composição. E substitutividade *salva veritate* só é válida quando a operação garante que as condições de satisfação permanecerão inalteradas. Isto claramente não é o caso no caso do argumento estilingue, que assim se torna falacioso. Por outro lado, posso adotar quase integralmente a solução de Russell para descrições definidas não denotadoras e concordar que a sentença 'o atual Rei da França é calvo' é falsa. No entanto, eu não preciso modificar o sentido desta sentença. A sentença 'o atual Rei da França é calvo' significa nada mais, nada menos, que o atual Rei da França é calvo. No entanto as condições de satisfação desta sentença exigem que exista um, e apenas um, termo que tem a propriedade de ser o Rei da França e que este termo tenha a propriedade de ser calvo. Como se vê, usando a versão forte da teoria, as soluções destes problemas são tão triviais que chegam a ser desapontadoras. Nenhuma delas é ad-hoc, sendo suportadas por princípios simples, como o Princípio Fundamental das Condições de Satisfação, que determina que, se dois *truth-bearers* possuem as mesmas condições de satisfação, então eles sempre possuem o mesmo status de condições de satisfação. Como vimos, este princípio é meramente o princípio da Indiscernibilidade dos Idênticos de Leibniz aplicado às condições de satisfação.

O fenômeno da Vagueza tem sido considerado um problema de teoria da linguagem ou de lógica mais do que um problema do conceito de Verdade. No entanto, usando a definição de Verdade e o sistema lógico que compõe a versão modesta da Concepção, podemos obter uma definição de Vagueza e a solução de Sorites e Phalakros. Atualmente os criadores de sistemas lógicos adotam a estratégia de dividir para conquistar. A Lógica do Paradoxo de Priest permite o tratamento do paradoxo do Mentiroso. A Lógica *Fuzzy* de Lotfi Zadeh (nascido em 1921) suporta certas soluções para Vagueza como a de Nicholas J. J. Smith. E a lógica da Relevância de Alan Ross Anderson (1925 - 1973) e Nuel Belnap (nascido em 1930) endereça a questão dos paradoxos da implicação. Esta estratégia de dividir para conquistar parece puro bom

senso, uma vez que estes problemas não parecem estar relacionados e eles já são complexos o suficiente quando tomados individualmente. No entanto, minha abordagem foi abandonar o bom senso e tentar resolve-los juntos e isto foi o que permitiu a solução de todos eles. A Concepção de Verdade proposta fundamentou a geração de um sistema lógico que não só faz jus as nossas intuições clássicas e é extremamente poderoso, mas também resolve uma ampla gama de problemas que outros tem dificuldade.

O sistema lógico não é baseado em valores verdade, mas em status de condições de satisfação. Em meu Lema 1 mostrei que o que chamei de tabelas de avaliação servem para validar/invalidar fórmulas da mesma forma que as velhas tabelas verdade. Minhas tabelas simplesmente espelham as propriedades do Lattice subjacente à lógica e seu uso não requer concordância com a versão forte.

Meu Teorema 1 mostrou que as sentenças T são teoremas dos axiomas de Ω para todas as sentenças aptas a serem verdadeiras. As equivalências de Tarski simplesmente não são válidas para, por exemplo, sentenças vagas. No entanto para toda sentença apta a ser verdadeira consegui derivar as sentenças-T. As leis de Não Contradição e do Terceiro Excluído são válidas em Ω , mas só porque até mesmo sentenças paradoxais e boa parte das sentenças vagas são validamente assertíveis no sistema e nem tudo que é validamente assertível é verdade. No entanto os Teoremas 2 e 3 mostraram que Lei de Não Contradição e a Lei do Terceiro Excluído são não somente válidas, mas verdadeiras para todas as sentenças aptas a serem verdadeiras. O sistema obedece a alguns dos preceitos da Lógica da Relevância e assim vários paradoxos da Implicação não são válidos em Ω .

Meu Teorema 6 não decorre dos axiomas de Ω , mas da Álgebra subjacente. Trata-se então de um teorema da Metateoria. Nele mostro que as sentenças da família do Mentiroso não são verdadeiras em nem falsas. A solução utiliza somente o fato que sentenças como *Sliar*, cujas condições de satisfação são intrinsecamente indefinidas, são avaliadas na posição $\vec{\delta}$, ou $\langle 1,1 \rangle$, do Lattice pois as funções juízes $\odot$ e $\otimes$ não tem outro critério senão definir, respectivamente, que as condições de satisfação de *Sliar* são atendidas e que as condições de satisfação de *Sliar* não são atendidas. No entanto, a sentença $Tr('Sliar')$ é falsa porque sua condição de satisfação é $Trueapt('Sliar') \circ \$^1('Sliar')$. A sentença $Fs('Sliar')$ também é falsa porque sua

condição de satisfação é $Trueapt('Sliar') \circ \$^0('Sliar')$. A versão forte só é necessária para justificar a avaliação de sentenças com condições de satisfação indefinidas. Se é tomado como convenção que estas sentenças estão na posição $\vec{\delta}$ do Lattice, o Teorema 6 depende somente da versão moderada. Todos as versões propostas do paradoxo, incluindo Vingança, o paradoxo de Yablo e o paradoxo de Kripke tem exatamente a mesma solução. Este fato é certamente um forte argumento em favor da teoria, inclusive em sua versão forte.

A Definição 1 de Princípios de Norma de Correção é uma definição filosófica relativamente independente até mesmo de características específicas da versão modesta. A ideia que exponho é que existem valores de corte entre o que é validamente assertível ou não. Na lógica clássica somente a verdade é validamente assertível. No entanto, quando lidamos com sentenças vagas, por exemplo, precisamos discriminar entre elas. Isto é um fato mesmo para aqueles que trabalham com a lógica *fuzzy*. O principal ponto é que, diferente do sistema de Zadeh, Ω estabelece valores mínimos para o que é considerado assertível. Este fato tem consequências epistemológicas importantes, que podem ser exploradas em um trabalho futuro. Por exemplo, Ω coloca limites teóricos à liberdade de opinião sobre a assertividade de sentenças vagas ao mesmo tempo que define que esta liberdade deve ser respeitada se estes limites forem obedecidos.

A Definição 2, de Vagueza em Ω , decorre diretamente da álgebra do sistema. A demonstração da falácia de Sorites, no Teorema 8 utiliza os axiomas do sistema Ω para montar um Sorites e aponta que um passo necessário, ou seja, a transformação da não verdade para a falsidade é inválido. Sorites é extremamente convincente como antinomia, mais até que o Mentiroso. A razão é que ele parte de premissas explícitas inteiramente corretas e para pessoas que acreditam que ou as sentenças são verdadeira ou são falsas o paradoxo é inevitável. A lógica *fuzzy* de Zadeh mostra como as sentenças vão se afastando do valor 0 para o valor 1, mas não fica evidente qual é exatamente o problema do paradoxo e porque ele é tão convincente. A formalização do raciocínio dentro de Ω evidencia estas questões. A premissa geral de que, se um homem está em um estado em que é claramente falso dizer que ele é calvo, a perda de um fio de cabelo, não fará com que seja verdadeiro que ele se torne calvo, é verdadeira. Mas a reutilização desta premissa precisa da passagem da conclusão não

verdadeira para uma nova premissa classificada como falsa. Quando pensamos em um homem hirsuto, a perda de um único fio de cabelo ainda o mantém na região em que ele é claramente não calvo e a passagem da não verdade para a falsidade ainda é válida. Isto torna o paradoxo ainda mais convincente, pois as primeiras iterações são completamente válidas. A conjunção de premissas explícitas válidas, a validade das primeiras iterações e a naturalidade da premissa oculta de que a não verdade implica falsidade torna o argumento, talvez, a mais bela falácia da história.

Como teste e argumento final em favor da concepção coloquei a questão que se uma teoria se propõe a se incluir na Concepção Clássica da Verdade, que materializa a intuição que algo é verdade, ao que parece, quando é suportado pela realidade, ela deve se adequar às nossas ideias intuitivas sobre a verdade. O trabalho de Lynch forneceu a base para este teste. Um dos truísmos de Lynch é que a verdade de uma crença depende de como as coisas são e não de como gostaríamos que elas fossem. Na presente concepção, a verdade depende da ontologia de satisfação, que só excepcionalmente contém o resultado de nossos desejos. Além disso, a concepção não só obedece ao requisito de objetividade, mas o requisito mais forte de assimetria. O status de uma condição de satisfação não depende da existência um *truth-bearer* com esta condição de satisfação, mas a verdade de um *truth-bearer* depende da existência e atendimento da sua condição de satisfação. Comentei que a ideia de que, quando cremos em uma verdade, a realidade é como se acredita ser é questionável em muitos casos. É razoável supor que as condições de satisfação de nossas crenças sobre o mundo físico incluam coisas como campos eletromagnéticos, quantas de energia e estrutura atômica da matéria. Talvez estas coisas realmente descrevam a realidade, e nossas crenças sobre elas são verdadeiras porque, neste caso, a realidade é como se acredita. Mas quando um homem acredita que a neve é branca ele não necessariamente acredita na fórmula molecular da água, na organização de seus cristais ou das propriedades deles em relação a radiação eletromagnética. É possível que ele nem mesmo conheça estas coisas. Sua crença que a neve é branca é verdadeira, não porque a realidade é como ele acredita, mas porque as condições de satisfação desta crença são atendidas pela realidade. O Princípio da Norma de Correção de um *truth-bearer*, em conjunto com a Definição 1, oferece uma análise detalhada de porque a verdade é uma Norma de Crença e também porque ela não é a única norma de crença possível, mas apenas um caso extremo, em que a exigência

sobre uma crença é máxima. Outros truísmos, como Lei de Não Contradição e a Lei do Terceiro Excluído são cobertos pelos axiomas α_{14} e α_{15} e, principalmente pelos Teoremas 2 e 3. O truísmo das sentenças-T é inválido em sua forma geral, mas em sua forma específica é demonstrado no Teorema 6.

Devo encerrar dizendo que a divisão entre versão forte e versão modesta da teoria foi uma adaptação que me ocorreu tardiamente, com o propósito declarado de facilitar a aceitação da Concepção. Na realidade, existe uma só Concepção de Verdade por Satisfação e ela tem premissas ontológicas que são desconfortáveis para quem quer aderir ao que é aceitável no corpo atual da Metafísica da Filosofia Analítica. Minha necessidade de que condições de satisfação tenham existência objetiva pode encontrar simpatia apenas entre os Platônicos, e mesmo estes arquearão suas sobrancelhas diante das propriedades que afirmo que uma condição de satisfação possui, ou seja, as propriedades que permitiriam a existência das duas funções juízes. Há então a necessidade premente de que seja criada uma Metafísica que suporte a Concepção de Verdade e que possa ser discutida de forma independente dela. Minha intenção é que a criação desta Metafísica seja objeto de um próximo trabalho. No entanto, devo repetir que o pressuposto que fórmulas como $(\ulcorner p \urcorner)$ designam entidades não linguísticas na realidade não implica que estas entidades formam uma categoria ontológica primitiva. De fato, eu acredito na existência de certa categoria ontológica primitiva em que as condições de satisfação têm superveniência. No entanto, deixo aqui em aberto a questão de se condições de satisfação têm superveniência em categorias ontológicas aceitáveis como propriedades ou *states of affairs*. Não tenho muitas esperanças de que isto ocorra, porém. Mesmo fora de minha concepção eu vejo problemas com as categorias tradicionais. Por exemplo, que tipo de *state of affairs* estaria relacionado com a sentença vaga ‘Harry é calvo’? De qualquer forma, certas soluções providas por minha teoria dependem da aceitação das entidades que chamo ‘condições de satisfação’, enquanto outras dependem apenas da aceitação do sistema lógico que foi criado a partir desta ideia. Tal como os matemáticos do século XVIII fizeram com os métodos que utilizam a $\sqrt{-1}$, o sistema pode ser usado pela sua capacidade de resolver problemas, mesmo que existam questionamentos sobre como ele foi criado.

REFERENCIAS

- AL-TUSI, N. A.-D. **On the logical fallacies**. Tehran: Não Informado, 1974.
- ALWISHAH, A.; SANSON, D. The Early Arabic Liar: The Liar Paradox in the Islamic World from the Mid-Ninth to the Mid-Thirteenth Centuries CE. **Vivarium**, v. 47, n. 1, p. 97-127, 2009.
- ANDERSON, A. R.; BELNAP, N. D.; DUNN, J. M. **Entailment: the logic of relevance and necessity**. Princeton, N.J: Princeton University Press, v. I, 1975.
- ANSELM; HOPKINS, J.; RICHARDSON, H. W. **Complete philosophical and theological treatises of Anselm of Canterbury**. Minneapolis: A.J. Banning Press, 2000.
- AQUINAS, T. **Summa Theologica**. New York: Benziger Brothers, 1947. Disponível em: <www.dhspriory.org/thomas/english/summa/>. Acesso em: 26 December 2016.
- AQUINAS, T. **Questiones Disputatae de Veritate**. Tradução de Robert W. e S.J. Mulligan. Chicago: Henry Regnery Company, 1952. Disponível em: <dhspriory.org/thomas>. Acesso em: 01 set. 2016.
- ARISTOTLE. **Metaphysics**. Tradução de Hugh Tredennick. London: William Heinemann Ltd., 1933. Disponível em: <www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Perseus%3atext%3a1999.01.0051>. Acesso em: 19 December 2016.
- ARISTOTLE. **The Works of Aristotle. Translated Into English Under the Editorship of W. D. Ross. Vol. I. Categoriae and De Interpretatione (and others)**. Oxford: Clarendon, 1955. Disponível em: <www.holybooks.com/completes-aristotle-pdf>. Acesso em: 21 dez. 2016.
- ARISTOTLE; ACKRILL, J. L. **Aristotle's Categories, and De interpretatione**. Tradução de J. L. Ackrill. New York: Clarendon Press Oxford University Press, 2002.
- ARMSTRONG, D. M. **Universals: an opinionated introduction**. Boulder: Westview Press, 1989.
- ARMSTRONG, D. M. A World of States of Affairs. **Philosophical Perspectives**, v. 7, Language and Logic, p. 429-440, 1993.

ARMSTRONG, D. M. **A world of states of affairs**. Cambridge New York: Cambridge University Press, 1997.

ARMSTRONG, D. M. **Truth and truthmakers**. Cambridge, U.K. New York: Cambridge University Press, 2004.

AVERY, O. T.; MACLEOD, C. M.; MCCARTY, M. Studies on the chemical nature of the substance inducing transformation of pneumococcal types. **Journal of Experimental Medicine**, n. 79, p. 137-158, 1944.

AVRON, A. Paraconsistent fuzzy logic preserving non-falsity. **Fuzzy Sets and Systems**, n. 292, p. 75-84, 2016.

BACON, F. **The Essays**. Kindle. ed. Seattle: Amazon, 2016.

BALDWIN, T. The Identity Theory of Truth. **Mind**, v. 100, n. 397, p. 35–52., 1991.

BARWISE, J.; ETCEHEMENDY, J. **The liar**: an essay on truth and circularity. New York: Oxford University Press, 1987.

BEALL, J. C. A neglected deflationist approach to the liar. **Analysis**, v. 61, n. 270, p. 126-129, 2001.

BEALL, J. C. Prolegomenon to Future Revenge. In: BEALL, J. C. **Revenge of the liar**: new essays on the paradox. Oxford New York: Oxford University Press, 2007. p. 1-30.

BEALL, J. C. **Revenge of the liar**: new essays on the paradox. Oxford New York: Oxford University Press, 2007.

BEALL, J. C.; GLANZBERG, M.; RIPLEY, D. Liar Paradox. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2016. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/liar-paradox/>. Acesso em: 11 Janeiro 2017.

BEANEY, M. **The Oxford handbook of the history of analytic philosophy**. Oxford: Oxford University Press, 2013.

BELNAP JR., N. D. A Useful Four-Valued Logic. In: DUNN, J. M.; EPSTEIN, G. **Modern Uses of Multiple-Valued Logic**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1977. p. 8-41.

BIGELOW, J. **The Reality of Numbers: A Physicalist Philosophy of Mathematics**. Oxford: Clarendon Press, 1988.

BIRKHOFF, G. **Lattice theory**. 3d.. ed. Providence: American Mathematical Society, 1967.

BLACKBURN, S. **The Oxford dictionary of philosophy**. New York : Oxford University Press, 1996.

BOLZANO, B. **Vermischte Philosophische und Physikalische Schriften**. Stuttgart: Frommann, 1775. Disponível em: <ia600204.us.archive.org/24/items/bub_gb_tvATAAAQAAJ/bub_gb_tvATAAAQA AJ.pdf>. Acesso em: 2 Janeiro 2017.

BOLZANO, B.; BERG, J. **Theory of Science**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1973.

BONNAY, D.; VAN VUGT, F. T. Groundedness, Truth and Dependence. In: ACHOURIOTI, T. E. A. **Unifying the Philosophy of Truth**. Dordrecht: Springer, 2015. p. 355-368.

BOOLE, G. **An Investigation of the Laws of Thought: On Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities**. Project Gutenberg ebook. ed. Londres: Macmillan e Co., 1854. Disponível em: <<https://www.gutenberg.org/ebooks/15114>>. Acesso em: 30 Junho 2016.

BRADLEY, F. H. **Essays on truth and reality**. Oxford: Clarendon, 1914. Disponível em: <archive.org/details/essaysontruthand00braduoft>. Acesso em: 3 Janeiro 2017.

CANDLISH, S.; DAMNJANOVIC, N. The Identity Theory of Truth. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2011. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/spr2011/entries/truth-identity/>. Acesso em: 5 Janeiro 2017.

CARNAP, R. Pseudoproblems in Philosophy. In: CARNAP, R. **The Logical Structure of the World and Pseudoproblems in Philosophy**. Chicago and La Salle, Ill: : Open Court, 2003. p. 301-343.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. D. **Metodologia científica**. 6.ed. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CHATEAUBRIAND, O. **Logical Forms. Part I. Truth and Description**. Campinas: Unicamp, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 2001. (Coleção CLE, 34).

CHISHOLM, R. M. William James's Theory of Truth. **The Monist**, v. 75, n. 4, p. 569-579, October 1992.

CRIVELLI, P. **Aristotle on Truth**. Cambridge : Cambridge University Press, 2004.

CRIVELLI, P. **Plato's account of falsehood: a study of the Sophist**. Kindle Edition. ed. Cambridge New York: : Cambridge University Press, 2012.

DA COSTA, N. C. **Sistemas Formais Inconsistentes**. Curitiba, Paraná, Brasil: Editora UFPR, 1993.

DA COSTA, N. C.; BUENO, O.; FRENCH, S. The Logic of Pragmatic Truth. **Journal of Philosophical Logic**, v. 27, n. 6, p. 603-620, 1998.

DAVID, M. Armstrong on Truthmaking. In: BEEBEE, H.; DODD., J. **Truthmakers: the contemporary debate**. Oxford Oxford New York: Clarendon Press Oxford University Press, 2005. Cap. 9, p. 141-159.

DAVID, M. The Correspondence Theory of Truth. **Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2015. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/fall2015/entries/truth-correspondence/>. Acesso em: 21 Dezembro 2015.

DAVIDSON, D. True to the facts. **Journal of Philosophy**, v. 66, n. 21, p. 748-764, 6 Nov 1969. Sixty-Sixth Annual Meeting of the American Philosophical Association Eastern Division.

DODD, J.; HORNSBY, J. The Identity Theory of Truth: Reply to Baldwin. **Mind**, v. 101, n. 402, p. 319-322, Abril 1992.

DOLNICK, A. C. **Russell's Multiple Relation Theory of Judgment Evolution and Demise**, 2012. Disponível em: <hdl.handle.net/10027/8648>. 263f. Tese (Doutorado em Filosofia) - University of Illinois at Chicago, Chicago.

DOWDEN, B. Liar Paradox. **Internet Encyclopedia of Philosophy**, 2011. Disponível em: <www.iep.utm.edu/par-liar/>. Acesso em: 11 Janeiro 2017.

FEFERMAN, A. B.; FEFERMAN, S. **Alfred Tarski: Life and Logic**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

FIELD, H. Tarski's Theory of Truth. **Journal of Philosophy**, n. No. 69, 1972. 347–75.

FREGE, G. The Thought: A Logical Inquiry. **Mind**, v. 65, n. 259, p. 289-311, Jul 1956. Disponivel em: <www.jstor.org/stable/2251513>.

FREGE, G. Frege on Russell's paradox. In: GEACH, P.; BLACK, M. **Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege**. Oxford: Basil Blackwell, 1960. p. 234-244.

FREGE, G. On sense and reference. In: P. GEACH, M. B. **Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege**. Oxford: Basil Blackwell, 1960. p. 56–78.

GASKIN, R. The Identity Theory of Truth. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2016. Disponivel em: <plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/truth-identity>. Acesso em: 5 Janeiro 2017.

GLOCK, H.-J. **A Wittgenstein Dictionary**. London: Blackwell, 1996.

GRUBER, M. **Alfred Tarski and the "Concept of Truth in Formalized Languages": A Running Commentary with Consideration of the Polish Original and the German Translation**. Switzerland: Springer, 2016.

GUPTA, A. The Liar: An Essay on Truth and Circularity. Jon Barwise , John Etchemendy. **Philosophy of Science**, v. 56, n. 4, p. 697-709, 1989.

HAHN, H.; NEURATH, O.; CARNAP, R. The Scientific Conception of the World: The Vienna Circle, 1929. Disponivel em: <evidencebasedcryptography.org/pdfs/viennacircle.pdf>. Acesso em: 12 Janeiro 2017.

HEIJENOORT, J. V. **From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic, 1879-1931**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2002.

HEMPEL, C. G. On the Logical Positivists' Theory of Truth. In: HEMPEL, C. G. **Selected Philosophical Essays**. Cambridge, UK New York: Cambridge University Press, 2000a. p. 9-20. Originally published on *Analysis* 2 (1935).

HEMPEL, C. G. Schlick and Neurath: Foundation vs. Coherence in Scientific Knowledge. In: HEMPEL, C. G. **Selected Philosophical Essays**. Cambridge, UK New

York: Cambridge University Press, 2000b. p. 181–198. Originally published on Grazer philosophische Studien vol. 16/17 (1983).

HODGES, W. Model Theory. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2013. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/fall2013/entries/model-theory/>. Acesso em: 09 Maio 2017. (Fall 2013 Edition).

HOOKEYWAY, C. Pragmatism. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2016. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/sum2016/entries/pragmatism/>. Acesso em: 6 Janeiro 2017.

HORSTEN, L. **The Tarskian turn: deflationism and axiomatic truth**. Cambridge, Mass: MIT Press, 2011.

HORWICH, P. **Truth**. Oxford New York: Clarendon Press Oxford University Press, 1998.

JAMES, W. Pragmatism: A New Name for Some Old Ways of Thinking. In: JAMES, W.; KUKLICK, B. **Writings, 1902-1910**. New York: Literary Classics of the United States Distributed to the trade in the U.S. and Canada by Viking, [1907] 1987. p. 479-624.

JAMES, W. Pragmatism's Conception of Truth. **The Journal of Philosophy, Psychology and Scientific Methods**, v. 4, n. 6, p. 141-155, Mar. 1907. Disponível em: <www.jstor.org/stable/2012189>. Acesso em: 6 Janeiro 2017.

JAMES, W. **Meaning of Truth**. Kindle. ed. Mineola: Dover Publications, 2013.

JASzkowski, S. A propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems. **Logic and Logical Philosophy**, v. 7, p. 35–56, 1999. Originalmente publicado em Polonês em 1948.

JOACHIM, H. H. **The nature of truth**. Oxford: Clarendon Press, 1906. Disponível em: <archive.org/details/thenatureoftruth00joacuoft>. Acesso em: 2 Janeiro 2017.

JOHNSON, L. E. **Focusing on truth**. New York: Routledge, 1992.

KANT, I. **Crítica da Razão Pura**. 3ª. ed. Lisboa: Fundação C. Gulbenkian, 1994.

KEITH, W.; LUNDBERG, C. O. **Public Speaking: Choice and Responsibility**. New York: Cengage Learning, 2014.

- KIRKHAM, R. L. **Theories of truth: a critical introduction**. Cambridge: MIT Press, 1995.
- KLEENE, S. C. **Introduction to Metamathematics**. Groningen New York: : Wolters-Noordhoff American Elsevier, 1971.
- KLIR, G. J.; YUAN., B. **Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications**. Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall PTR, 1995.
- KOTARBINSKI, T. The Reistic or Concretistic Approach. In: PELC, J. **Semiotics in Poland 1984–1969 (Synthese library; 119)**. Tradução de Olgierd Wojtasiewicz. Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, 1979 [1949]. p. 40-51.
- KRIPKE, S. Outline of a Theory of Truth. **The Journal of Philosophy**, 72, n. 19, 1975. 690-716.
- KÜNNE, W. **Conceptions of Truth**. New York: Oxford University Press Inc., 2005.
- LAGERLUND, H. **Encyclopedia of Medieval Philosophy**. London: Springer, 2011.
- LAWLOR, H. J. St. Paul's Quotations from Epimenides. **The Irish Church Quarterly**, v. 9, n. 35, p. 180-193, Jul 1916.
- LE MORVAN, P. Ramsey on Truth and Truth on Ramsey. **British Journal for the History of Philosophy**, v. 12, n. 4, p. 705-718, 2004. Disponível em: <http://www.tcnj.edu/~lemorvan/ramsey_web.pdf>. Acesso em: 28 Janeiro 2017.
- LEIBNIZ, G. W. **Sämtliche Schriften und Briefe**. Berlin: Akademie-Verlag, 1999. Disponível em: <www.uni-muenster.de/Leibniz/db_new_032009.html>. Acesso em: 11 maio 2017.
- ŁUKASIEWICZ, J. A Numerical Interpretation of the Theory of Propositions. In: ŁUKASIEWICZ, J.; BORKOWSKI, L. **Selected works**. Amsterdam: North-Holland Pub. Co., 1970. p. 129-130.
- ŁUKASIEWICZ, J. On Three Valued Logic. In: ŁUKASIEWICZ, J.; BORKOWSKI, L. **Selected works**. Amsterdam: North-Holland Pub. Co., 1970. p. 84-88.
- LYNCH, M. P. Three Forms of Pluralism about Truth. **Philosophia Scientiae**, n. 12-1, p. 109-124, 2008.
- LYNCH, M. P. **Truth as one and many**. Oxford, UK: Clarendon Press, 2009.

MCFARLAND, A.; MCFARLAND, J.; SMITH, J. T. **Alfred Tarski Early Work in Poland—Geometry and Teaching**. New York: Springer , 2014.

MCLAUGHLIN, B.; BENNETT, K. Supervenience. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2014. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/supervenience>. Acesso em: 6 Março 2017.

MELLOR, D. H. Real metaphysics: replies. In: MELLOR, D. H.; LILLEHAMMER, H.; PEREYRA., G. **Real Metaphysics: Essays in Honour of D. H. Mellor**. London New York: Routledge, 2003. p. 212-238.

MERRICKS, T. **Truth and Ontology**. New York: Oxford University Press, 2007.

MOORE, G. E. **Some main problems of philosophy**. London: Routledge, 2004.

MOORE, R. Writing about Biology: How Rhetorical Choices Can Influence the Impact of a Scientific Paper. **Bioscene**, v. 26, n. 1, p. 23-25 , Fevereiro 2000.

MORRIS, M. **Routledge Philosophy Guidebook to Wittgenstein and the Tractatus Logico-Philosophicus**. London New York: Routledge, 2008.

MUCKLE, J. T. Isaac Israeli's definition of truth. **Archives d'histoire doctrinale et littéraire du Moyen-âge**, 1933. 5-8.

MULLIGAN, K.; SIMONS, P.; SMITH, B. Truth-Makers. **Philosophy and Phenomenological Research**, v. 44, n. 3, p. 287-321, Mar. 1984.

NEURATH, O. Physicalism. In: NEURATH, O. **Philosophical Papers 1913-1946**. Tradução de Robert S. Cohen e Marie Neurath. Dordrecht, Holland Boston Hingham, MA: D. Riedel Pub. Co. Sold and distributed in the U.S.A. and Canada by Kluwer Boston, 1983a. p. 52-57.

NEURATH, O. Protocol Statements. In: NEURATH, O. E. A. **Philosophical papers, 1913-1946**. Tradução de Robert S. Cohen e Marie Neurath. Dordrecht, Holland Boston Hingham, MA: D. Riedel Pub. Co. Sold and distributed in the U.S.A. and Canada by Kluwer Boston, 1983b. p. 91-99.

NEWTON, I. **Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World**. Tradução de Andrew Motte. Kindle. ed. Seattle: Amazon, 2015.

- NIINILUOTO, I. Theories of Truth: Vienna, Berlin, and Warsaw. In: WOLEŃSKI, J.; KÖHLER, E.; KREIS, I. W. **Alfred Tarski and the Vienna circle: Austro-Polish connections in logical empiricism**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- NIINILUOTO, I. Tarski's Definition and Truth-makers. **Annals of Pure and Applied Logic**, n. 126, 2004. 57-76.
- PATTERSON, D. E. What is a correspondence theory of truth? **Synthese**, v. 3, n. 137, p. 421 - 444, 2003.
- PAULA, E. B. D. M. et al. **Manual para elaboração e normalização de dissertações e teses**. Rio de Janeiro. 2014. (6. ed. rev., atual.).
- PEDERSEN, N. J. L. L.; WRIGHT, C. Pluralist Theories of Truth. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2016. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/truth-pluralist/>. Acesso em: 24 Fevereiro 2017. Spring 2016 Edition.
- PRIEST, G. The Logic of Paradox. **Journal of Philosophical Logic**, v. 8, n. 1, 1979.
- PRIEST, G. Hyper-contradictions. **Logique et Analyse**, n. 27, p. 237–243, 1984.
- PRIEST, G.; BERTO, F. Dialetheism. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2017. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/spr2017/entries/dialetheism>. Acesso em: 27 Mar 2017. Spring 2017 Edition.
- PRIEST, G.; TANAKA, K.; WEBER, Z. Paraconsistent Logic. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2016. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/logic-paraconsistent/>. Acesso em: 26 Mar 2017. Winter 2016 Edition.
- QUINE, W. V. The ways of paradox. In: THE WAYS OF PARADOX, A. O. E. **Quine, W. V.** Cambridge, Mass: : Harvard University Press, 1976. p. 3-20.
- QUINE, W. V. **Mathematical logic**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981.
- QUINE, W. V. **Philosophy of logic**. Harvard University Press: Cambridge, 1986.
- RAMSEY, F. P. Facts and Propositions. **Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volumes**, 7, Mind, Objectivity and Fact, July 1927. 153–170.

Disponível em: <www-jstor-org.ez29.capes.proxy.ufrj.br/stable/4106403>. Acesso em: 17 Janeiro 2017.

RAMSEY, F. P.; RESCHER, N.; MAJER, U. **On Truth: Original Manuscript Materials (1927-1929)** from the Ramsey Collection at the University of Pittsburgh. Netherlands, Dordrecht: [s.n.], 1991.

RESCHER, N. Reductio ad Absurdum. **Internet Encyclopedia of Philosophy**, 2011. Disponível em: <www.iep.utm.edu/reductio/>. Acesso em: 24 Maio 2017.

RIEGER, A. The Liar, the Strengthened Liar, and Bivalence. **Erkenntnis (1975-)**, v. 54, n. 2, p. 195-203, 2001.

RODRIGUES FILHO, A. A. Sobre a Concepção da Verdade em Tarski. **Abstracta – Linguagem, Mente e Ação**, Niterói, v. 2, n. 1, p. 24–61, 2005.

ROSE, A. Systems of logic whose truth-values form lattices. **Mathematische Annalen**, v. 123, n. 1, p. 152-165, 1951.

RUSSELL, B. On Denoting. **Mind**, 14, n. 56, Oct 1905. 479–493. Disponível em: <bactra.org/Russell/denoting/>. Acesso em: 2 Janeiro 2017.

RUSSELL, B. **Philosophical essays**. New York, Bombay, and Calcutta: Longmans, Green & Co., 1910. Disponível em: <archive.org/details/philosophicaless00russ>. Acesso em: 19 Janeiro 2016.

RUSSELL, B. **The problems of philosophy**. Oxford New York: Oxford University Press, 1998 [1912].

RUSSELL, B. **History of Western philosophy**. London New York: Routledge, , 2004.

RUSSELL, B.; EAMES, E. R.; BLACKWELL, K. **Theory of knowledge: the 1913 manuscript**. London New York: Routledge, 1992.

RUSSELL, B.; PEARS, D. F. **The philosophy of logical atomism**. LaSalle, Ill: Open Court, 2010 [1918].

RUSSELL, B.; WHITEHEAD, A. N. **Principia Mathematica**. segunda. ed. Cambridge: Cambridge University Press, v. I, 1963. Disponível em: <archive.org/details/PrincipiaMathematicaVolume1>. Acesso em: 3 Janeiro 2017.

SCHLICK, M. The Foundation of Knowledge. In: AYER, A. J. **Logical Positivism**. Tradução de David Rynin. New York: Free Press, 1959. p. 209-227.

SEARLE, J. R. **Expressao e significado**: estudos da teoria dos atos da fala.=. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

SEARLE, J. R. **Intencionalidade**: um ensaio em Filosofia da Mente. Tradução de Julio Fischer e Tomás Rosa Bueno. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

SEDLEY, D. Stoicism. **Routledge Encyclopedia of Philosophy**, 1998. Disponível em: <<https://www.rep.routledge.com/articles/thematic/stoicism/v-1>>.

SHAPIRO, S. Classical Logic. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2013. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/logic-classical/>. Acesso em: 05 Maio 2017. (Winter 2013 Edition).

SHELDRAKE, R. Are we active? Or should the passive be used? **Sheldrake.Org**, p. 8-10, December 2004. Disponível em: <www.sheldrake.org/research/are-we-active-or-should-the-passive-be-used>. Acesso em: 1 jan. 2017.

SMITH, N. J. J. Vagueness as Closeness. **Australasian Journal of Philosophy**, v. 83, n. 2, p. 157 – 183, June 2005.

SMITH, N. J. J. **Vagueness and Degrees of Truth**. Oxford: Oxford University, 2009.

SOAMES, S. **Understanding Truth**. New York: Oxford University Press, 1998.

SPADE, P. V.; READ, S. Insolubles. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2013. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/fall2013/entries/insolubles/>. Acesso em: 20 Marco 2017. Fall 2013 Edition.

STEIN, N. Causes and Categories. **Noûs**, , v. 50, n. 3, p. 465-489, 2014.

TARSKI, A. The concept of truth in formalized languages. In: TARSKI, A. **Logic, Semantics, Metamathematics (1931–5)**. Tradução de J.H. Woodger. Indianapolis: Hackett Publishing Company, 1983 [1956]. p. 152-278.

TARSKI, A. **Introduction to Logic**: and to the Methodology of Deductive Sciences. Kindle. ed. Seattle: Amazon, 1995.

TARSKI, A. O Conceito de Verdade em Linguagens Formalizadas. In: MORTARI, C. A.; DUTRA, L. H. D. A. **A Concepção Semântica da Verdade**. Tradução de Celso

Reni Braida; Cezar Augusto Mortari, *et al.* São Paulo: Editora UNESP, 2007 [1933]. Cap. I, p. 19-148.

TARSKI, A. A Conceção Semântica da Verdade e os Fundamentos da Semântica. In: MORTARI, C. A.; DUTRA, L. H. D. A. **A Conceção Semântica da Verdade**. Tradução de Celso Reni Braida; Cezar Augusto Mortari, *et al.* São Paulo: Editora UNESP, 2007 [1944]. Cap. III, p. 157-202.

UEEDA, Y. Truth as Relation in Aquinas. **Veritas: Kyodai Studies in Medieval Philosophy**, n. 15, 1996. 36-52.

URBANIAK, R. **Leśniewski's systems of logic and foundations of mathematics**. Dordrecht: Springer, 2014.

WATSON, J. D.; CRICK, F. H. C. Molecular structure of nucleic acids: a structure for deoxyribose nucleic acid. **Nature**, v. 171, p. 737-738, 1953.

WIPPEL, J. F. Truth in Thomas Aquinas. **The Review of Metaphysics**, Washington DC, 43, n. 2, Dec 1989. 295-326.

WITTGENSTEIN, L. **Philosophische Untersuchungen = Philosophical investigations**. Tradução de G. E. M. Anscombe; P. M. S. Hacker e Joachim Schulte. Chichester, West Sussex, U.K. Malden, MA: Wiley-Blackwell, 2009.

WITTGENSTEIN, L. Side-by-side-by-side edition, version 0.43, of Tractatus Logico-Philosophicus, containing the original German, the Ogden/Ramsey, and Pears/McGuinness English translations, 2016. Disponível em: <people.umass.edu/klement/tlp/>. Acesso em: 29 dez. 2016.

WYATT, J. W. Pluralism and the Absence of Truth. **Doctoral Dissertations**, 2014. Disponível em: <digitalcommons.uconn.edu/dissertations/345>. Acesso em: 29 December 2016.

YABLO, S. Paradox without Self-Reference. **Analysis**, v. 53, n. 4, p. 251-252, 1993.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, n. 3, p. 338-353, 1965.

ZADEH, L. A. Fuzzy logic and approximate reasoning. **Synthese**, v. 30, n. 3-4, p. 407-428, 1975.

ZALTA, E. N. Frege's Theorem and Foundations for Arithmetic. **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2017. Disponível em: <plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/frege-theorem/>. Acesso em: 07 Abril 2017. (Summer 2017 Edition).