

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

MARCELO DA SILVA BUENO

GEOMETROGRAFIA: A CONSTRUÇÃO DE UMA ABORDAGEM CIENTÍFICA PARA O ESTUDO DE
DESENHO GEOMÉTRICO NA OBRA DE VIRGILIO ATHAYDE PINHEIRO

Rio de Janeiro

2012

GEOMETROGRAFIA: A CONSTRUÇÃO DE UMA ABORDAGEM CIENTÍFICA PARA O ESTUDO DE
DESENHO GEOMÉTRICO NA OBRA DE VIRGILIO ATHAYDE PINHEIRO

Marcelo da Silva Bueno

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia.

Orientadora: Teresa Cristina de Carvalho Piva

Rio de Janeiro

setembro de 2012

B928 Bueno, Marcelo da Silva.

Geometrografia : a construção de uma abordagem científica para o estudo de Desenho Geométrico na obra de Virgílio Athayde Pinheiro / Marcelo da Silva Bueno. – 2012.

146 f. : il., 30 cm.

Dissertação (Mestrado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza, Programa de Pós Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, 2012.

Orientadora: Profª. Drª. Teresa Cristina de Carvalho Piva.

1. Geometria – História – Teses. 2. Geometrografia – História – Teses. 3. Desenho técnico – História – Teses.. I. Piva, Teresa Cristina de Carvalho (Orient.). II Universidade Federal do Rio de Janeiro, Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza, Programa de Pós Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia. III. Título.

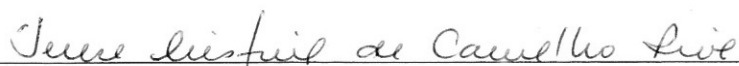
CDD 516.109

MARCELO DA SILVA BUENO

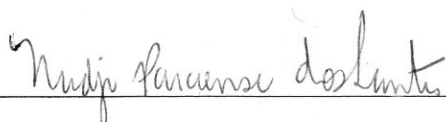
GEOMETROGRAFIA: A CONSTRUÇÃO DE UMA ABORDAGEM CIENTÍFICA
PARA O ESTUDO DE DESENHO GEOMÉTRICO NA OBRA DE VIRGILIO
ATHAYDE PINHEIRO

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Programa de Pós-Graduação
História das Ciências e das Técnicas e
Epistemologia, Universidade Federal
do Rio de Janeiro, como requisitos
parcial à obtenção do título de Mestre
em História das Ciências e das
Técnicas e Epistemologia.

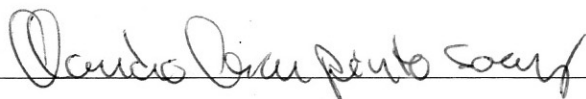
Aprovado por:



Teresa Cristina de Carvalho Piva (doutora, Centro Universitário Celso Lisboa)



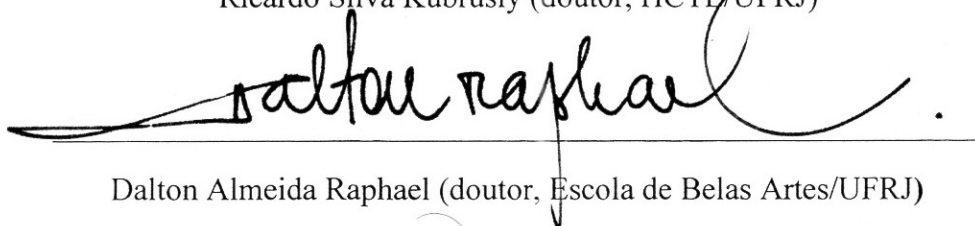
Nadja Paraense dos Santos (doutora, HCTE/UFRJ)



Claudio Cesar Pinto Soares (doutor, Escola de Belas Artes/UFRJ)



Ricardo Silva Kubrusly (doutor, HCTE/UFRJ)



Dalton Almeida Raphael (doutor, Escola de Belas Artes/UFRJ)

RESUMO

BUENO, Marcelo da Silva. Geometrografia: a construção de uma abordagem científica para o estudo de Desenho Geométrico na obra de Virgílio Athayde Pinheiro. Rio de Janeiro, 2012. Dissertação(Mestrado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia(COPPE)/ Instituto de Química/ Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

O Desenho desempenhou um importante papel no apoio às atividades científicas e ao processo de desenvolvimento técnico e industrial do Brasil no século XIX, fazendo com que, nas últimas décadas do período seu ensino se tornasse obrigatório a partir da instrução básica. Visto como uma linguagem cujo domínio seria indispensável aos trabalhadores dos mais variados setores, seus programas de ensino escolar, organizados pelo Governo Federal entre 1891 e 1954, refletiram as contradições políticas e ideológicas que caracterizaram não apenas as gestões para constituir um sistema educacional público mas, principalmente, as finalidades a que este deveria atender. Apoiado em uma fundamentação teórica pouco consistente, carente de bases filosóficas bem definidas e de metodologia adequada, o ensino escolar de Desenho – que desde o início privilegiou as modalidades de caráter geométrico – foi definitivamente retirado do currículo obrigatório em 1971, apesar da sempre alegada utilidade prática da disciplina, sendo substituído pela Educação Artística a partir da entrada em vigor da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - 5692/71. Ainda assim permaneceu nas grades curriculares até fins dos anos 70, período no qual contribuiu em certa medida para a manutenção do ensino da Geometria Euclidiana nas escolas, muito prejudicado pela adoção das práticas didáticas e metodológicas propostas pelo Movimento da Matemática Moderna a partir de meados dos anos 60. Nesse contexto, o professor Virgílio Athayde Pinheiro propôs uma nova abordagem para o estudo do Desenho Geométrico – a Geometrografia –, buscando modernizá-lo a partir de um referencial teórico que possibilitasse, ao mesmo tempo, lançar bases sólidas para seu ensino e ressignificar a representação gráfica dos entes geométricos, de modo a estudá-la de forma integrada à Matemática. O presente trabalho visa analisar, em face à trajetória errática do ensino escolar de Desenho, a importância da obra de Pinheiro para a construção de

parâmetros teóricos consistentes para o estudo do Desenho Geométrico, possibilitando ressaltar sua fundamentação racional, seu caráter transdisciplinar e sua importância como ferramenta auxiliar da Técnica e da Ciência.

Descritores: Geometrografia, Desenho, Geometria, Virgílio Athayde Pinheiro, Ensino, História das Ciências e das Técnicas no Brasil

ABSTRACT

BUENO, Marcelo da Silva. Geometrografia: a construção de uma abordagem científica para o estudo de Desenho Geométrico na obra de Virgílio Athayde Pinheiro. Rio de Janeiro, 2012. Dissertação(Mestrado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia(COPPE)/ Instituto de Química/ Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

Drawing played an important role in supporting scientific activities in Brazil along the 19th century, being also an important tool to the process of technical and industrial development of the country. These aspects led the Federal Government to include the subject in educational programs from elementary levels to high school. Taken as a language whose mastering was considered indispensable to workers in diverse sectors, Drawing remained a compulsory subject in the official school curriculum from 1891 to 1971, and its teaching guidelines reflected the political and ideological contradictions that featured not merely the actions to constitute a public education system but, mainly, the goals that it must achieve. Supported by an inconsistent theoretical background, lacking well defined philosophical foundations and appropriate methodology, Drawing teaching in school levels favored since the beginning geometric-based modalities and, despite the ever alleged practical utility of the subject, was replaced by the Arts Education in 1971 from the entry into force of the Law of Guidelines and Standards of National Education - 5692/71. Still, Drawing remained in most curricula until the late '70s, period in which gave some sort of contribution to maintain the teaching of Euclidean geometry in schools, severely hampered by the implementation of educational and methodological practices proposed by the Movement of Modern Mathematics from the mid '60s. In this context, Professor Virgílio Athayde Pinheiro conceived Geometrography as a new approach to the study of Geometric Drawing, seeking to modernize it from a theoretical structure that would allow the construction of solid foundations for its teaching and, at the same time, revalue graphic representation of geometric entities in order to study them in an integrated way to Mathematics. The present thesis aims to analyze the importance of Pinheiro's work to establish consistent theoretical parameters for Geometric Drawing, emphasizing its rational

background, its transdisciplinary character and its importance as a tool for Technics and Science.

Key-words: Geometrography, Drawing, Geometry, Virgilio Athayde Pinheiro, Teaching, History of Science and Technics in Brazil

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 UM BREVE HISTÓRICO DO ENSINO DE DESENHO NO BRASIL.....	23
1.1 A IMPLANTAÇÃO DO ENSINO FORMAL DE DESENHO NO BRASIL.....	23
1.2 DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO EM FINS DO SÉCULO XIX E ACELERAÇÃO DO PROCESSO DE INDUSTRIALIZAÇÃO NO SÉCULO XX.....	31
1.3 A INCORPORAÇÃO DO DESENHO À MATRIZ CURRICULAR OBRIGATÓRIA E A HEGEMONIA DOS SISTEMAS GEOMÉTRICOS DE REPRESENTAÇÃO.....	33
1.4 A ERA VARGAS (1930 – 1945) E O PERÍODO INTERDITADURAS (1946 – 1964): AÇÕES NO PLANO EDUCACIONAL E CONSEQUÊNCIAS PARA O ENSINO DE DESENHO.....	35
1.5 RÉQUIEM PARA O ENSINO ESCOLAR DE DESENHO.....	40
2 GEOMETRIA VERSUS GEOMETROGRAFIA: A QUESTÃO DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS ENTES GEOMÉTRICOS.....	43
2.1 AS ORIGENS DA GEOMETROGRAFIA NA CONCEPÇÃO DE ÉMILE LEMOINE.....	44
2.2 A REORGANIZAÇÃO AXIOMÁTICA DA GEOMETRIA.....	55
2.3 A CISÃO ENTRE O DESENHO E A GEOMETRIA.....	60
2.4 O DESENHO COMO DISCIPLINA AUTÔNOMA.....	62
2.4.1 Análise comparativa entre soluções gráficas para um mesmo problema geométrico.....	64
2.5 AS REPERCUSSÕES DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO NO BRASIL.....	70
3 GEOMETROGRAFIA NO BRASIL E A OBRA DE VIRGILIO ATHAYDE PINHEIRO.....	80
3.1 DE AGRIMENSOR A GEÔMETRA.....	81

3.2	REVISITANDO A GEOMETROGRAFIA.....	86
3.3	A REFORMULAÇÃO DA GEOMETROGRAFIA.....	88
3.3.1	A Extensão do conceito de geometrografia.....	88
3.3.2	Aspectos gerais e referências utilizadas no Geometrografia 1.....	89
3.3.3	O conceito de figura.....	92
3.3.4	A contribuição de Petersen e a construção do método de Pinheiro.....	97
3.3.5	Análise do problema supostamente resolvido.....	101
3.3.6	Lugares geométricos como conjuntos.....	103
3.3.7	Aspectos gerais e referências utilizadas no Geometrografia 2.....	109
4	REPERCUSSÕES DA OBRA DE VIRGILIO ATHAYDE PINHEIRO E A SITUAÇÃO ATUAL DA GEOMETROGRAFIA.....	117
4.1	O IMPACTO SOBRE O ENSINO E A FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE DESENHO.....	117
4.2	REFORMULAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	118
4.3	O ESTADO DA ARTE DA GEOMETROGRAFIA: OS <i>SOFTWARE</i> DE GEOMETRIA DINÂMICA E A REAPROXIMAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E O DESENHO GEOMÉTRICO.....	121
4.3.1	Convergências entre o modelo geometrográfico proposto por Virgílio Athayde Pinheiro e alguns princípios da Geometria Dinâmica.....	122
4.4	O Curso de Especialização em Técnicas de Representação Gráfica da EBA/UFRJ.....	124
	CONCLUSÃO.....	126
	REFERÊNCIAS.....	131
	ANEXOS.....	136

INTRODUÇÃO

Desenho é Arte, Técnica ou Ciência? A resposta a essa pergunta não é simples e depende em grande medida do contexto histórico em que se coloca a questão.

A conceituação daquilo que constitui objeto de estudo de cada um desses domínios e, principalmente, do *modus operandi* de cada um deles, modificou-se substancialmente ao longo do século XX com o estabelecimento de contornos mais precisos entre suas respectivas áreas de interesse.

No século XIX esses limites ainda não eram tão nítidos, sendo comum, por exemplo, o uso do termo “arte” como alternativa vocabular para “técnica” – procedimento de uso bastante frequente, ainda nos dias atuais, pelo senso comum. Também o termo “ciência” carecia de um conceito mais específico, confundindo-se, não raramente, com a ideia (noção) de conhecimento de uma forma geral (conjunto de conhecimento de um determinado tipo). Um resquício dessa confusão pode ser facilmente identificado na linguagem cotidiana do Português, ao empregar-se a expressão “tomar ciência” como sinônima de “tomar conhecimento”.

Para além do determinismo oitocentista e da pretensa dicotomia entre duas culturas – Ciências e Humanidades – preconizada por Charles Percy Snow (1905 – 1980) no auge da Guerra Fria, o fato é que, atualmente, a despeito de suas particularidades metodológicas, ambas utilizam-se, em algum nível, de recursos proporcionados pela linguagem matemática. Enriquecido e aperfeiçoado ao longo dos dois últimos séculos, o método científico de base experimental, herdado de Galileu e Newton no alvorecer da Ciência Moderna, permanece como um dos alicerces para a investigação contemporânea dos fenômenos da natureza, assim como a concepção de modelos que dão forma concreta às hipóteses elaboradas para interpretar a estrutura e o funcionamento dos elementos constituintes do universo.

Em suas diversas modalidades representativas, o desenho foi – e ainda é – utilizado como instrumento para a construção de imagens capazes de descrever, com riqueza de

detalhes, as características morfológicas de entes reais ou imaginários, além de possibilitar a visualização de conceitos e projetos de forma sintética, clara e organizada. Assim, já foi classificado, em diferentes cenários no espaço e no tempo, como Arte, como Técnica e como Ciência¹. Atualmente, pode-se afirmar que o desenho não se encaixa isoladamente nas definições de nenhum desses três domínios, mas, por outro lado, constitui uma linguagem que incorpora, de forma extremamente rica, e em diferentes configurações, elementos próprios de cada uma dessas áreas do conhecimento.

O desenho – ou expressão gráfica – pode ser entendido, em um sentido amplo, como um processo ou método de registro de imagens sobre uma superfície, em geral, plana, por meio do grafismo. Executado à mão livre, com o auxílio de instrumentos ou, mais recentemente, com o auxílio de aplicativos computacionais, dá forma tanto a entes concretos, existentes na natureza e perceptíveis aos sentidos humanos, quanto a entes abstratos – conceitos, idéias e modelos, por exemplo. Cabe observar, portanto, que a representação gráfica não guarda, necessariamente, uma relação estrita com a realidade física, mas, antes, possibilita o registro e a comunicação de estruturas que, sem seu concurso, jamais deixariam o domínio das ideias.

A crescente especialização das diversas modalidades de desenho em função de suas aplicações práticas contribuiu, ao longo do século XIX, para sua polarização em torno de duas denominações gerais: o “desenho artístico” e o “desenho geométrico”. Sob a primeira reúnem-se as vertentes que lidam essencialmente com o desenho à mão livre, com a observação e registro dos elementos do mundo natural, com processos subjetivos para criação da forma e, atualmente, com uma menor rigidez nos padrões de composição pictórica. Podem ser citados como exemplos de algumas modalidades de desenho artístico o Desenho de Modelo Vivo – ou de Cópia do Natural – , as Perspectivas de Observação, o Desenho Decorativo, o Desenho Figurativo e o Desenho Abstrato. Na segunda denominação, encontram-se os sistemas geométricos de representação (SGR), modalidades de expressão gráfica que se valem do uso de instrumental apropriado para produzir, com a maior precisão

¹ A esse respeito, é interessante mencionar a exposição realizada em 2001 pela Biblioteca Nacional de Portugal, intitulada “A Ciência do Desenho – A Ilustração nas Coleções de Códices da Biblioteca Nacional”. Organizada em três núcleos temáticos, - Representação, Especulação e Memória – e reservando um quarto núcleo à Caligrafia, o evento procurou abordar o potencial do desenho como instrumento de comunicação sintética e suas interações com a capacidade de descrição e representação da linguagem da escrita.

possível, a iconografia dos entes geométricos. Os SGR estão fundamentados na axiomática da Geometria Euclidiana, podendo lançar mão de recursos como a projeção para construir representações bidimensionais de corpos sólidos. São exemplos de “desenhos geométricos” o próprio Desenho Geométrico Linear, o Desenho Técnico, a Geometria Descritiva e as perspectivas axonométricas.

Embora tenha sido apontado pelo jurista Rui Barbosa, em seu famoso discurso no Liceu de Artes e Ofícios², como “agente (...) capaz de operar no mundo, sem uma gota de sangue, (...) transformações incalculáveis” o Desenho, ou melhor, a história de seu ensino no Brasil, curiosamente jamais constituiu objeto de literatura significativa.

Fragmentos dessa história estão presentes em inúmeros trabalhos acadêmicos recentes, mas, com raras – e honrosas – exceções³, estão inseridos, de forma pouco expressiva, na construção de um cenário mais amplo, em geral relacionado às atividades científicas ou às atividades artísticas nacionais. Outra característica comum a grande parte das referências históricas feitas ao ensino das disciplinas de expressão gráfica no país, particularmente no âmbito da instrução básica, é o fato de estarem cronologicamente situadas em dois intervalos: de fins do período colonial até meados do século XX e a partir da virada deste para o século XXI.

Não é difícil compreender porque isso ocorre: o primeiro período mencionado anteriormente, engloba três fases distintas, mas muito importantes para o ensino de Desenho no Brasil: a primeira, inaugurada com as iniciativas pioneiras da Coroa portuguesa para estabelecer na colônia aulas que pudessem capacitar os militares ali estacionados à construção de fortificações para a defesa do território brasileiro; a segunda fase reúne a constituição de uma cultura artística e científica nacional – a partir da transferência da Corte portuguesa para o Rio de Janeiro, em 1808 –, os anos turbulentos do Primeiro Reinado e da Regência, e, finalmente, ao longo do Segundo Reinado, a construção de uma identidade nacional e os esforços para a modernização do país. A terceira e última, abrange as décadas

²“O Desenho e a Arte Industrial”, proferido em 23 de novembro de 1882 no Liceu de Artes e Ofícios do Rio de Janeiro.

³ Cumpre fazer justiça a um desses trabalhos citando-o nominalmente: “O Ensino do Desenho na Educação Brasileira. Apogeu e decadência de uma disciplina escolar”, dissertação de Mestrado defendida na UNESP, em 1994, por Roberto Alcarria do Nascimento.

finais do Império e as reviravoltas políticas da República até meados dos anos 1960, ao longo das quais o Brasil buscou estruturar um sistema de educação pública. Ao sabor dos interesses de ocasião, os governos do país optaram, nesse terceiro momento, por incorporar à matriz curricular do ensino básico disciplinas que pudessem dar suporte à formação profissional dos cidadãos, visando, de algum modo, superar o abismo tecnológico em relação às nações industrializadas. O evidente potencial de aplicação prática da linguagem do desenho – em especial de suas modalidades baseadas na geometria –, situava-o, sem dúvida, entre os conteúdos necessários à absorção dos conhecimentos técnicos e científicos que, em fins do século XIX, pareciam revestidos em ares de pedra filosofal. No domínio das artes plásticas, o desenho contribuiria como ferramenta-base para as chamadas três grandes artes – Pintura, Escultura e Arquitetura – tão necessárias para expressar o grau de “civilização” atingido pelo país.

Embora o Desenho tenha estado presente nos programas de vários tipos de estabelecimento de ensino no Brasil desde o período colonial, há poucas informações disponíveis na literatura especializada nacional a respeito dos conteúdos ministrados e do grau de aprofundamento a eles reservado, bem como sobre as técnicas empregadas no ensino da disciplina. Algumas pistas a esse respeito podem ser encontradas nas coletâneas de leis do governo brasileiro, em obras que tratam da História das Ciências no Brasil e em outras que tratam da História da Arte nacional – em particular, neste caso, aquelas que se dedicam a investigar as diretrizes e o funcionamento da antiga Academia Imperial de Belas Artes (AIBA). Os livros dedicados às memórias institucionais de estabelecimentos como a Escola Politécnica do Rio de Janeiro, o Museu Nacional e a Escola de Minas de Ouro Preto também constituem importantes fontes para reunir informações que possibilitam compreender o processo de valorização do Desenho a partir de meados do século XIX.

Quanto ao segundo período – a última década do século XX e a primeira do século atual – é possível observar que as análises acerca do ensino das modalidades de desenho baseadas nos Sistemas Geométricos de Representação(SGR) deslocaram-se, quase exclusivamente, para a esfera do nível superior. Animados pelas possibilidades oferecidas a partir do advento dos *software* do tipo CAD(*Computer Aided Design*) ou do tipo DG(*Dynamic Geometry*), engenheiros, arquitetos, designers e professores vêm-se entregando a um

fecundo debate sobre as perspectivas descortinadas ao ensino dos SGR por essas novas tecnologias e, ao mesmo tempo, acerca dos impactos por elas causados na formação de jovens profissionais. Em relação ao Nível Básico, embora o ensino de Desenho se encontre restrito a poucas instituições, vários artigos científicos vêm sendo publicados com relatos de experiências transformadoras e bem sucedidas envolvendo o emprego de aplicativos computacionais em ambientes escolares.

Se o intervalo compreendido entre os anos de 1930 e 1960 pode ser considerado a fase áurea para o ensino escolar de Desenho, por que nas décadas seguintes – 70 e 80 – a disciplina parece ter perdido o prestígio de que outrora desfrutara? A julgar pelos trabalhos dedicados à análise da Educação nesse último período, foram anos conturbados não só para o ensino das disciplinas ligadas ao Desenho Geométrico, mas, também, para o próprio ensino da Geometria. As discussões sobre a validade do modo como essas disciplinas vinham sendo trabalhadas, principalmente no Nível Básico, se aguçaram a partir da incorporação de novas metodologias de ensino que pretendiam tornar o ensino de Matemática mais intuitivo e das críticas ao próprio modelo adotado para o ensino de Desenho, no qual sempre predominaram, em detrimento da importância de outras modalidades, os conteúdos de Desenho Geométrico.

A despeito da profusão de livros didáticos sobre Desenho produzidos até o início da década de 1960, pouco se escreveu a respeito dos aspectos epistemológicos, metodológicos ou filosóficos relativos à linguagem da disciplina. Esse quadro revela-se particularmente grave em relação ao Desenho Geométrico, não só porque esta modalidade havia se tornado hegemônica – graças à sua aplicabilidade nas técnicas e na indústria – mas porque seu ensino mostrava-se distanciado de discussões teóricas a respeito do conteúdo lecionado. Enquanto a Geometria viveu grandes transformações ao longo dos séculos XIX e XX, tendo sua estrutura axiomática reorganizada de modo a se integrar aos outros campos da Matemática em uma estrutura logicamente consistente, as disciplinas de expressão gráfica não apresentaram nenhuma modificação significativa em termos teóricos ou metodológicos desde o final do século XIX, transformando a aprendizagem de Desenho e Geometria Descritiva nas escolas em um enfadonho exercício, aparentemente despropositado, de memorização e execução de traçados.

É precisamente ao domínio do Desenho Geométrico e suas interações com a Matemática que se remete o principal tema dessa dissertação: a Geometrografia.

Sistematizada a partir de uma investigação mais ampla – a mensuração da simplicidade na Matemática – conduzida pelo engenheiro francês Emile Lemoine desde fins do século XIX e tendo sua estrutura teórica completa publicada em 1902, a Geometrografia teve como objeto de estudo, desde sua formulação original, apenas as construções relativas aos entes geométricos do plano, buscando estabelecer índices que permitissem avaliar e comparar o grau de eficácia de diferentes soluções gráficas para um mesmo problema geométrico. Atualmente, contudo, a Geometrografia não mais se restringe a esses objetivos, constituindo, antes de tudo, um sistema que procura integrar aspectos teóricos e estruturais do Desenho Geométrico Linear e da Matemática, e, mais especificamente, da Geometria Plana.

A “arte das construções geométricas”, como a classificou o próprio Lemoine, não desfrutou de uma repercussão extensa, sendo avaliada já à época de sua publicação, como uma matéria de interesse e alcance restritos⁴. Ao longo do século XX, foi virtualmente abandonada, constituindo uma referência hermética mesmo entre os geômetras: na bibliografia especializada não são encontrados até meados da década de 1970, trabalhos que abordem qualquer aspecto específico da Geometrografia ou sequer mencionem a sua existência. O tema, no entanto, foi retomado em princípios dos anos 70 pelo professor **Virgílio Athayde Pinheiro** (1922 – 2006), da Escola de Belas Artes da Universidade Federal do Rio de Janeiro (EBA/UFRJ), que reformulou e ampliou o objeto de estudo da Geometrografia, buscando convertê-la em uma disciplina de convergência entre a Matemática e o Desenho Geométrico.

Pinheiro expôs seu trabalho em dois volumes que constituem obra homônima à de Lemoine, publicados, respectivamente, em 1974 e 1986 e voltados, principalmente, aos

⁴ David Eugene Smith redigiu uma nota biográfica sobre Lemoine para o volume III do periódico *The American Mathematical Monthly* (nº 2), publicado em fevereiro de 1896, na qual, ao comentar sobre os artigos *Sur quelques propriétés d'un point remarquable du triangle* e *Note sur les propriétés du centre des medianes antiparalleles dans un triangle* observa que desde a publicação desses artigos “o nome de Lemoine tornou-se familiar a todos os leitores dos periódicos de Matemática de todos os países, e é por essas contribuições que ele parece destinado a ser conhecido, mais do que por sua *Géométrie*, que ele considera seu melhor trabalho” (SMITH, 1896, p. 31, tradução nossa). Em 1906, o mesmo autor incluiu uma referência aos trabalhos de Lemoine (Art. 17, p.50) na quarta edição de seu livro *History of Modern Mathematics*.

professores de Desenho. Em face às modificações implementadas nas escolas brasileiras desde meados da década de 1960, tanto no ensino de Matemática quanto no de Desenho e Artes Plásticas, a Geometrografia de Pinheiro se propunha a estabelecer uma abordagem que ressignificasse a relevância da representação gráfica para o estudo da Geometria, reformulando o papel do Desenho Geométrico e sua metodologia de ensino.

Diante disso, é curioso que não se encontre nenhum livro ou trabalho acadêmico que trate da obra de Pinheiro, autor, também, de uma bem-sucedida coleção – tanto do ponto de vista metodológico quanto de fundamentação teórica – sobre Geometria Descritiva. Desse modo, a dissertação ora proposta justifica-se não só pelo fato de tratar de um assunto original, mas por realizar um registro, ainda que muito limitado, da contribuição de um pesquisador a quem o contexto histórico no qual atuou parece não ter feito a devida justiça.

OBJETIVOS

Com base nas informações reunidas a partir das fontes consultadas, buscar-se-á nessa dissertação:

- Analisar os aspectos inovadores presentes nos dois volumes de Geometrografia em face ao histórico do ensino de Desenho no Brasil, colocando-os em contraste com outras obras e com os ambientes intelectual e educacional – particularmente no que tange à área de expressão gráfica – existentes à época de suas publicações.
- Identificar as referências teóricas utilizadas por Pinheiro para a reformulação da Geometrografia.
- Identificar as influências e repercussões produzidas pela obra de Pinheiro na formação dos professores de Desenho, na elaboração de Livros Didáticos e no desenvolvimento de novas metodologias para o ensino da disciplina.

METODOLOGIA

Para atingir os objetivos propostos, a metodologia empregada para a realização deste trabalho baseou-se, em grande medida, na revisão de literatura, tendo sido consultados títulos disponíveis nos acervos da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, da Biblioteca Nacional de Portugal, da Biblioteca do Instituto de Matemática da UFRJ e do acervo digitalizado da Biblioteca Nacional da França, disponível na internet no sítio *Gallica – Bibliothèque Numérique* (<http://gallica.bnf.fr>).

Em virtude da escassez de literatura específica sobre a Geometrografia, uma parcela das referências bibliográficas utilizadas nessa dissertação, remete a artigos publicados em periódicos especializados e registros de apresentações realizadas em eventos científicos sobre expressão gráfica – que, graças ao esforço de alguns professores e pesquisadores, vêm sendo realizados nos níveis regional, nacional e internacional desde o final dos anos 80 – e sobre o ensino de Matemática. Recorreu-se também a depoimentos de ex-alunos e familiares de Pinheiro para tentar, se possível, reconstituir o processo de elaboração de *Geometrografia* e analisar as influências que o livro vem exercendo, desde sua publicação, no ensino e na formação de professores de Desenho. Modesto, o autor jamais reivindicou originalidade para seu tratado geometrográfico e, a despeito de seu diligente trabalho de pesquisa e da grande erudição demonstrada em seu texto, assumiu mais o papel de articulador de conhecimentos do que de gerador dos mesmos.

Convém observar que o estudo da História das Ciências e das Técnicas não raro subestima a importância das atividades de ensino enquanto vetor para a divulgação, crítica e ampliação do conhecimento científico. Muitos autores restringem-se a uma abordagem internalista da evolução de um determinado ramo das ciências e/ou das técnicas, apartando-a dos contextos socioculturais em que se desenvolveu. No outro extremo, há também aqueles que detêm-se de tal forma na análise desses contextos – julgados determinantes para a construção do conhecimento técnico/científico como resposta aos desafios oferecidos às sociedades ao longo do tempo – que acabam tornando a construção do conhecimento propriamente dito um aspecto secundário.

Assim, buscou-se desenvolver a pesquisa que embasou o trabalho ora apresentado equilibrando-a entre a abordagem de viés internalista e a análise dos aspectos conjunturais relativos ao tema, acrescentando, ainda, dados biográficos dos principais autores citados.

Julgou-se conveniente, também, fazer alguns esclarecimentos a título de melhorar a compreensão acerca do emprego do termo “desenho” ao longo desta dissertação:

- Quando empregado com inicial em letra minúscula e sem adjetivos, refere-se a expressão gráfica executada por meio de quaisquer tipos de técnica e tendo por finalidade a representação de qualquer tipo de objeto, sem, necessariamente, obedecer a parâmetros específicos – geométricos, canônicos, etc. Essa mesma forma será utilizada nos casos em que as referências bibliográficas não fizerem menção explícita a um tema ou modalidade específica de representação gráfica.
- Quando iniciado com letra maiúscula remeterá à categoria de disciplina escolar ou acadêmica cujo estudo reúne várias modalidades de desenho; se acompanhado de adjetivos – Desenho Geométrico, Desenho Artístico, Desenho Botânico – tratará, especificamente de disciplinas/modalidades de representação gráfica orientadas por algum tipo de tema, regra ou sistema.

O conceito de Técnica a ser utilizado nessa dissertação também deve estar bem delimitado, considerando que muitos autores, como Karl Marx (1818 – 1883) e Lewis Mumford (1895 – 1990), o consideram indissociável dos processos produtivos. Embora a vinculação entre o desenho e as atividades produtivas seja abordada em vários momentos ao longo do trabalho, em alguns capítulos a análise sobre o papel desempenhado pela Técnica ficará restrito a aspectos inerentes à estruturação lógica de determinados sistemas, ou, ainda, à busca por maior eficiência em processos de resolução de situações problema. Optou-se, portanto, pela definição estabelecida pelo ensaísta francês Jacques Ellul (1912 – 1994).

Apesar de tratar a técnica quase como um ente autônomo, entendeu-se que o conceito postulado por Ellul se mostraria mais adequado aos conteúdos a serem examinados nesta dissertação, por considerar a técnica antes como um sistema de racionalização de

processos, visando torná-los mais eficazes, do que o domínio de um conhecimento e/ou habilidade/competência necessários para a execução de uma tarefa específica (ELLUL, 1954)

Ademais, cabe o registro de que o autor desta dissertação atua há dezoito anos no ensino de SGR no nível básico e na formação de professores de Desenho, orientando atividades de estágio dos alunos do curso de Licenciatura em Educação Artística no Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio de Janeiro (CAp/UFRJ), trabalho realizado em estreita colaboração com professores da Escola de Belas Artes (EBA/UFRJ) e da Faculdade de Educação (FE/UFRJ). Licenciado em 1994 pelo curso com o qual colabora atualmente, o autor vivenciou, ao longo de sua graduação e, posteriormente, já no exercício profissional, um momento de críticas ao modelo proposto para o ensino das linguagens artísticas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação – Lei 5692/71 – produzida e implementada durante o Regime Militar (1964-1985); participou ainda de discussões, no âmbito da UFRJ, visando reformular os currículos do curso de Educação Artística e torná-los mais direcionados à habilitação escolhida pelos alunos. Alguns aspectos tratados nessas discussões – relativos ao ensino de Artes Visuais, Artes Cênicas e Música – acabariam sendo contemplados na nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação, promulgada em 1996 (Lei 9394/96), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) elaborados a partir desta e em deliberações governamentais específicas sobre o assunto. Quanto ao ensino de Desenho, os marcos legais vigentes são absolutamente omissos, repartindo algumas das habilidades e competências trabalhadas por essa disciplina entre aquelas próprias às esferas das Artes Visuais e da Matemática, atribuindo, portanto, aos professores desses componentes curriculares a responsabilidade de ensinar conteúdos e técnicas sobre os quais não dispõem de conhecimento específico.

Por fim, o trabalho ora apresentado se propõe a contribuir, ainda que modestamente, para subsidiar os debates acerca de qual deve ser, efetivamente, o papel do Desenho Geométrico – ou da Geometrografia, em uma abordagem mais rica – no Ensino Básico e de como este deve ser desempenhado.

CAPÍTULO 1

UM BREVE HISTÓRICO DO ENSINO DE DESENHO NO BRASIL

Um histórico verdadeiramente abrangente, ainda que breve em termos cronológicos, sobre a evolução das técnicas de representação gráfica no Brasil deveria incluir uma parte dedicada aos desenhos produzidos por suas culturas autóctones, que, mesmo antes do contato com os invasores europeus já apresentava composições representando elementos da natureza – ao estilo das pinturas rupestres – ou elaborados padrões geométricos, empregados, até os dias atuais, na decoração da tradicional cerâmica marajoara, por exemplo. Essas produções, embora constituam técnicas ancestrais, transmitidas de geração a geração, não tomaram parte na constituição do ensino formal de Desenho nem obedecem a sistemas de representação gráfica teoricamente estruturados, fugindo, portanto, ao escopo dessa dissertação.

Igualmente importante é reiterar que a análise da evolução da expressão gráfica no país está diretamente relacionada aos registros referentes ao ensino de Desenho existentes em regimentos e memórias institucionais, legislações, compêndios didáticos, e programas escolares. Em muitos casos, porém, a documentação não é muito específica a respeito dos conteúdos lecionados, restringindo-se, por exemplo, a identificar como objetivos ou programa da disciplina o desenvolvimento de habilidades específicas e/ou a capacidade de execução de determinadas tarefas.

1.1 A IMPLANTAÇÃO DO ENSINO FORMAL DE DESENHO NO BRASIL

Talvez as primeiras aulas formais envolvendo o conteúdo de desenho ministradas no Brasil remetam à Escola de Artilharia e Arquitetura Militar fundada em Salvador, segundo os moldes das aulas ministradas em Lisboa, sob a administração do Governador D.João de Lencastre (1694-1702) (CARDOSO, 1991,p.171). No período colonial, o desenho era empregado como ferramenta de projeto de fortes e casamatas, passando a ser ensinado no Rio de Janeiro a partir da “Aula de Fortificações”, criada por Carta Régia em 1699. O curso foi reformulado em 1738, com a inclusão da aula de “Fogos Artificiais”, sob a responsabilidade do então Sargento-Mor José Fernandes Pinto Alpoim (1700-1765). Em seus compêndios

“Exame de Artilheiros” e “Exame de Bombeiros” elaborados a partir do conteúdo de suas aulas, Alpoim destinou partes inteiras ao estudo da Geometria, nas quais o desenho foi largamente utilizado, servindo, entre outros fins, para ilustrar o modo mais adequado de empilhamento das munições ou descrever a trajetória de projéteis (PIVA, 2009, p. 277-294). Em 1792, D. Luís de Castro – segundo Conde de Resende e então Governador do Rio de Janeiro – criou a Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, desdobrada, posteriormente, com a criação da Academia de Aritmética, Geometria Prática, Fortificação, Desenho e Língua Francesa (1795), voltada para a formação de oficiais de Infantaria.

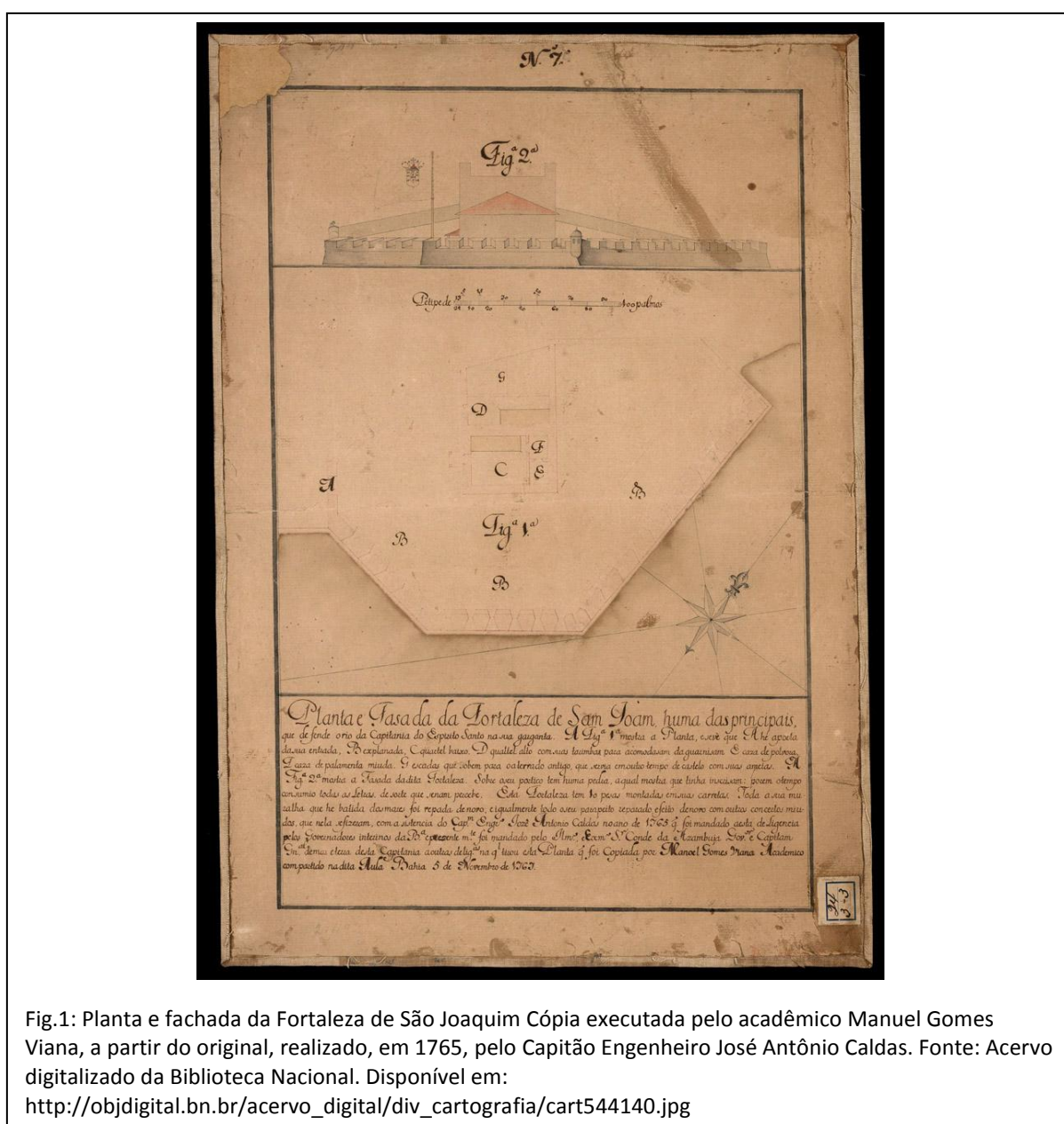


Fig.1: Planta e fachada da Fortaleza de São Joaquim Cópia executada pelo acadêmico Manuel Gomes Viana, a partir do original, realizado, em 1765, pelo Capitão Engenheiro José Antônio Caldas. Fonte: Acervo digitalizado da Biblioteca Nacional. Disponível em: http://objdigital.bn.br/acervo_digital/div_cartografia/cart544140.jpg

O tipo de representação gráfica produzida nesses cursos buscava analisar ou expressar relações entre formas, grandezas, posições e movimentos. Executados, na maioria das vezes, com o auxílio de instrumentos, os desenhos estavam, em grande medida, fundamentados em aspectos geométricos, assemelhando-se bastante às características do desenho técnico moderno e incluindo, eventualmente, vistas em perspectiva. Não dispensavam, no entanto, o capricho no acabamento, que apresentava geralmente uma finalização em aguadas de tinta e/ou simulação das texturas dos materiais representados.

Há também registros da presença do Desenho entre as disciplinas ministradas no Seminário de Olinda, fundado em 1800 por Azeredo Coutinho, e cujo ensino refletiu as mudanças promovidas pela Reforma Pombalina ao acrescentar o ensino de disciplinas científicas à antiga matriz curricular dos colégios jesuítas. Possivelmente esta constitui a primeira aparição do Desenho como disciplina da instrução básica. No entanto, segundo Walter Cardoso (1991,p. 241), “tais programas tiveram duração efêmera”.

A transferência da Corte portuguesa para o Rio de Janeiro, em 1808, produziria grandes transformações no panorama intelectual brasileiro. Com o intuito de adequar a nova sede do Reino às necessidades administrativas e culturais compatíveis com sua condição recém-adquirida, D.João VI aboliu as proibições existentes a respeito da existência de fábricas e tipografias no território brasileiro. A liberdade de imprensa, ainda que não pudesse ser exercida em sua plenitude, permitiu finalmente a circulação de idéias e informações tão necessárias à constituição de uma cultura científica. Outra das medidas adotadas por D.João VI nos anos imediatamente posteriores à sua chegada ao Brasil, foi a criação na Bahia, em 1812, da aula de Desenho e Figura, tendo como professor Antônio da Silva Lopes. No decreto de criação da aula, fica evidenciado o viés utilitarista emprestado ao conteúdo da disciplina:

Tomando em minha real consideração o que me representastes no nosso ofício com data de 14 de maio do corrente ano o benefício que eu fazia a muitos ramos de industria, auxiliando a reconhecida propensão que tem os meus fiéis vassallos, habitantes dessa cidade, para as artes em geral, e especialmente para a arquitetura naval e escultura, que por falta de conhecimentos de desenho não tem podido chegar à perfeição: hei por bem criar e estabelecer nessa cidade uma aula de desenho e figura.(SILVA apud OLIVEIRA, 2005, p 137-138).

As medidas joaninas incluíram, ainda, a instalação, no Rio de Janeiro, da Academia Real de Guardas-Marinhas, e a criação, nesta mesma cidade, do Museu Real⁵, da Biblioteca Real⁶, do Jardim Botânico e de várias instituições de ensino, como a Academia Real Militar(1810) e a Academia de Belas Artes⁷ (1820). Nos currículos de ambas academias militares, assim como no da de artes, o Desenho desfrutaria de um papel destacado embora, naturalmente, fossem distintos os aspectos da disciplina explorados como principais em cada uma das escolas.

Os estatutos da Academia Real Militar previam que as aulas de Desenho fossem ministradas a partir do primeiro ano do curso, sendo que, no segundo ano os alunos deveriam estudar também a Geometria Descritiva. Os estudos de Desenho seriam retomados, ainda, no quarto e no sexto anos, o que traduz a importância então atribuída a essa disciplina. (OLIVEIRA, 2005, p.176).

O curso matemático se compunha de quatro cadeiras de matemática, com aulas diárias, de hora e meia cada uma.

No primeiro, terceiro e quarto anos, ensinava-se diariamente desenho. No segundo ano, aulas de desenho e geometria descritiva eram dadas alternativamente, “extrahindo o essencial da obra de Monge”. (CASTRO, 1994, p.65)

Os compêndios para o ensino na Academia Real Militar estiveram entre as primeiras obras produzidas pela Imprensa Régia do Rio de Janeiro, incluído aí o livro *Elementos de Geometria Descritiva* organizado pelo lente da disciplina na academia, o segundo tenente José Vitorino dos Santos e Souza (?- 1852), com base na obra de Gaspard Monge (1746 – 1818).

O desenho também constituía o elemento central de muitas das disciplinas dos programas da Academia das Belas Artes, tais como Cópia do Natural, Cópia de Moldagens ou Esculturas, Desenho de Modelo Vivo e Desenho Anatômico, entre outras. Essas disciplinas

⁵ Designado Museu Nacional já sob o Império, foi incorporado à Universidade do Brasil (atual Universidade Federal do Rio de Janeiro) em 1946.

⁶ Atual Biblioteca Nacional.

⁷ A Academia mudou de nome várias vezes desde que o decreto de 12/08/1816 instituiu a criação da Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios. Em decreto de 12/10/1820 seu nome foi alterado para Real Academia de Desenho, Pintura e Arquitetura Civil e, em 25 de novembro do mesmo ano, um novo decreto passou a denominá-la Academia de Belas Artes. Entre 1826 e 1889 foi chamada de Academia Imperial de Belas Artes; Em 1890 foi renomeada como Escola Nacional de Belas Artes, sendo incorporada à Universidade do Brasil em 1937. No ano de 1965, a UB foi transformada em UFRJ, passando a unidade a receber, desde 1971, a denominação de Escola de Belas Artes – EBA/ UFRJ.

eram cursadas ao longo dos primeiros anos da formação artística, como preparação para as cadeiras consideradas mais nobres, como a aula de Pintura Histórica, por exemplo. De fato a Pintura, a Escultura e a Arquitetura desfrutavam, na Academia, do *status* de ciências, cujos mistérios deveriam ser desvendados pelos alunos, ao longo do curso, por meio da aprendizagem das técnicas básicas e de regras de composição.

Outro fator que fomentou o interesse pelo desenho foram as expedições de naturalistas estrangeiros pelo interior do Brasil, bastante frequentes a partir da abertura dos portos em 1808. Apesar da coleta de produções⁸ ser uma prática comum a todas as expedições, em uma época em que a fotografia ainda não existia ou, mesmo mais tarde, quando dava seus primeiros passos, o desenho constituía para os naturalistas a melhor forma de registro visual de plantas, animais, artefatos, usos e costumes de populações regionais. O domínio dessa linguagem para o estudo da História Natural era tão importante, que foi cogitada a vinculação de uma Academia de Desenho ao Museu Nacional (LOPES, 1995, p. 71). A organização de tal instituição – que acabaria sendo criada independente do Museu – ficou a cargo da Missão Artística Francesa, chefiada por Joachim Lebreton (1760-1819) e os modelos para ela imaginados refletem a concepção vigente à época sobre as interações entre as artes e as ciências:

(...)os sucessivos decretos de 1816, outubro e novembro de 1820, que estabeleciam planos para a criação da Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios ou Real Academia de Desenho, Pintura Escultura e Arquitetura Civil (...) são bastante elucidativos. Nos projetos dessa escola se partia da consideração de que as artes de desenho, pintura, escultura e arquitetura civil eram indispensáveis à civilização dos povos e à instrução pública, além do aumento e perfeição que podiam dar aos objetos da Indústria, Física e História Natural. (LOPES, op.cit., p.72)

Lebreton desejava constituir duas academias de artes, com finalidades distintas e muito bem definidas: uma seria dedicada às belas artes, nos moldes das congêneres europeias e a outra voltar-se-ia ao ensino das artes industriais e ofícios, numa proposta semelhante à que viria a ser implementada, em 1856, com a fundação do Liceu de Artes e Ofícios por Francisco Joaquim Béthencourt da Silva.

⁸ As chamadas produções compreendiam exemplares recolhidos da fauna e flora das regiões exploradas, amostras mineralógicas e artefatos produzidos pelas populações locais, tais como vestimentas típicas, utensílios domésticos, armas.

A proposta de Lebreton não pôde, no entanto, ser levada a termo, sendo, por fim, organizada apenas uma academia, que funcionaria de forma precária, em instalações cedidas pelo Museu Nacional (Cf. LOPES, 1997, p. 72) e imóveis particulares até que sua sede, projetada pelo arquiteto francês Grandjean de Montigny estivesse concluída, em 1826.

Em meados do século XIX os cursos superiores de engenharia e de artes existentes na corte do Rio de Janeiro encontravam-se consolidados na Escola Central (originada da antiga Academia Real Militar) e na Academia de Belas Artes. Já existia, naquele momento, uma clara fragmentação do Desenho: a crescente especialização por áreas concretizou, por meio do ensino de viés profissionalizante, a segmentação da linguagem gráfica em função do emprego prático de suas diversas modalidades. Assim, nos cursos da Escola Central prevaleceriam o Desenho Geométrico e a Geometria Descritiva, enquanto a Academia de Belas Artes abraçaria, além destes, o Desenho Figurativo, as cópias do natural e de moldagens, o Desenho Arquitetônico e o estudo da Perspectiva.

Nesse mesmo período – e especialmente após a Feira Mundial de Londres, em 1851 – o Brasil começou a despertar para a relevância das atividades científicas na promoção de um desenvolvimento técnico que permitisse ao país ensaiar os primeiros passos de seu processo de industrialização, o que, acreditava-se, lhe franquearia o acesso à condição de nação moderna. Isso viria a interferir de forma significativa no ensino de Desenho, que passou a ser visto como ferramenta indispensável para a superação do abismo tecnológico que separava o Brasil de potências européias como Inglaterra e França.

A reforma nos estatutos da Academia de Belas Artes, promovida durante a gestão de Manuel de Araújo Porto Alegre (1854 – 1857) refletiu esse pensamento, fornecendo claras evidências acerca da abordagem que se pretendia implementar na formação artística, ao fortalecer os recursos destinados às artes industriais e aos ofícios. Assim, o decreto nº 805, de 23 de setembro de 1854 já dava indícios de como se processariam as mudanças na Academia, dispondo seu artigo 1º nos seguintes termos:

Fica o governo autorizado para reformar a Academia das Belas Artes, observando as seguintes disposições: 1ª: Conservará as cadeiras atuais de Arquitetura, Escultura, Pintura, Gravura, Paisagem, Desenho e Anatomia; 2ª: Criará as aulas de Desenho Geométrico, Desenho de Ornatos, Escultura de Ornatos, Matemáticas Aplicadas e História das Belas Artes. (Manuscrito disponível no Museu D.João VI – Anexo 1)

Em ofício de 20 de outubro do mesmo ano, foi informada a nomeação dos segundos tenentes do Corpo de Engenheiros Ernesto Gomes Moreira Maia e José Joaquim d'Oliveira para os cargos de professor de Desenho Geométrico e Matemáticas Aplicadas, respectivamente.

Araújo Porto Alegre, que atuara como lente substituto de Desenho na Escola Militar, desempenhou um ativo papel em defesa da importância da ciência para o desenvolvimento socioeconômico do Brasil. Entre 1842 e 1859 dirigiu, no Museu Nacional, a Quarta Seção de Numismática, Artes Liberais, Arqueologia, Usos e Costumes das Nações Modernas, tendo participado dos esforços para transformar a instituição em um importante núcleo de articulação de atividades científicas no país. Nas décadas seguintes, o Museu Nacional se consolidou como órgão consultivo do governo para assuntos científicos e implementou, já sob a longa gestão de Ladislau Neto (1874 – 1893), inúmeras ações tanto para explorar o interior do país quanto para popularizar e difundir o conhecimento científico.

Sob a influência do cientificismo incorporado mundo afora pela intelectualidade do século XIX, a reforma organizada e promovida por Porto-Alegre revelava, em muitos aspectos, o propósito de colocar a arte a serviço das atividades científicas e industriais, como se pode inferir a partir de trechos de algumas de suas memórias – compiladas, comentadas e analisadas por Alfredo Galvão em artigo publicado, em 1959, na Revista do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional. Em carta enviada ao pintor Augusto Müller, por exemplo, Porto-Alegre tece considerações sobre modificações que julgava necessário serem realizadas na aula de pintura paisagística, a cargo do destinatário da missiva:

É obvio o fim do Governo Imperial na manutenção da aula de paisagens, flores e animais: criar retratistas desta nossa fecunda, bela e variada natureza para a tornar conhecida em todo o orbe por meio de fiéis transuntos.(...)

O paisagista é um auxiliar poderoso do viajante, do geógrafo e do naturalista.

Tendo nossos Estatutos consagrado a esta aula ao ensino da paisagem, flores e animais, parece-me que os meus alunos antes de pintarem a óleo deveriam ter um exercício intermediário entre o lápis e a palheta, como seja o da aquarela, porque esta pintura participa de um ou de outro trabalho. Esta transição, penso ser muito necessária, mormente pela comodidade que oferece pela economia nas despesas, e pela perfeição a que atingiu nos nossos dias.

O que faria um de nossos alunos viajando, ou adido a uma expedição científica no interior do país? Onde iria ele buscar os cômodos que pede a pintura a óleo, ou como poderia ele conservar a fidelidade do colorido com o lápis somente?(...)

O artista que se achar no mar alto, no cume dos Andes, no centro das florestas virgens, no quartinho de uma estalagem, num pouso, ou em um outro qualquer sítio incômodo, pode por meio da aquarela fazer seus estudos e levá-los à força e brilho do colorido da pintura a óleo(...) porque não há nada mais cômodo do que um estirador, uma caixinha com pastilhas ou tijolinhos de tinta e um pouco d'água.(...)

Se o professor de paisagem não tiver noções gerais de botânica, geologia e mesmo de meteorologia, nunca poderá perceber a diferença que existe entre as diversas formações de terrenos, nem o caráter peculiar das rochas, segundo sua primitiva ou secundária estrutura, nem as plantas que convém situar nestes lugares e em seus climas próprios. (PORTO-ALEGRE, apud GALVÃO, 1959, p. 51-54)

Outro documento bastante ilustrativo a respeito das concepções do então diretor da AIBA sobre o auxílio das artes à técnica e às ciências é o registro do discurso por ele proferido na 3ª Sessão Pública da Academia Imperial de Belas Artes, realizada em 6 de dezembro de 1855:

(...) O aluno que nasceu para as artes no ano de 1855, será sempre um homem útil à sociedade e respeitado por ela (...). As novas aulas estabelecidas pela reforma da Academia, vão dar lustre ao cidadão, ao artífice e ao artista;(...) o nosso país precisa muito de operários inteligentes, e é este o ponto principal do novo sistema(...). O moço, que estudar aqui dois anos com aproveitamento as Matemáticas Aplicadas e o Desenho Geométrico, já tem um meio de vida honroso, e aquela independência que o tornará digno dos sacrifícios paternos. Nos estudos teóricos e práticos dessas aulas aprenderá ele além da geometria (ciência indispensável a todo o homem), a Geometria Descritiva, a Estereotomia, a Trigonometria, a Mecânica elementar, a Ótica, a Arquitetura, a Teoria das sombras, a Perspectiva e o Desenho topográfico(...). Um artista assim educado é útil em toda a parte, porque está habilitado a ser um dia arquiteto, cenógrafo ou servir de ajudante ou condutor de um trabalho transcendente de engenharia, porque está apto a entender a linguagem do engenheiro civil, e com ele trabalhar inteligentemente. Faltava aos nossos engenheiros esta espécie complementar, estes indivíduos educados para os trabalhos científicos e habilitados no manejo dos instrumentos principais e no desenho para passar a limpo seus planos, projetos e cartas.(...)

Para o ano que vem maiores frutos começará a produzir esta casa(...). Entrarão em exercício as outras aulas industriais, onde por meio do desenho e da arte cerâmica, os nossos artistas aprenderão a compor e a modelar toda a espécie de ornatos. E de quanto proveito não serão estas aulas à nossa indústria? A uma semelhante criação deve a Lombardia a sua proeminência industrial a toda a Itália, e aquela severa beleza lhe sabe imprimir a arte como se vê em todos os artefatos da França. A Inglaterra, à proporção que progride no desenho sobe de nível na perfeição da forma dos objetos de sua indústria; o mesmo se observa, nos produtos da Prússia, Saxônia, Áustria e Rússia. O Palácio de Cristal demonstrou claramente esta verdade. O Governo Imperial não mantém esta Academia, como um objeto de luxo, para que se diga: também temos escola de belas artes. Não; ela

está criada para satisfazer às necessidades do país, para criar artífices e artistas, para espalhar o seu benigno insuflor na indústria do país(...). (PORTO-ALEGRE apud GALVÃO, 1959, p. 62 – 65)

As modificações produzidas pela reforma de Porto-Alegre não foram, contudo, bem sucedidas, tendo enfrentado muitas resistências por parte do corpo docente – em particular do grupo de professores ligados ao ex-diretor Félix Émile Taunay. Assim, os estatutos da Academia de Belas Artes sofreriam novas modificações cinco anos depois, por meio do decreto nº 2424 de 25 de maio de 1859, que, entre outras providências, instituiu o curso noturno, para o qual deveriam ser lecionadas as disciplinas Desenho Industrial, Desenho de Ornatos e de Figura, Escultura de Ornatos e Figura, Matemáticas Elementares – Aritmética e geometria práticas e elementos de mecânica – e Modelo Vivo. O curso diurno, cujo programa incluía um maior número de disciplinas voltadas para as artes tradicionais, também contava com duas aulas de Matemáticas Aplicadas: a 1ª incluía o estudo “de elementos de aritmética, de geometria, de trigonometria, de mecânica e de ótica”; a 2ª tratava do Desenho Geométrico, da Perspectiva e do Estudo das Sombras. Cabia ao professor encarregado da 1ª aula de Matemática Aplicada ministrar a aula de Matemáticas Elementares para o curso noturno, enquanto a aula de Desenho Industrial era regida pelo professor da 2ª aula de Matemática Aplicada.

1.2 DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO EM FINS DO SÉCULO XIX E ACELERAÇÃO DO PROCESSO DE INDUSTRIALIZAÇÃO NO SÉCULO XX

Se a partir da década de 1860, o Brasil inaugurou sua participação oficial nas Exposições Universais, a década de 1870 testemunhou o primeiro surto de industrialização do país e a inauguração da Escola de Minas de Ouro Preto, berço de uma nova etapa das atividades científicas no Brasil. Assim como a antiga Escola Central, transformada em Escola Politécnica a partir de 1874 – e selando a separação entre o ensino militar e o ensino civil de engenharia – a Escola de Minas possuía em seu programa, além das aulas de Desenho, aulas de Geometria Descritiva, considerada tão importante que seu conteúdo fazia parte inclusive do exame de seleção para o corpo docente da instituição.(CARVALHO, 1978, p.41)

A partir de 1883, no âmbito da proposta elaborada por Rui Barbosa (1846-1923) para reformar o sistema educacional do país, o ensino de Desenho passaria a receber nova abordagem, mantendo o viés utilitário que vinha caracterizando o trabalho com a disciplina

– voltado para a formação profissional – mas, ao mesmo tempo, introduzindo a idéia da educação artística, em todos os níveis, entendendo que o estudo da arte conjugado ao fazer artístico poderia moldar o caráter do educando, contribuindo para a construção de valores morais, éticos e estéticos. Embora a reforma preconizada por Barbosa não tenha sido implementada, suas ideias a respeito da importância do ensino escolar de Desenho alcançariam considerável repercussão.

Um dos aspectos mais interessantes de seu famoso discurso “O desenho e a arte industrial”, proferido a 23 de novembro de 1882, no Liceu de Artes e Ofícios do Rio de Janeiro, é a preocupação de Barbosa com a qualidade formal dos artefatos produzidos industrialmente. Na opinião do jurista baiano, que defendera energicamente a inclusão do Desenho no rol das disciplinas obrigatórias para a constituição de um sistema de instrução pública eficiente, voltado para a formação integral de crianças, jovens e adultos, a concepção de um bom desenho para os objetos industrializados – no sentido atribuído ao termo *design* em tempos atuais – e os instrumentos de reprodução mecânica das obras de arte seriam meios de transpor para as casas de todas as famílias objetos dotados de valor artístico. (Cf. BARBOSA, 1882, p. 3-20).

No plano político, a monarquia chegaria ao fim da década de 1880 cada vez mais enfraquecida, vindo a sucumbir diante do golpe de estado desferido pelo Exército, em cujo seio o movimento republicano e a ideologia positivista vinham há tempos arrebatando simpatizantes. Assim, a 15 de novembro de 1889, sob a espada do Marechal Deodoro da Fonseca, foi proclamada a República dos Estados Unidos do Brasil, da qual o primeiro presidente viria a ser este mesmo militar. Dias depois, D. Pedro II e sua família abandonaram o país, partindo para o exílio na França, onde o antigo Imperador veio a falecer em 1891.

A transição do Império para a República não significou, necessariamente, uma mudança expressiva na postura da classe política dominante. De fato, a elite agrária do sudeste do país já vinha aumentando sua influência sobre o governo central desde meados do século XIX, quando a cafeicultura se estabeleceu no vale do Paraíba, atraindo ao país milhares de imigrantes europeus a partir da década de 1870. A cultura canavieira já se encontrava, há algum tempo, enfraquecida em face à concorrência dos países caribenhos –

cuja produção era controlada pela Inglaterra – de modo que, no início do século XX, o café já era o principal motor da economia brasileira.

Desde os derradeiros anos da monarquia, os estados de São Paulo e Minas Gerais vinham aumentando seu poderio econômico e sua força política, conseguindo, progressivamente, impor sua agenda e ocupar esferas de influência outrora dominadas pelos políticos nordestinos. Porém, a despeito do novo surto de industrialização vivido no país – e particularmente no estado de São Paulo – por ocasião da Primeira Guerra Mundial (1914-1918), os grandes latifundiários e senhores de engenho preservaram seu poderio regional e a chamada política do “café com leite”⁹ continuou privilegiando os interesses das oligarquias ligadas à produção de bens primários.

Ao longo de todo o século XIX, a criação de um sistema público e universal de educação básica no Brasil havia sido uma questão que não recebera atenção ou tratamento adequados por nenhuma esfera governamental, tendo o país ingressado no século XX com a maioria esmagadora de sua população permanecendo analfabeta. Dentre as poucas iniciativas estatais no período monárquico que se traduziram em resultados concretos, é possível citar a criação, pelo governo imperial, do Colégio Pedro II, em 1837, e do Imperial Colégio Militar, em 1889, ambos situados na corte do Rio de Janeiro. A despeito de terem sido concebidas como instituições modelo – condição que sustentam até os dias atuais – não possuíam estrutura suficiente para absorver sequer a demanda local. A inexistência de uma política educacional centralizada que estabelecesse, em nível nacional, diretrizes mínimas para o Ensino Básico – o Ministério dos Negócios do Império era responsável apenas pelas instituições de nível superior – inviabilizava a garantia de um padrão mínimo de qualidade nos escassos estabelecimentos públicos e privados distribuídos pelo país.

1.3. A INCORPORAÇÃO DO DESENHO À MATRIZ CURRICULAR OBRIGATÓRIA DO ENSINO ESCOLAR E A HEGEMONIA DOS SISTEMAS GEOMÉTRICOS DE REPRESENTAÇÃO

Nas primeiras décadas da República, a inspiração positivista exerceu forte influência nas reformas educacionais propostas para a instrução básica, conduzidas por Benjamin Constant (1833-1891). O governo central procurou estabelecer uma referência curricular

⁹ Acordo político que promovia a alternância entre mineiros e paulistas no cargo de Presidente da República.

nacional, embora mantivesse como atribuição de estados e municípios a oferta e a gestão do ensino nos níveis primário e secundário.

Considerando o valor atribuído aos modelos como instrumento de investigação científica pelo Positivismo, é natural que fosse dedicada uma grande importância ao estudo do Desenho – particularmente, do Desenho Geométrico – levando a disciplina a figurar no currículo obrigatório.

Ora, o rigor e a precisão (desconsiderando o subjetivismo), aliados à possibilidade de representar as coisas abstratas, fizeram do desenho geométrico um instrumento útil e adequado na descrição dos fatos objetivos, proposto pela ciência natural. Dir-se-ia “pretensão rigor e precisão”, pois o próprio ato de materializar, de forma gráfica, o ente geométrico (ponto, reta), já o faz perder algumas de suas características intrínsecas (por exemplo, uma só dimensão para a reta). Num mundo predominantemente racionalista, onde o método de pesquisa da ciência natural foi tido como o método por excelência, o desenho geométrico privilegiando os mesmos atributos de rigor e precisão, teria que ser valorizado. (NASCIMENTO, 1994, p. 21)

Assim, no texto elaborado por Constant para o decreto 981, de 8 de novembro de 1890, que reformava a instrução primária e secundária do Distrito Federal, o Desenho constava como disciplina a ser lecionada em todas as classes. Ao analisar o programa proposto para o ensino da mesma, é notável a preponderância das modalidades associadas à geometria. Para o ensino primário, o programa de desenho compreendia, entre outros, os seguintes conteúdos:

- traçado de linhas retas e sua divisão em partes iguais; reprodução e avaliação dos ângulos; problemas simples de construção de linhas, ângulos, triângulos e quadriláteros, e de construção de linhas no círculo;
- estudo da circunferência, dos polígonos regulares, e das rosáceas estreladas; curvas geométricas usuais; exercícios com régua, compasso, esquadro e transferidor;
- representação em perspectiva, sombreada, de sólidos geométricos e de objetos usuais;
- desenho de ornatos, desenho de máquinas, desenho topográfico e desenho de elementos de arquitetura.

O ensino secundário, a ser ministrado pelo Ginásio Nacional e com duração de sete anos, incluiria na grade curricular, além do Desenho, a Geometria Descritiva, a Teoria das Sombras e a Perspectiva. (Cf. BRASIL, 1890)

Já nas primeiras décadas do século XX, novas reformas educacionais foram promovidas e a condição atribuída ao Desenho no ensino escolar oscilou de acordo com as conveniências de ocasião – chegando, inclusive a tornar-se uma disciplina cuja frequência às aulas constituiria o único instrumento de avaliação válido¹⁰ – embora, em termos programáticos, tenha sofrido poucas alterações e preservado a hegemonia do Desenho Geométrico até a reforma implementada pelo ministro Francisco Campos, em 1931. No nível superior, as faculdades de engenharia e as escolas de belas artes mantiveram, para o ensino das diversas modalidades de Desenho, basicamente as mesmas diretrizes, orientadas segundo as necessidades específicas de cada formação profissional.

1.4 A ERA VARGAS (1930 – 1945) E O PERÍODO INTERDITADURAS (1946 – 1964): AÇÕES NO PLANO EDUCACIONAL E CONSEQÜÊNCIAS PARA O ENSINO DE DESENHO

Após a Revolução de 1930, o Brasil iniciara um novo ciclo de industrialização, no qual o país procurou desenvolver não apenas os setores voltados para a produção de bens de consumo, mas as indústrias de base que possibilitariam o estabelecimento de um parque industrial diversificado. O discurso fortemente nacionalista de Getúlio Vargas (1882–1954) prometia conduzir o país ao seu lugar no panteão dos países desenvolvidos, mas havia ainda um longo caminho a percorrer para suplantiar todo um passivo de ações não realizadas – ou efetivadas de forma incompleta – desde os anos do Império, nas áreas técnica, científica e educacional. O baixíssimo percentual da população brasileira com alguma escolaridade não sofrera variação substancial durante a República Velha e o desafio de estender a instrução básica à maioria dos brasileiros representava o maior obstáculo ao projeto político de Vargas. Nesse sentido, a criação de Ministério dos Negócios da Educação e Saúde, em 1930¹¹ representou um avanço importantíssimo para a promoção de políticas públicas voltadas

¹⁰ O Decreto 11530, de 18 de março de 1915, estabelecia, em seu artigo 165, que a frequência às aulas de Desenho deveria ser o único referencial relativo à disciplina a ser considerado para a promoção dos alunos à série seguinte, descartando as notas obtidas nas demais avaliações. (NASCIMENTO, 1994, P.29).

¹¹ Denominado Ministério da Educação e da Saúde a partir de 1937, passou a Ministério da Educação e da Cultura em 1953.

para a organização e regulamentação do sistema educacional do país. Também na década de 1930 foram constituídas, efetivamente, as primeiras universidades brasileiras: a Universidade de São Paulo (1934) e a Universidade do Distrito Federal (1935) – que, em 1937, seria incorporada à Universidade do Brasil¹².

Ao longo dos 15 anos (1930 – 1945) em que Vargas permaneceu no poder, seus ministros da Educação realizaram várias reformas para atender às necessidades impostas pelas transformações, em todos os níveis, que o Brasil vinha experimentando. No âmbito de todas essas mudanças de legislação educacional, o ensino de o Desenho sofreu várias alterações, permanecendo, entretanto, na matriz curricular obrigatória das disciplinas escolares.

Já na primeira reforma – promovida pelo ministro Francisco Campos em 1931 – os objetivos propostos para a educação escolar foram substancialmente modificados, abandonando – ao menos no discurso – o caráter quase que exclusivamente propedêutico e reservando maior atenção à formação técnica de nível médio. Nesse contexto, o Desenho passaria a ser definido, segundo os programas expedidos em 1931, como um “instrumento de cultura” e não mais apenas como ferramenta a serviço da técnica ou do fazer artístico (NASCIMENTO, 1994, p. 32)

No entanto, os programas de Desenho e as orientações metodológicas que os acompanhavam direcionavam excessivamente a prática docente:

(...) refletindo o caráter centralizador que marcou o período pós Revolução (culminando com o golpe de 37), os programas eram bastante minuciosos e rígidos - no conteúdo e metodologia -, deixando pouca coisa para iniciativa do professor. Não se pode deixar de considerar, entretanto, que nessa época não havia cursos de formação específica de professor nas diversas áreas de ensino, incluindo-se aí o desenho, e que o seu magistério ficava a cargo de pessoas com as mais diferentes formações. Como o que se pretendia era uma atuação mais uniforme em âmbito nacional, tais medidas, embora sempre questionáveis, são explicadas em parte, por essas razões, além do próprio centralismo do poder político que estava iniciando. (NASCIMENTO, 1994, p. 32)

¹² Em 1920, fundou-se, a 7 de setembro, a Universidade do Rio de Janeiro, reunindo a Faculdade de Medicina, a Escola Politécnica e a Faculdade de Direito. Embora, oficialmente, esta tenha sido a primeira universidade brasileira a ser criada, não foram organizadas para ela, na prática, estruturas administrativas e didáticas que a caracterizassem como tal, permanecendo apenas como um grupo de faculdades reunidas. A Universidade do Brasil (UB) foi criada, em substituição à Universidade do Rio de Janeiro, por meio da Lei nº 452, de 5 de julho de 1937, recebendo, ainda, a transferência dos cursos da Universidade do Distrito Federal. A partir de 1965 a UB foi totalmente reestruturada, passando a chamar-se Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

Essa tendência permaneceu nas alterações programáticas feitas posteriormente, marcadas igualmente por inúmeras contradições a respeito de quais seriam os objetivos do ensino de Desenho, num aspecto mais amplo, e de suas modalidades. Assim, o viés utilitarista e/ou técnico presente desde as origens do ensino da disciplina no país – representado agora também na modalidade designada Desenho Convencional¹³ – convivia com as ideias de que o Desenho constituiria uma linguagem, uma forma de expressão, uma instrumento cultural.

Em 1940, por solicitação de Gustavo Capanema, à época Ministro da Educação, o arquiteto Lúcio Costa elaborou um programa de reformulação do ensino de Desenho no Curso Secundário, considerado por muitos, ainda hoje, como um modelo ideal para o ensino da disciplina, a despeito das ácidas críticas tecidas pelo autor ao trabalho dos professores de então¹⁴. Costa, que ao longo sua gestão como diretor da Escola Nacional de Belas Artes introduziu culturalmente a instituição no século XX, ao abrir espaço para as manifestações artísticas modernistas, identificou, diferentes modalidades de desenho resultantes da diversidade de objetivos propostos para a disciplina:

- para o inventor quando concebe e deseja construir – o desenho como meio de fazer, ou **desenho técnico**;
- para o curioso quando observa e deseja registrar – o desenho como documento, ou **desenho de observação**;
- para o ilustrador quando imagina uma coisa ou uma ação e deseja figurá-la – o desenho como comentário ou **desenho de ilustração**;
- para decorador quando inventa e combina arabescos – o desenho como jogo e devaneio, ou **desenho de ornamentação**;
- para o artista quando, motivado, utiliza em maior ou menor grau, essas diferentes modalidades de desenho, visando realizar obra plástica autônoma e expressar-se – o desenho como arte, ou **desenho de criação**;

Ou seja, esquematizando ainda mais para facilitar a aplicação didática:

¹³ O Desenho Convencional abraçava uma grande variedade de sistemas de representação gráfica de caráter técnico, como o Desenho Topográfico, Desenho Cartográfico, Projeções Cotadas, Projeções Ortogonais e Gráficos Estatísticos, por exemplo. (NASCIMENTO, 1994, p. 22).

¹⁴ Logo na introdução de seu texto, Costa argumenta que “ (...) as aulas serão muitas vezes ministradas por pessoas pouco esclarecidas, ou mal esclarecidas sobre o que de fato importa, convindo assim restringir ao mínimo indispensável a intervenção do professor, a fim de que a própria estruturação do programa atue por si mesma, de forma decisiva na orientação do ensino. Deste modo, sendo o professor pessoa inteligente e bem informada, o ensino dará seu maior rendimento; no caso contrário, a ação dele tornar-se-á menos nociva.” (COSTA, 1940,p.1).

1 – para a inteligência quando concebe e deseja construir, o desenho como meio de fazer, ou **desenho técnico**;

2 – para curiosidade quando observa e deseja registrar – o desenho como documento, ou **desenho de observação**;

3 – para o sentimento quando se toca; para a imaginação quando se solta; para a inteligência quando “bola” a coisa ou está diante dela e deseja penetrar-lhe o âmago e

significar, o desenho como meio de expressão plástica, ou **desenho de criação**.
(COSTA, 1940,p.2-3)

No âmbito da reforma iniciada em 1942 pelo ministro Gustavo Capanema, a Portaria Ministerial nº555, de 14 de novembro de 1945, estabeleceu os programas de Desenho para o curso ginásial do ensino secundário. Além de discriminar, por série e por modalidade – Desenho do Natural, Desenho Geométrico e Desenho Decorativo – os conteúdos a serem lecionados, o documento também determinava os objetivos e as instruções metodológicas que deveriam ser observados pelos professores para o cumprimento do programa, refletindo, assim, a opinião de Lucio Costa a respeito dessa questão.

A ideia do Desenho como disciplina auxiliar no desenvolvimento da personalidade e da formação geral do indivíduo – já sinalizada por Rui Barbosa em fins do século XIX – é retomada na década de 1950, sem prejuízo da já consagrada função do Desenho como instrumental básico para a técnica, a indústria e as belas artes.

Em 1951, foi produzido um novo programa para o ensino de Desenho, que, embora não introduzisse, em termos de conteúdos, grandes modificações em relação ao anterior, apresentava-os de forma mais genérica, possibilitando ao professor selecionar os aspectos que julgasse mais relevantes para trabalhar com seus alunos. De acordo com NASCIMENTO (1994, p. 37), este parece ter sido o último programa oficial de Desenho produzido pelo Ministério da Educação, permanecendo como referência para a maioria dos livros didáticos publicados até meados da década de 70.

A partir da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1961, o Desenho foi excluído da matriz curricular obrigatória nacional, passando a constituir uma das disciplinas complementares – ao lado das línguas estrangeiras modernas e das línguas clássicas (latim e grego) – a serem compulsoriamente oferecidas pelos estabelecimentos de ensino. Ainda assim, o curso de

formação de professores de Desenho foi, finalmente, regulamentado pelo Conselho Federal de Educação em 1962. No Parecer nº 338/62 que estabelece o currículo da licenciatura em Desenho, ficam claros os objetivos e as finalidades esperadas do ensino da disciplina:

1- O desenho nas escolas de grau médio atende a objetivos diversos, como o da expressão, ao lado da linguagem; o de complemento da matemática; e o de técnica auxiliar no ensino das ciências e nas técnicas em geral.

2- Acontece que ainda cabe ao professor de desenho a iniciação dos alunos nas artes plásticas, as quais, dada a controvérsia atual, reclamam oportunidades de interpretação nos sistemas educacionais.

3- Escolas com cursos primários em certos países ministram de par com o desenho e a pintura, a modelagem e outras atividades artísticas.

4- Ao mesmo tempo, a conexão do desenho com as artes industriais e as técnicas, ora admitidas nas escolas de grau médio, se impõe, ampliando os objetivos do seu ensino, não ainda em caráter profissional, mas propedêutico, integrados nos objetivos comuns da escola média.

5- Procurando conciliar essas tendências e encontrar um currículo comum básico, ou mínimo para a formação de professores de desenho, sugerimos:

a- História das Artes e das Técnicas;

b- Desenho Artístico e Pintura;

c- Desenho Técnico e Matemática Aplicada;

d- Modelagem e Escultura;

e- Técnica de Composição Artística;

f- Técnica de Composição Industrial;

g- Iniciação nas artes industriais;

h- Disciplinas pedagógicas, de acordo com o Parecer nº 292.

6- Os estudos de Geometria Descritiva e Projetiva bem como os de perspectiva e sombras estão compreendidos em matemática aplicada, na extensão e no desdobramento a serem fixados pelo estabelecimento de ensino.

7- A duração do curso será de quatro anos.

(BRASIL, 1962 apud NASCIMENTO, 1994, grifo nosso)

A vigência da LDB 4024/ 61 foi breve e, antes que sua substituta entrasse em vigor, dez anos depois, as reformas educacionais promovidas pelo governo militar já haviam produzido significativas alterações tanto para o ensino superior quanto para o básico.

Sob a ditadura instaurada a partir de 1964 o Brasil viveria um período no qual as gestões no sentido de fomentar a desenvolvimento tecnocientífico nacional esbarraram,

muitas vezes, em políticas educacionais inadequadas e em questões de foro ideológico – o regime demitiu, cassou e/ou exilou alguns dos mais brilhantes cientistas, pesquisadores e intelectuais brasileiros (muitos deles docentes), em função de seus credos políticos ou da suspeita de seu envolvimento em “atos subversivos”¹⁵.

1.5 RÉQUIEM PARA O ENSINO ESCOLAR DE DESENHO

As críticas ao modo como a educação artística vinha sendo trabalhada nas escolas – muitas vezes seguindo um modelo academicista – ganharam particular relevo a partir do início dos anos 60, repercutindo diretamente nos princípios norteadores do modelo proposto pela nova LDB – Lei 5692/71 – para o ensino de linguagens artísticas no contexto escolar. Buscando estabelecer um formato que contemplasse o estímulo à criatividade e possibilitasse uma abordagem integrada da expressão artística – em suas múltiplas manifestações, qualificadas tanto como linguagens quanto como componentes culturais – a nova legislação acabou, na prática, promovendo sua completa fragmentação.

A nova disciplina criada pela lei, cujo nome – Educação Artística – refletia o caráter plural que se propunha a abraçar, padeceu desde o início de extrema fragilidade no que diz respeito a seus fundamentos filosóficos, pedagógicos e metodológicos, confundindo os profissionais que já vinham trabalhando com os programas antigos e tornando precária a formação dos novos professores, submetidos a um currículo generalista que reunia componentes de todas as modalidades de expressão artística, sem aprofundar-se adequadamente em nenhuma. Cumulativamente, em virtude da fundamentação teórica pouco consistente, confundiu-se, no ambiente escolar, a idealizada abordagem integrada das formas de expressão artística com o improvável domínio polivalente das técnicas específicas de cada uma delas por parte dos professores.

Por força da lei, a Educação Artística passou a constituir disciplina obrigatória para nas escolas em todos os níveis. Novos currículos foram elaborados para os cursos de formação de professores, agora não mais organizados segundo os moldes anteriores, nos quais os alunos aprendiam os conteúdos específicos e cursavam disciplinas das faculdades

¹⁵ Entre eles podem ser citados, por exemplo, o físico e professor da USP Mario Schemberg, o militar e historiador Nelson Werneck Sodré(1911-1999), o geógrafo e professor da UFRJ e da USP Milton Santos (1926-2001) e o economista Celso Furtado(1920-2004).

de Filosofia a título de complementação pedagógica¹⁶, mas constituindo um curso de Licenciatura em Educação Artística que abraçava diferentes habilitações, cada uma vinculada a uma determinada modalidade (ou área) de expressão artística.

No que tange ao ensino de Desenho, a Lei 5692/71 representou a conclusão do processo de fragmentação da disciplina enquanto linguagem e, embora a redação legal tenha possibilitado a subsistência do ensino de Desenho como disciplina independente da Educação Artística, este passou a restringir-se, na prática, ao Desenho Geométrico. Deve-se observar, também, que a lei exigia das escolas apenas o oferecimento da Educação Artística, cabendo a cada instituição oferecer o programa que lhe parecesse mais conveniente. Com isso, muitas escolas optaram pelo ensino do Desenho Geométrico a título de Educação Artística, dado que a disciplina não exigia mudanças estruturais no espaço físico do estabelecimento de ensino – podia ser lecionada em uma sala de aula convencional –, além de apresentar-se mais “útil” para atender ao caráter profissionalizante proposto para o ensino secundário pela LDB. No entanto, à medida que professores ligados ao ensino de artes plásticas – com destaque para Ana Mae Barbosa – foram se organizando para discutir e propor fundamentações teóricas mais consistentes para a Educação Artística, o perfil da disciplina nas escolas foi-se modificando e a hegemonia outrora exercida pelo Desenho Geométrico passou às Artes Visuais.

A promulgação da atual LDB(Lei 9394/96) estabeleceu as novas diretrizes para a educação nacional, em substituição às definidas pela legislação anterior. A nova LDB fez-se acompanhar de Parâmetros Curriculares Nacionais(PCN) para os dois níveis que compõem a educação básica – Ensino Fundamental e Ensino Médio – nos quais os conteúdos foram agrupados por disciplina ou áreas de conhecimento. Parte das habilidades e competências historicamente desenvolvidas pelo ensino de Desenho foram repartidas entre as Artes Visuais e a Matemática, a quem caberia trabalhar os conteúdos relacionados aos sistemas geométricos de representação, ainda que a formação atual dos professores de Matemática não os habilite mais para isso. Como se verá mais adiante, no capítulo 2, injunções históricas

¹⁶ Este modelo persiste em muitas universidades, até os dias atuais, nos cursos de bacharelado que convivem com os de Licenciatura. Dessa forma, um bacharel em História, por exemplo, pode solicitar sua manutenção de vínculo com a instituição para, após cursar as disciplinas de formação pedagógica indicadas, obter o título de licenciado em História.

fizeram com que a importância reservada ao estudo da própria Geometria, se visse sensivelmente diminuída, refletindo no ensino escolar.

CAPÍTULO 2

GEOMETRIA VERSUS GEOMETROGRAFIA: A QUESTÃO DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS ENTES GEOMÉTRICOS



René Magritte

A História da Matemática relata que as origens da Geometria estão associadas à resolução de problemas de ordem prática, como, por exemplo, a medição de terras e a elaboração de calendários com base na observação astronômica. São atribuídas aos filósofos gregos as primeiras incursões mais aprofundadas pelos domínios abstratos da geometria, tendo como subsídios os conhecimentos de base empírica acumulados, ao longo de inúmeras gerações, por egípcios, babilônios e persas.

Quando Euclides organizou seus “Elementos”, por volta do século III a.C., deu o primeiro passo para a desvinculação completa entre a Geometria e a realidade física, definindo os entes geométricos como objetos imateriais, cuja existência se dá, exclusivamente, no pensamento humano. É evidente que a natureza provê formações e padrões que se aproximam bastante das formas geométricas ideais; também nas atividades criativas e produtivas do homem a inspiração geométrica se faz presente, seja por sua funcionalidade, pela aplicação prática de seus princípios nas mais diversas áreas ou pelo emprego de suas formas na elaboração de modelos científicos que procuram descrever o

comportamento dos fenômenos naturais. No entanto, por mais precisa que seja a reprodução material de um ente geométrico, ela, obviamente, jamais atingirá a perfeição deste último.

Não é de estranhar, portanto, que os momentos de proeminência filosófica das correntes positivistas na ciência tenham sido justamente aqueles nos quais o Desenho Geométrico desfrutou de maior *status* tanto na área científica quanto na esfera educacional. Embora possua várias limitações – como qualquer outra espécie de modelo – a representação gráfica é autoexplicativa, comunicando visualmente as características morfológicas dos entes geométricos, além de expressar relações existentes entre eles, especialmente no domínio da Geometria Euclidiana.

Ao longo do século XIX, o fascínio exercido pelo êxito do método científico moderno em descrever e prever fenômenos naturais a partir de modelos matemáticos gerou, nos meios intelectuais, uma sensação de que, com o instrumental e os recursos e adequados, quaisquer tipos de fenômenos – inclusive os sociais – poderiam ser expressos, analisados e, portanto, controlados segundo leis matemáticas. É nesse contexto que Emile Lemoine concebe, na pretensão de constituir um novo ramo da matemática aplicada, a Geometrografia.

2.1 AS ORIGENS DA GEOMETROGRAFIA NA CONCEPÇÃO DE ÉMILE LEMOINE

Mesmo para a maior parte dos profissionais familiarizados com a Geometria e com os sistemas geométricos de representação gráfica, a menção ao termo “geometrografia” causa estranheza, como se designasse um ramo obscuro ou hermético das modalidades de desenho fundamentadas na Geometria.

Originalmente, a “ciência” criada pelo engenheiro francês Emile-Michel-Hyacinthe Lemoine (1840 – 1912) ao longo das últimas décadas do século XIX – e cujo nome significa, literalmente, escrita da geometria – constituía, sobretudo, um método que buscava identificar as soluções gráficas mais eficazes para os problemas geométricos clássicos, estabelecendo para cada solução índices que permitiriam mensurar seus graus de simplicidade e exatidão.

Lemoine poderia ser considerado um matemático amador, dotado de interesses múltiplos e de um espírito inquieto. Após realizar seus estudos básicos no *Prytanee de La Flèche* – instituição originada no colégio jesuíta que Descartes havia freqüentado dois séculos antes – cursou a *École Polytechnique* de Paris, onde graduou-se engenheiro civil em 1860. Uma vez formado, ocupou alguns dos cargos tradicionalmente disponibilizados pelo Estado aos egressos da *Polytechnique*, mas parecia estar, de fato, mais interessado em desfrutar ao máximo as possibilidades que a Paris do último quartel do século XIX oferecia:

Podia ser encontrado frequentando aulas na *École des Mines*, trabalhando como preparador de M. Jansen na *École d'Architecture*, ocupando o lugar de seu antigo professor, M. Kioes no curso preparatório da *École des Beaux Arts*, aperfeiçoando seus conhecimentos de química no laboratório de Wurtz, por quem sempre teve a maior admiração e com quem manteve uma afeição recíproca. Frequentando os cursos da *École de Médecine*, os hospitais e as clínicas, dando palpites em filologia e terminando por experimentar o Direito por um ano.(...) Durante esses anos, Lemoine viajava na medida em que suas rendas o permitissem e quando estas lhe faltavam, não era incomum que viajasse como tutor de alguma família bem aquinhoadas. (SMITH, 1896, p. 31. Tradução do autor)¹⁷

O engenheiro francês cultivava uma particular preferência pelo exercício do magistério, tendo lecionado ciências até 1870, quando um problema crônico na laringe colocou fim a suas atividades como professor. No entanto, continuou dedicando-se ao estudo das ciências, tendo colaborado para fundar, em 1872, a *Société Mathématique de France* e tendo participado da organização da *Société de Physique*. Em 1886 passou a ocupar a chefia do Departamento de Distribuição de Gás de Paris, o que não o impediu de continuar participando dos eventos promovidos pelas sociedades que ajudara a constituir, bem como daqueles promovidos pela *Association Française pour L'Avancement des Sciences*. Foi em um congresso promovido por essa entidade em 1888, na cidade de Oran(Argélia), que Lemoine esboçou suas primeiras ideias de acerca da Geometrografia.

Segundo o próprio Lemoine, essas ideias originaram-se a partir de um tema mais geral – a mensuração da simplicidade nas ciências matemáticas –, sobre o qual apresentou um trabalho no evento em Oran. Restringindo seu estudo aos domínios da Geometria,

¹⁷ “We find him a student in the *École des Mines*, then *preparateur* of M. Jansen at the *École d'Architecture*, - supplying the place of his former professor, M.Kioes, in the preparatory course of the *École de Beaux Arts*, - perfecting his knowledge of chemistry in the laboratory of Wurtz, from whom he always had a great admiration and between whom and himself there was much affection, - frequenting the courses of the *École de Médecine*, the hospitals and clinics, - dabbling in philology, - and ending up by trying the law for a year. (...) During these years, too, Lemoine traveled as his income would allow, and when his income failed him he not infrequently traveled as tutor in some wealthy family.”

Lemoine passou a dedicar-se à organização da Geometrografia, que seria trazida a público por meio de uma série de artigos apresentados nos Congressos da *Association Française pour L'Avancement des Sciences* realizados nas cidades francesas de Pau(1892), Besançon(1893) e Caen(1894)(Cf. SMITH, 1896, p.31). Em 1902, seu trabalho completo – *Géométrie ou Art des Constructions Géométriques* – foi publicado em um volume da coleção *Sciences*, que se propunha a apresentar e discutir “as questões científicas da ordem do dia”, e tinha Henri Poincaré (1854 – 1912) como um dos membros do comitê editorial responsável pela seção de física e matemática.

A “Arte das construções geométricas” possuía, segundo Lemoine, quatro objetivos:

- a) Determinar coeficientes de simplicidade e exatidão para um conjunto de construções executadas.
- b) Conduzir aos procedimentos para efetuar, do modo mais simples possível uma determinada construção indicada pela geometria.
- c) Substituir, quando for possível, uma construção clássica por uma mais simples, ainda que completamente diferente daquela.
- d) Comparar todas as soluções gráficas conhecidas para um mesmo problema e identificar, dentre elas, a mais simples, que será denominada sua construção geometrográfica.¹⁸

Em sua essência, o método geometrográfico proposto no livro é bastante simples; Lemoine identificou 3 operações preparatórias e 2 operações executivas – todas realizadas apenas com o uso da régua e do compasso¹⁹ – identificado cada uma delas com um símbolo próprio:

¹⁸ A construção geometrográfica constitui, de acordo com Lemoine, o conjunto de procedimentos gráficos que permite resolver um determinado problema, quaisquer que sejam as grandezas ou posições envolvidas, do modo mais simples possível. A avaliação da simplicidade de uma construção deveria ser feita levando-se em conta o número total de operações necessárias para efetuá-la – quanto menor esse número, mais simples a construção.

¹⁹ O uso do esquadro também é admitido em algumas construções, embora, como observou Lemoine, as soluções canônicas só empreguem a régua e o compasso. O autor francês atribuiu o símbolo **E** para a operação preparatória de deslizar o esquadro sobre a borda da reta. As operações executivas realizadas com o esquadro receberiam os mesmos símbolos que as realizadas com a régua, distinguindo-se destes apenas para indicar o

Operações preparatórias:

Conduzir a borda da régua por um ponto dado – op.: R_1

Fixar a ponta seca do compasso em um ponto dado – op.: C_1

Fixar a ponta seca do compasso em um ponto qualquer de uma reta dada – op.: C_2

Deslizar o esquadro sobre a borda da reta – op.: E

Operações executivas:

Traçar uma reta – op.: R_2

Traçar uma circunferência – op.: C_3

Tomando essas operações como ferramentas, Lemoine reuniu vários problemas clássicos e passou a buscar a solução geometrográfica de cada um deles, isto é, aquela que pudesse ser obtida a partir do menor número possível de operações, tanto preparatórias quanto executivas. Para quantificar o número de procedimentos empregado em cada solução, a título de comparar seus graus de eficiência, estabeleceu dois coeficientes – de simplicidade e de exatidão – que serviriam de parâmetro não só para avaliar os aperfeiçoamentos conseguidos por ele próprio, mas para cotejá-los com os resultados obtidos por seus colaboradores.

O coeficiente de simplicidade corresponde ao total de operações realizadas, isto é, a soma de todos os procedimentos realizados. As operações são contabilizadas pelo número de vezes que ocorrem na solução. Assim, por exemplo, a construção de uma reta a partir de dois pontos dados, A e B, exigiria que a operação R_1 fosse contada duas vezes – uma quando a régua passa por A e a outra quando passa por B; o procedimento seguinte, executar o traçado da reta (op. R_2), seria contado uma única vez. Desse modo, a expressão que descreve todo o processo de construção da reta seria expressa na forma $2 R_1 + R_2$ e possuiria um coeficiente de simplicidade igual a 3. O coeficiente de exatidão, por sua vez, diz respeito ao número de operações preparatórias executadas para a resolução do problema.

grau de importância para o uso do esquadro em uma determinada construção. Assim, por exemplo, a operação preparatória de colocar a borda do esquadro em coincidência com uma reta traçada seria indicada por $2 R'_1$ – isto é, duas vezes a Op.: R_1 realizada com o esquadro em substituição à régua.

No exemplo mencionado anteriormente, portanto, o coeficiente de exatidão atribuído ao processo seria igual a 2.

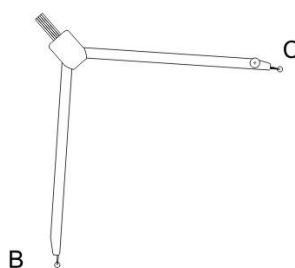
No sentido de explorar melhor esses conceitos, julgou-se conveniente analisar um outro exemplo²⁰, no qual todos os aspectos mencionados acima se façam presentes e os procedimentos do método fiquem bastante evidentes:

Enunciado: Conduzir pelo ponto A uma reta AD paralela à reta BC não traçada.

A construção geometrográfica admite como dados os pontos não colineares A, B e C e prescinde do traçado da reta BC para a construção da paralela AD procurada.

Utilizando apenas régua e compasso, o primeiro procedimento consistiria em determinar a localização do ponto D, realizando as seguintes operações:

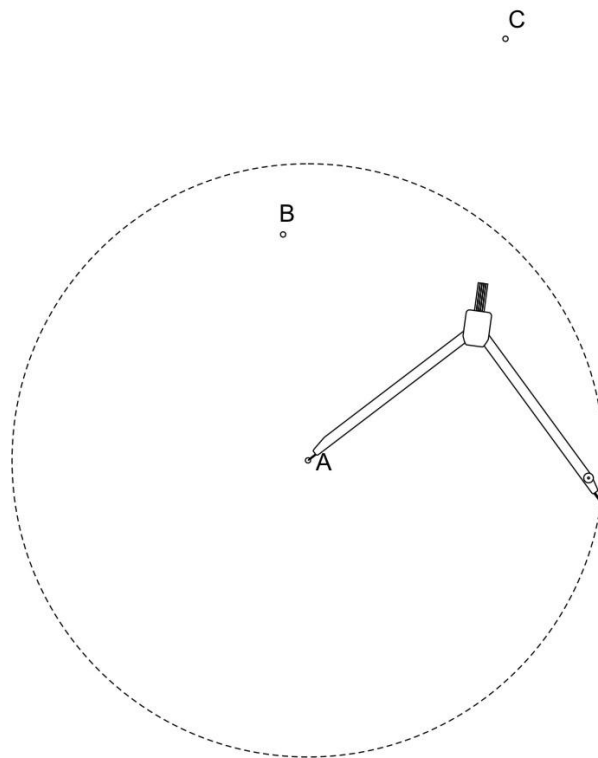
- 1) Operação preparatória – Abrir o compasso na extensão do segmento **BC** : 2 **C**₁



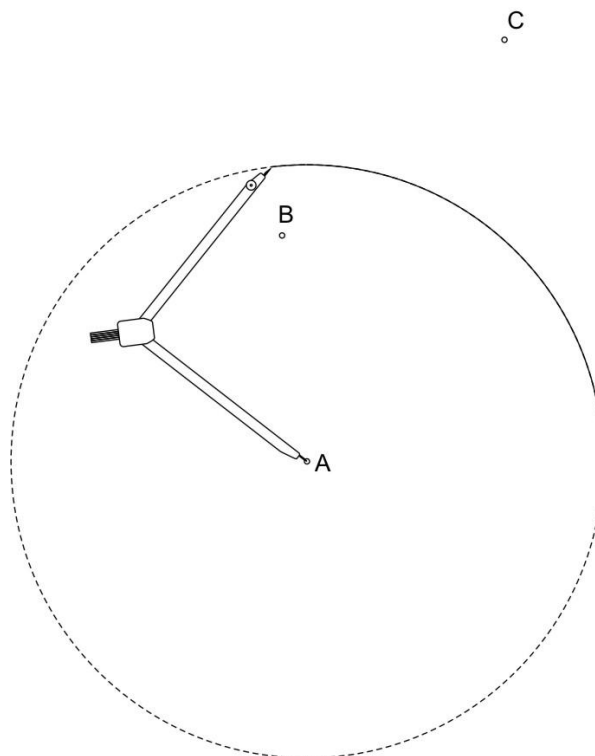
◦A

- 2) Operação preparatória – Colocar a ponta seca do compasso em **A** : **C**₁

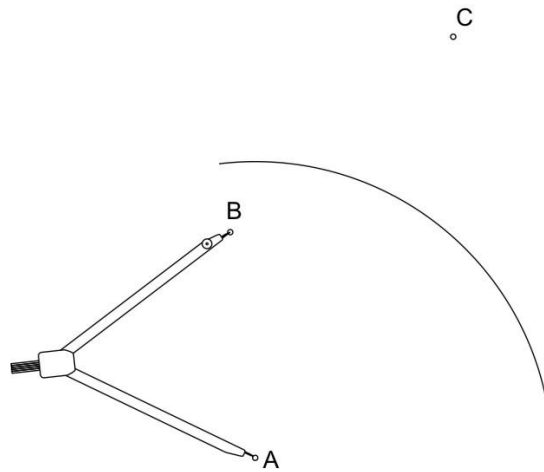
²⁰ O exemplo utilizado consiste em uma versão adaptada do problema XXV proposto por Lemoine no *Géométrographie*. O enunciado original possui a seguinte redação: “Mener para A une parallèle AD à une droite non tracée déterminée par deux des ses points B et C.”



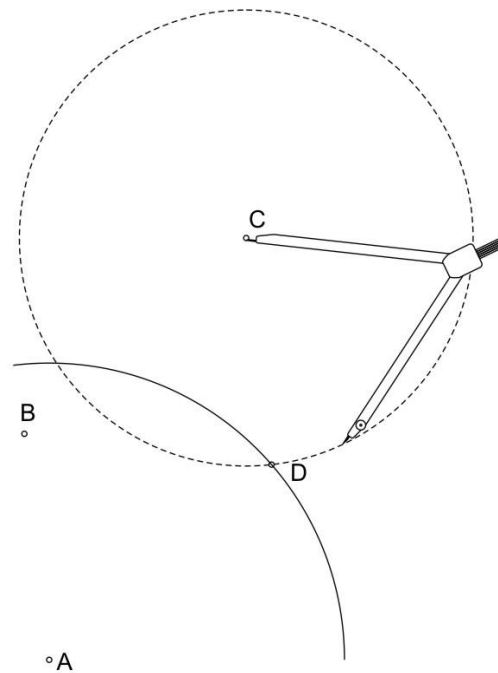
3) Operação executiva – Construir a circunferência de centro A e raio BC : C_3



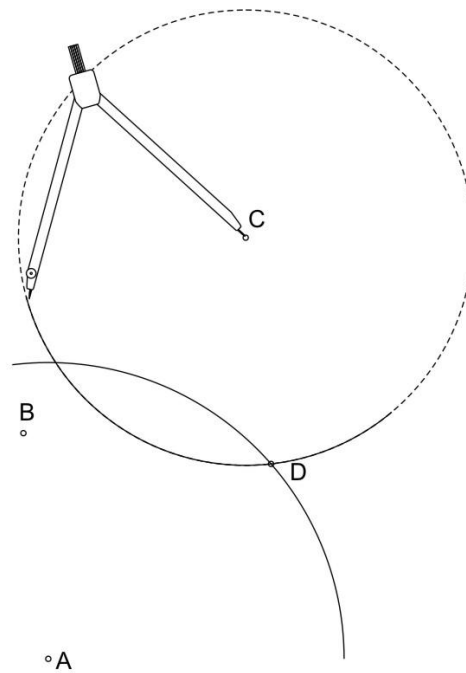
4) Operação preparatória – Abrir o compasso na extensão do segmento **AB** : **C₁** (esta a operação só é contabilizada uma vez, dado que, na etapa anterior, a ponta seca do compasso já se encontrava no ponto A



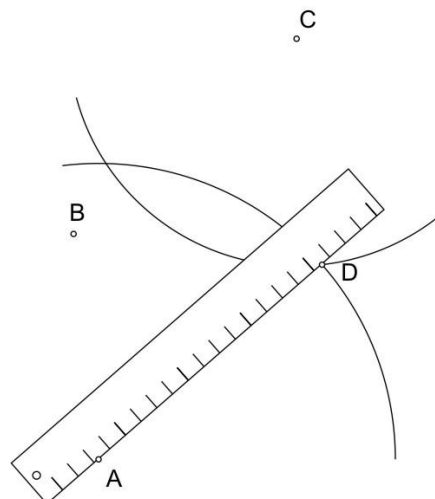
5) Operação preparatória – Colocar a ponta seca do compasso em **C** : **C₁**



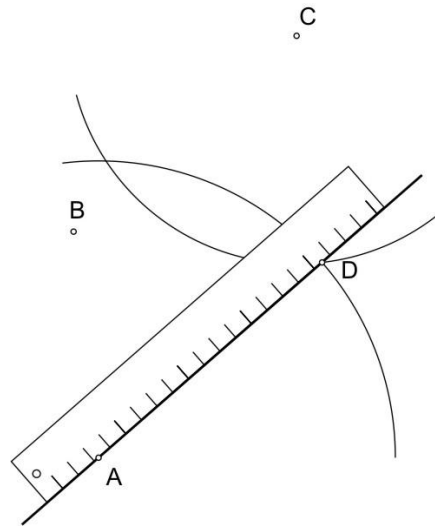
6) Operação executiva – Construir a circunferência de centro **C** e raio **AB** : **C₃** – determina-se a localização do ponto **D**



7) Operação preparatória – Posicionar a borda da régua sobre os pontos **A** e **D** raio: $2 R_1$



8) Operação executiva – Traçar a reta **AD**: **R₂**



9) As construções estão concluídas, restando, como etapa final, identificar os coeficientes de simplicidade (somatório de todas as operações executadas) e exatidão (total de operações preparatórias realizadas). Para melhor visualização desse procedimento, considerou-se adequado organizar um quadro discriminando as operações realizadas em cada etapa:

Etapas/Operações	R₁	R₂	C₁	C₂	C₃
1			2		
2			1		
3					1
4			1		
5			1		
6					1
7	2				
8		1			
Totais	2	1	5		2

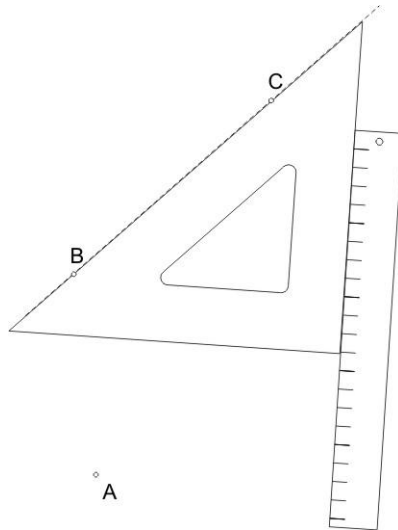
A expressão que descreve a construção ficaria, então, da seguinte forma:

$$\text{Op.: } (2 \mathbf{R_1} + \mathbf{R_2} + 5 \mathbf{C_1} + 2 \mathbf{C_3})$$

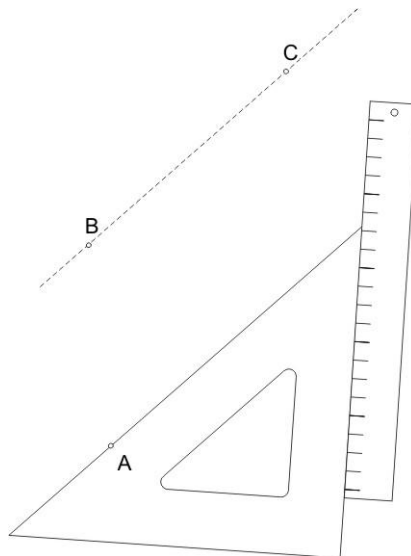
Simplicidade: 10; Exatidão: 7; Retas: 1; Circunferências: 2

Admitindo-se o uso do esquadro, a solução para o mesmo problema seria considerada, pelos critérios de Lemoine, bem mais simples que a canônica:

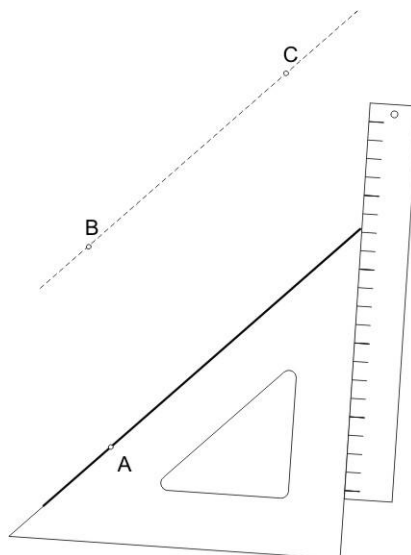
1) Operação preparatória – Posicionar a borda do esquadro sobre os pontos **B** e **C**: 2 R'_1



2) Operação preparatória – Deslizar, sobre a régua, o esquadro, até que a borda deste esteja sobre o ponto **A**: E



3) Operação executiva – Traçar, por **A**, a reta paralela a **BC** : **R₂**



Nesse caso, as construções seriam expressas como Op.: (2 **R'₁** + **E** + **R₂**), tendo coeficiente de simplicidade igual a **4** e coeficiente de exatidão igual a **3**.

Talvez o algoritmo proposto por Lemoine possa ser compreendido, segundo uma perspectiva positivista, como a tentativa de criação de uma lei geral capaz de, progressivamente, assegurar a opção pelo processo mais eficaz na solução gráfica dos problemas clássicos da geometria euclidiana. A questão é que, no momento em que trabalhava em sua *arte* das construções geométricas, a validade deste recurso começava a ser cada vez mais questionada do ponto de vista epistemológico. Enquanto modelo ou recurso didático, a concepção original da Geometrografia não encerra inconsistências, mas, para o novo tratamento que a Geometria vinha recebendo ao longo do século XIX, certos recursos, filosoficamente, não poderiam ser admitidos. Um exemplo a esse respeito pode ser encontrado logo no início da primeira parte de *Géométriegraphie*:

A Geometrografia é, por essência, totalmente especulativa, porque as hipóteses por ela elaboradas devem descartar a realidade prática. A Geometrografia supõe que a folha de desenho seja tão grande quanto o necessário para a execução integral da construção; ela supõe que os instrumentos dos quais se serve – compasso, régua (e esquadro, quando seu uso for admitido) são tão pequenos ou tão grandes quanto o traçado os demande; ela supõe que um ponto está

igualmente bem determinado qualquer que seja o ângulo sob o qual se interceptam as linhas que o definem; ela supõe a existência material do ponto e da linha. A Geometrografia guia, portanto, o desenhista de um modo análogo ao que a Mecânica racional guia o engenheiro, mas de muito mais perto. (LEMOINE, 1902, P.15 – 16, tradução e grifo nossos)²¹

A rigor, a inferência de relações entre objetos geométricos a partir de suas representações gráficas pode resultar em inconsistências lógicas, uma vez que o desenho de um ente geométrico não possui os mesmos atributos que esse, por mais precisa que seja a execução de seu traçado. Assim, embora tenha permanecido como um recurso útil para ilustrar os aspectos morfológicos, propriedades e relações entre as formas geométricas no plano e no espaço, o desenho passou a ser considerado completamente desnecessário ao processo de elaboração de uma base estritamente axiomática para geometria.

2.2 A REORGANIZAÇÃO AXIOMÁTICA DA GEOMETRIA

À época em que Lemoine dedicava-se à organização da Geometrografia, a Matemática vivia um processo de intensas transformações no que diz respeito à sua organização interna. A virada para o século XX testemunhou o momento em que a Matemática ocupava-se com a construção de uma realidade particular e ideal regida e limitada exclusivamente pela consistência lógica.

Um dos personagens mais importantes desse processo, no cenário internacional, foi o matemático alemão David Hilbert (1862-1943). Embora tenha trabalhado em vários campos da matemática, seu livro *Grundlagen der Geometrie*²², publicado pela primeira vez em 1898-1899, teve vital importância para a reorganização da Geometria.

Quase todos os ramos da Matemática já se encontravam axiomatizadas e integrados em fins do século XIX; apenas a Geometria permanecia ao largo do grande edifício da Matemática. Em parte, porque o advento das geometrias não-euclidianas colocou

²¹ “La Géométrie est d’essence toute spéculative, parce que les hypothèses qu’elle fait doivent s’écarter de la réalité pratique. Voici ces hypothèses: La Géométrie suppose que la feuille du dessin est aussi grande qu’il est nécessaire à l’exécution intégrale de la construction; elle suppose que les instruments dont on se sert: compas, règle (et équerre, lorsque son usage est admis) sont aussi petits ou aussi grands que le demande le tracé; elle suppose qu’un point est également bien déterminé quel que soit l’angle sous lequel se coupent les lignes qui le placent; elle suppose l’existence matérielle du point et de la ligne. La Géométrie guide donc le traceur d’une façon analogue à celle dont la Mécanique rationnelle guide l’ingénieur, mais de beaucoup plus près.”

²² Para a elaboração do presente trabalho foi consultada a tradução de L. Laugel para a língua francesa, publicada sob o título *Les Principes Fondamentaux de La Géométrie*.

em xeque os aspectos intuitivos da geometria, relacionados aos vínculos que a associavam à natureza física, às aplicações práticas do conhecimento matemático e, conseqüentemente, à representação gráfica dos entes geométricos.

Com a aritmetização da análise e os axiomas de Peano, a maior parte da matemática, exceto a geometria, conseguiu base estritamente axiomática. A geometria no século dezenove florescera como nunca antes, mas foi principalmente nos *Grundlagen* de Hilbert que um esforço foi feito pela primeira vez para dar-lhe o caráter puramente formal que tinham a álgebra e a análise. Os Elementos de Euclides tinham uma estrutura dedutiva, certamente, mas estavam cheios de hipóteses ocultas, definições sem sentido e falhas lógicas. Hilbert percebeu que nem todos os termos da matemática podem ser definidos e por isso começou seu tratamento da geometria com três objetos não definidos – ponto, reta e plano – e seis relações não definidas – estar sobre, estar em, estar entre, ser congruente, ser paralelo e ser contínuo. Em lugar dos cinco axiomas (ou noções comuns) de Euclides e cinco postulados, Hilbert formulou para sua geometria uma coleção de vinte e um postulados, conhecidos como axiomas de Hilbert. (BOYER, 2010, p.424)

O que Hilbert propunha, em resumo, era produzir

(...) um novo ensaio, cujo objetivo é estabelecer a geometria sobre um sistema SIMPLES e COMPLETO de axiomas INDEPENDENTES, e de deduzir destes os principais teoremas geométricos, de sorte que o papel dos diversos grupos de axiomas e o alcance das conclusões retiradas dos axiomas individuais sejam trazidos à luz assim que possível. (HILBERT, 1900, p.6, tradução nossa)²³

Os *Grundlagen der Geometrie* estão divididos em sete capítulos, dos quais o primeiro e o sétimo possuem particular interesse para o tema desta dissertação, tornando-se, portanto, objeto de um exame mais detalhado. Os demais capítulos, a despeito de abordarem vários conteúdos que fundamentam procedimentos da Geometrografia, escapam ao foco estabelecido para o presente capítulo e, assim sendo, não serão analisados.

No primeiro capítulo do livro, Hilbert dividiu os axiomas em cinco grupos – de associação (I), de distribuição (II), das paralelas (Postulado de Euclides) (III), de congruência (IV) e da continuidade (Axioma de Arquimedes)(V) – passando, em seguida a estabelecer, grupo por grupo, as relações entre os entes geométricos.

Os axiomas de associação determinam as relações entre os entes que prescindem de definição – ponto, reta e plano -, tanto no próprio plano como no espaço, organizando-as

²³“(…)un nouvel essai don’t le but est d’établir la Géométrie sur un système SIMPLE et COMPLET d’axiomes INDÉPENDANTS et de déduire de ceux-ci les principaux théorèmes géométriques, de telle sorte que Le rôle des divers groupes d’axiomes et la portée des conclusions que l’on tire des axiomes individuels soient mis en pleine lumière autant qu’il est possible.”

em ordem crescente de complexidade. Iniciando com o axioma que estabelece a determinação de uma reta a partir de dois pontos distintos, o matemático alemão esmiúça todas associações possíveis entre os entes primitivos, que, ordenadas logicamente, lhe permitem enunciar os dois primeiros teoremas dos *Grundlagen*²⁴

O segundo grupo de axiomas tratará da distribuição dos pontos em retas, em planos e no espaço, envolvendo, de acordo com o autor, aspectos das relações entre os entes primitivos que podem ser expressos pelo termo “entre”. A partir dessas relações posicionais, Hilbert define os segmentos de reta, as semi-retas, as linhas poligonais (e, em função destas, os polígonos), além de instituir a noção de região interna e região externa de uma figura. Ainda nesta parte, o matemático estabelece que uma reta divide o plano em dois semi-planos distintos e que um plano divide o espaço em duas regiões diferentes.

O tema abordado no terceiro grupo consiste do axioma das paralelas, originalmente designado como postulado por Euclides, e enunciado por Hilbert nos seguintes termos: “Em um plano α , por um ponto **A** tomado fora de uma reta **a**, pode-se conduzir uma e somente uma reta que não intercepte a reta **a**; essa reta é dita a paralela a **a** conduzida pelo ponto **A**.” (HILBERT, 1900, p. 13. Tradução do autor)²⁵

Ao analisar o axioma, Hilbert pondera que este encerra duas afirmações – a de que por **A** sempre passa uma reta que não intercepta **a** e a de que não pode existir senão uma reta com essa característica –, observando ser a segunda de importância essencial e elaborando, a partir desta, seu oitavo teorema: “Quando em um plano duas retas **a** e **b** não interceptam uma terceira reta **c** do mesmo plano, elas jamais se interceptarão” (HILBERT, op. cit., p. 13. Tradução do autor)²⁶. Mais adiante, no capítulo II, ao introduzir o exame sobre a independência entre os axiomas dos grupos III, IV e V, Hilbert retoma ao tema, analisando separadamente cada uma das afirmativas encerradas no axioma das paralelas.

²⁴ “Deux droites situées dans le même plan ont un Seul point en commun ou bien n’en ont aucun; deux plans n’ont aucun point en commun ou bien ont une droite en commun; un plan et une droite non située dans ce plan n’ont aucun point en commun ou bien en ont un seul”

“Par une droite et un point non situé sur cette droite, et de même par deux droites distinctes ayant un point en commun, il passe toujours un plan et un seul”

²⁵ “Dans un plan α , par un point **A** pris en dehors d’une droite **a**, l’on peut toujours mener une droite et une seule qui ne coupe pas la droite **a**; cette droite est dite la parallèle à **a**, menée par le point **A**”

²⁶ “Lorsque dans un plan deux droites **a, b** ne rencontrent pas une troisième droite **c** du même plan, elles ne se rencontrent pas non plus.”

O grupo IV trata dos axiomas de congruência, sendo analisados como casos fundamentais a congruência entre segmentos de reta e a congruência entre ângulos. Hilbert desenvolve as consequências dos axiomas a partir da ideia de associação de pontos correspondentes e não pela possibilidade de sobreposição dos objetos, como propunha Euclides. Examina e demonstra as condições para que ocorra a congruência entre triângulos e, ainda tratando dos axiomas do grupo IV, o autor define a relação entre o centro e os pontos da circunferência. É interessante notar que embora Hilbert defina e enuncie uma propriedade comum aos pontos da curva, não a classifica como lugar geométrico – termo que, a propósito, não é utilizado em parte alguma do livro pelo matemático alemão.

O quinto grupo trata dos axiomas de continuidade, sendo constituído pelos axiomas de Arquimedes e da integridade (*Vollständigkeit*); em linhas gerais, o primeiro assegura que um ponto qualquer sempre estará localizado entre dois outros pontos distintos, enquanto que o segundo dispõe que “os elementos da geometria formam um sistema de entes que, conservando-se todos os axiomas, não é suscetível a nenhuma extensão” (HILBERT, 1900, p. 25, tradução nossa).

O capítulo VII é dedicado a analisar as construções geométricas a régua e compasso com base nos axiomas I a V, tratando, no § 36, de seu emprego para solucionar problemas fundamentais. Hilbert não demonstra, como fizera Lemoine, interesse em relação ao número de operações gráficas a serem realizadas, mas, sim aos axiomas sobre os quais elas se apóiam, ou, por outra, em que medida certas construções aplicam os axiomas estabelecidos, assegurando um rigor matemático à solução obtida. Há ainda um tópico do capítulo (§ 39) dedicado à determinação dos critérios que possibilitam efetuar as construções geométricas por meio do uso de régua e compasso.

Embora à primeira vista os assuntos tratados nas seções 36 e 39 possam parecer redundantes, na primeira seção procura-se demonstrar que um pequeno número de operações gráficas, apoiadas nos axiomas dos quatro primeiros grupos, é suficiente para resolver todos os tipos de problemas construtivos da Geometria Plana. Na segunda, recorrendo a uma abordagem analítica, Hilbert busca estabelecer os termos que determinam se um dado problema geométrico pode ou não ser resolvido utilizando-se apenas régua e compasso.

Para desenvolver sua argumentação na seção 36, Hilbert identifica cinco problemas fundamentais, aos quais vai associando os grupos de axiomas que apóiam as construções necessárias:

1. Unir dois pontos por uma reta e encontrar o ponto de interseção entre duas retas, quando essas não forem paralelas – axiomas do grupo I (associação)
2. Por um ponto dado, conduzir uma paralela a uma reta dada – axiomas do grupo II (distribuição)
3. Transportar um segmento dado para outro segmento determinado, a partir de um ponto especificado – axiomas do grupo IV (congruência)
4. Transportar um ângulo dado para uma reta dada, isto é, construir uma reta concorrente à reta dada de modo que elas formem entre si o ângulo dado – axiomas do grupo IV (congruência)
5. Construir uma perpendicular a uma reta dada – pode ser resolvido de diversas formas, reduzindo-o aos problemas anteriores. (HILBERT, 1900, p. 94-95)

Existe uma perceptível semelhança entre as construções fundamentais identificadas por Hilbert e as operações geometrográficas propostas por Lemoine, com ambos procurando determinar um grupo mínimo de procedimentos mecânicos que possibilitem a solução gráfica de problemas da geometria plana. A principal diferença reside no objetivo buscado por cada um deles ao fazê-lo: Hilbert busca identificar as construções às quais todas as outras possam ser reduzidas e, ao mesmo tempo, estabelecer para as mesmas um respaldo axiomático. Lemoine, por seu turno, tem como interesse exclusivo a eficácia dos processos construtivos, para a qual se serve dos índices de simplicidade e exatidão, não se preocupando, na maioria dos casos, em analisar a fundamentação geométrica das construções.

Na seção 39, ao tratar dos critérios para verificar a possibilidade de execução de uma construção geométrica a régua e compasso, a abordagem de Hilbert estabelece um contraponto interessante à sugerida, duas décadas antes, pelo matemático dinamarquês

Julius Petersen²⁷. Este último propusera a realização de uma análise preliminar dos dados do problema geométrico a partir de um desenho, onde seriam dispostas as linhas cujas características morfológicas atendessem às condições estabelecidas no enunciado; a possibilidade de solução do problema, com número determinado de soluções, dependeria da existência de interseções entre as linhas utilizadas. Hilbert, por seu turno, elabora um teorema (LXIV) apoiado nos conteúdos tratados nas três seções anteriores, que será enunciado nos seguintes termos:

Sendo dado um problema de construção geométrica tal que na solução analítica desse problema se possa encontrar as coordenadas dos pontos procurados empregando unicamente operações racionais e a extração de raízes quadradas, aplicando sobre as coordenadas dos pontos dados, seja n o número mínimo de raízes quadradas que bastem à determinação das coordenadas; para que o problema de construção proposto possa ser resolvido pelo traçado de retas e transportando segmentos, é necessário e suficiente que o problema geométrico tenha exatamente duas soluções reais, e isso para TODAS as posições dos pontos dados, isto é para TODOS os valores dos parâmetros arbitrários que se apresentem nas coordenadas dos pontos dados. (HILBERT, 1900, p.103, tradução nossa)²⁸

Fica patente no texto do matemático alemão que sua discussão se dará pelas ferramentas da geometria analítica, enquanto no encaminhamento proposto por Petersen a discussão sobre a existência de solução gráfica para um problema construtivo apóia-se na inferência de relações a partir de um modelo, associando-as, posteriormente, a lugares geométricos²⁹.

2.3 A CISÃO ENTRE O DESENHO E A GEOMETRIA

O Desenho Geométrico e a Geometria teriam começado a se afastar a partir de meados do século XVII (Cf. STAMATO et al., 1976), período em que a geometria analítica começou a desenvolver-se sobre as bases propostas por Descartes. Após dois milênios de hegemonia total da Geometria grega, havia, finalmente, uma abordagem alternativa que

²⁷ Os termos propostos por Petersen para a pesquisa sobre a possibilidade de execução das construções a régua e compasso serão examinadas, detalhadamente, no capítulo 3.

²⁸ “Étant donné un problème de construction géométrique tel que dans la solution analytique de ce problème on puisse trouver les coordonnées des points cherchés en se servant uniquement d’opérations rationnelles et d’extractions de racines carrées, portant sur les coordonnées des points donnés, soit n le nombre minimum de racines carrées qui suffisent à l’évaluation des coordonnées; pour que le problème de construction proposé puisse être résolu uniquement en tirant des droites et en transportant des segments, il est nécessaire et suffisant que le problème géométrique ait exactement 2 solutions réelles, et cela pour TOUTES les positions des points données, c’est-à-dire pour TOUTES les valeurs des paramètres arbitraires qui se présentent dans les coordonnées des points donnés”.

²⁹ Apesar de o autor não utilizar esse termo.

permitiu o desenvolvimento de ferramentas matemáticas inimagináveis a partir apenas dos recursos herdados de Euclides. É justamente essa geometria algebrizada que a ciência moderna empregará para descrever os fenômenos do mundo físico, elaborando leis que pudessem prever seus comportamentos e, portanto, controlá-los. Embora a linguagem do desenho continuasse a ser amplamente utilizada pela História Natural, o Desenho Geométrico passou a ter importância secundária para o desenvolvimento da Geometria, atuando principalmente como instrumento didático ou elemento ilustrativo. Por outro lado, no entanto, tornou-se um dos instrumentos do impressionante desenvolvimento técnico e tecnológico ocorrido na Europa a partir de fins do século XVIII.

O advento da Geometria Analítica polarizou o estudo da Geometria em torno de duas abordagens distintas – sintética e analítica – cujas características foram muito bem delineadas pelo matemático alemão Felix Klein no livro 2, totalmente dedicado à Geometria, de sua obra *Elementarmathematik von Höheren Standpunkt Aus* (Matemática Elementar sob um Ponto de Vista Avançado)³⁰:

Na Matemática superior(...) geometria sintética é aquela que estuda figuras como tais, sem recorrer a fórmulas, enquanto a geometria analítica faz, consistentemente, uso dessas fórmulas tal como possam ser enunciadas segundo a adoção de um sistema de coordenadas apropriado.(...)A geometria analítica, que dispensa inteiramente a representação geométrica mal pode ser chamada de geometria; a geometria sintética não chega muito longe, a não ser que utilize uma linguagem de fórmulas compatíveis para dar expressão precisa a seus resultados.(...)

Na Matemática, no entanto, como em qualquer outra instância, os homens tendem a formar partidos, de modo que emergiram *escolas de sintéticos puros* e *escolas de analíticos puros*, atribuindo particular ênfase à absoluta “pureza do método”, sendo, portanto, mais parciais(irredutíveis) do que a natureza do assunto demandava. Assim, os geômetras analíticos volta e meia se perdiam em cálculos cegos, ao evitarem qualquer representação gráfica. Os sintéticos, por outro lado, viam a salvação em uma artificial supressão de fórmulas, o que os conduzia, no fim, ao desenvolvimento de sua própria e peculiar linguagem de fórmulas, diferentes das fórmulas comuns. (KLEIN, 1939, p. 55 – 56, tradução nossa)³¹

³⁰ Para a elaboração desta dissertação foi consultada a tradução para o inglês editada, em 1939, pela Dover Publications de Nova York.

³¹ “In higher mathematics(...) synthetic geometry is that which studies figures as such, without recourse to formulas, whereas analytic geometry consistently makes use of such formulas as can be written down after the adoption of an appropriate system of coordinates.(...) Analytic geometry which dispenses entirely with geometric representation can hardly be called geometry; synthetic geometry does not get very far unless it makes use of a suitable language of formulas to give precise expression to its results. (...)”

In Mathematics, however, as everywhere else, men are inclined to form parties, so that there arose schools of pure synthesists and schools of pure analysts, who placed chief emphasis upon absolute “purity of

Os sistemas geométricos de representação, inequivocamente associados à Geometria Sintética, refletiram apenas parcialmente os avanços experimentados por esse ramo da matemática até a virada para o século XX, mas, a despeito do progressivo distanciamento entre a Matemática e o Desenho Geométrico, até o final do século XIX o desenvolvimento de métodos e processos de representação gráfica de objetos geométricos – seja com fins utilitários ou não – se deu, em grande medida, pelas mentes e mãos de matemáticos. A esse respeito, podem ser relacionados como exemplos o processo de retificação de circunferência proposto por Kochanski³², o processo geral da divisão da circunferência em arcos congruentes desenvolvido por Rinaldini³³, a criação da Geometria Descritiva, por Gaspard Monge e o desenvolvimento da Geometria Projetiva por Jean Victor Poncelet (1788 – 1867).

2.4 O ENSINO DE DESENHO COMO DISCIPLINA AUTÔNOMA

Logo após a Revolução industrial inglesa, as modalidades de Desenho Geométrico passaram a atuar diretamente como auxiliares da técnica e da indústria. Assim, em detrimento de suas amplas potencialidades enquanto linguagem pictórica, o Desenho teve seu ensino submetido à hegemonia dos sistemas geométricos de representação e países como França, Inglaterra e Estados Unidos instituíram-no como disciplina escolar, a partir de

method”, and who were thus more one-sided than the nature of the subject demanded. Thus the analytic geometers often lost themselves in blind calculations, devoid of any geometric representation. The synthesists, on the other hand, saw salvation in an artificial avoidance of all formulas, and thus they accomplished nothing more, finally, than to develop their own peculiar language formulas, different from ordinary formulas.”

³² Adam Adamandy **Kochański** (1631 – 1700). Matemático polonês e membro da Ordem Jesuíta. Estudou também Filosofia, Física e Teologia na Universidade de Vilnius (atual capital da Lituânia). Apresentou trabalhos sobre essas disciplinas em diversas universidades européias. Sua obra mais conhecida, *Observationes Cyclometricae ad facilitandam Praxin accommodatae*, foi publicada em 1685 no principal periódico científico da época – *Acta Eruditorum* – e é dedicada ao problema da quadratura do círculo. Kochański desenvolveu um processo gráfico de retificação da circunferência que obtém para π o valor aproximado de 3,141533... tendo sido correspondente e colaborador de Gottfried Leibniz, entre outros cientistas.

³³ Carlo **Rinaldini** (1615 - 1698). Nascido em uma família aristocrática originária de Siena, Rinaldini estudou na Universidade de Bolonha, tendo estado a serviço do papa Urbano VIII e obtido de Carlo Barberini, sobrinho deste, o cargo de supervisor das fortalezas de Ferrara, Bondeno e Comacchio. Conferencista na Universidade de Pisa desde 1644, lecionou matemática nesta instituição de 1649 a 1666, transferindo-se para a Universidade de Pádua em 1667 onde recebeu a cátedra de Filosofia e publicou *Philosophia rationalis, atque entità naturalis*, sua obra mais notável. Foi amigo de Galileu Galilei e Borrelli, sendo apelidado por este de Simplicio, em virtude de sua fidelidade ao aristotelismo tradicional. Sua contribuição mais expressiva para a geometrografia foi a criação de um método geral para a construção de polígonos regulares.

meados do século XIX, visando preparar cidadãos para o trabalho fabril. Nesse processo, as técnicas de representação gráfica começariam a ser ensinadas por um grupo de profissionais cada vez mais heterogêneo.

Enquanto no nível superior, especialmente nos cursos de Engenharia, os professores de Geometria Descritiva e Desenho permanecem sendo majoritariamente engenheiros militares, nos graus básicos da instrução começariam a lecionar professores com formações bastante heterogêneas, muitas vezes incapazes de promover qualquer reflexão teórica sobre o conteúdo apresentado, levando a um progressivo empobrecimento da qualidade da informação trabalhada em sala de aula e caracterizando as atividades de ensino como transmissão de um conhecimento “consolidado”. Esse modelo foi importado para o Brasil em fins do século XIX, quando o país começou a empreender seu processo de modernização e viveu o primeiro surto industrial; cursos específicos para a formação de professores de Desenho só viriam a ser criados na década de 1950, no âmbito das faculdades de filosofia.

Já nos primeiros anos da República, o Desenho passou a integrar a matriz curricular obrigatória dos ensinos primário e secundário. Isso, no entanto, não assegurou à disciplina um estímulo para desenvolver um cabedal teórico que procurasse, ao mesmo tempo, reiterar seu caráter transdisciplinar, qualquer que fosse sua modalidade, e estabelecer um diálogo entre os sistemas geométricos de representação e as novas abordagens que vinham sendo dadas à Geometria pela Matemática. Para o Desenho Geométrico – que assumira visível hegemonia frente às demais vertentes da expressão gráfica por ser considerado ferramenta imprescindível à formação de mão-de-obra qualificada para o trabalho com as artes industriais – deveria ter sido constituída uma sólida base teórica, sintonizada com as pesquisas conduzidas na Geometria, principalmente a partir da criação das primeiras universidades no Brasil, na década de 1930. Os programas para a disciplina contentaram-se, no entanto, em perpetuar, sem alterações muito significativas, os referenciais e modelos de ensino existentes desde a implantação das primeiras aulas da disciplina no país. Isso se refletiu nos compêndios e livros didáticos publicados entre as décadas de 1900 e 1970, que apresentam modificações muito tímidas – quando existem – quanto à forma de abordar o conteúdo. Não se encontra nas referências bibliográficas dessa literatura qualquer menção a

autores que propusessem um enfoque diferenciado do assunto, como os já citados Émile Lemoine, e Julius Petersen. Na verdade, os conceitos como, por exemplo, lugar geométrico e transformações do plano, tão importantes para Geometria moderna, sequer são citados nas obras do período, embora, curiosamente, uma das transformações do grupo das semelhanças – a homotetia – seja apresentada na maior parte das obras, de maneira simplificada, associada ao estudo da semelhança de polígonos.

A título de ilustração das afirmativas anteriores, considerou-se oportuna a reprodução dos termos utilizados por diversos autores para enunciar e solucionar um mesmo problema: traçar uma reta tangente a uma circunferência por um ponto dado nesta. Dentre as obras consultadas para este fim, encontram-se três nacionais e duas estrangeiras – aí incluída a de Lemoine, que exerceu uma grande influência na elaboração do livro *Geometrografia*, de Virgílio Athayde Pinheiro, principal objeto de estudo desta dissertação.

2.4.1 Análise comparativa entre soluções gráficas para um mesmo problema geométrico propostas por autores diversos

Obra nº1 – *Géométrographie, ou L'Art des Constructions Géométriques*, de Émile Lemoine, publicada em Paris, 1902, p. 32

Problema XXXIV – Conduzir, por um ponto dado A, uma (reta) tangente a um círculo. Primeiro caso. O ponto A *está sobre o círculo (sic)*

Sendo B um outro ponto qualquer do círculo, eu traço B(BA) ($C_1+C_2+C_3$) que corta o círculo dado em A'. Eu traço A(AA') ($2C_1+C_3$) que corta B(BA) em C. Eu traço CA ($2R_1+R_2$), é a tangente procurada; pois BA é a bissetriz do ângulo A'ÂC; a medida de BÂA' = BÂC é $\frac{1}{2}$ do arco BA' = $\frac{1}{2}$ do arco BA. BAC tendo por medida $\frac{1}{2}$ do arco AB, AC é a tangente por A ao círculo.

Vê-se que essa construção não exige senão que o centro do círculo O esteja posicionado;

Op.: ($2R_1+R_2+3C_1+C_2+2C_3$) Simplicidade 9 e Exatidão 6, 1 reta, 2 círculos.

Notemos que apenas com o compasso se pode assim determinar uma infinidade de pontos C da tangente por A a um círculo, desde que $CA < 2r$.

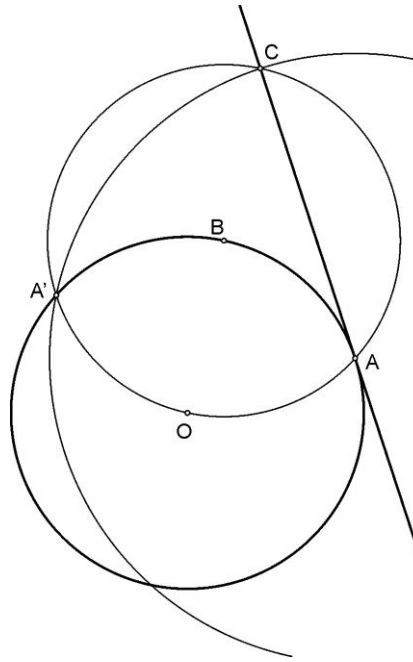


Fig. 3: Solução proposta por Lemoine

Obra nº2 – *Desenho Linear Geométrico, 2ª edição, de António Augusto da Cunha Rosa, publicada em Lisboa, 1904, p 45 - 46*

Problema XXII – Tirar por um ponto dado tangentes a uma circunferência

Seja A o ponto que pode ser dado sobre a circunferência(...). 1º (caso). Trace-se sobre o raio CA(...) do ponto de contacto e conduza-se pela sua extremidade a perpendicular AT, que será a tangente pedida.

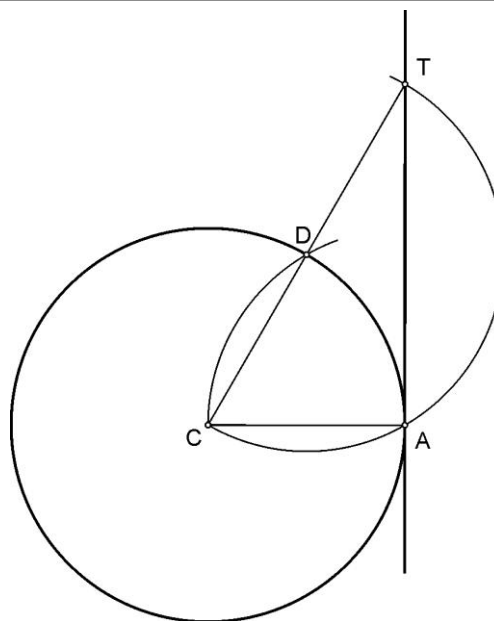


Fig. 4: Solução proposta por Cunha Rosa

O traçado da perpendicular AT pode-se fazer descrevendo do ponto dado A, com raio CA, o arco CD, e do ponto D, com o raio DC, o arco CAT até encontrar o prolongamento da recta CD no ponto T, que, unido com A, dará a perpendicular AT ao extremo A do raio, e portanto a tangente à circunferência.

Em seu livro, publicado em 1904 como parte da “Bibliotheca de Instrução e Educação Profissional”, Cunha Rosa propõe exatamente a mesma solução apontada por Lemoine, embora não seja acompanhada pelas justificativas dadas por este. Cunha Rosa, assim como praticamente todos os autores à época, organiza seu livro de modo a examinar as construções clássicas por meio de problemas propostos, sem indicar os fundamentos geométricos que asseguram a validade das soluções apresentadas – embora estes, muitas vezes, estejam implícitos nos traçados.

Obra nº3 – Curso de Desenho Geométrico e Elementar, de Gregório de Mello e Cunha, publicada no Rio de Janeiro, 1907, p. 128 - 129

110. Tirar uma tangente a uma circunferencia por um ponto dado sobre ella.

1ª Construcção. O e A circunferencia e ponto dados(...)

1 – Tire-se o raio AO, que passa pelo ponto dado.

2 – Levante-se por A uma perpendicular a AO

3 – A perpendicular é a tangente pedida

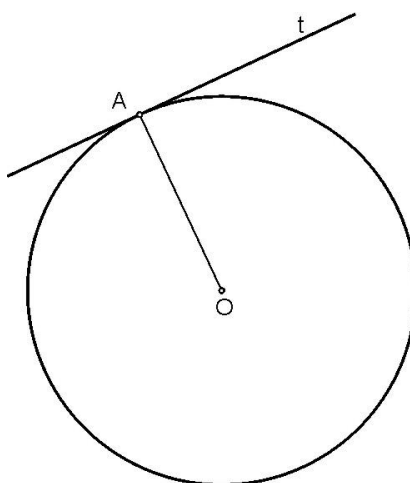


Fig. 5: Solução proposta por Mello e Cunha – primeira construção

2ª Construção. O e A circunferencia e ponto dados(...)

- 1 – Com raio igual ao da circunferencia dada marque-se, a partir de A, o ponto B.
- 2 – De B, como centro e com mesmo raio, descreva-se o arco AX.
- 3 – Sobre o arco AX, a partir de A, applique-se successivamente duas vezes a grandeza de mesmo raio, o que determina o ponto N.
- 4 – Ligue-se N a A, será NA a tangente pedida.

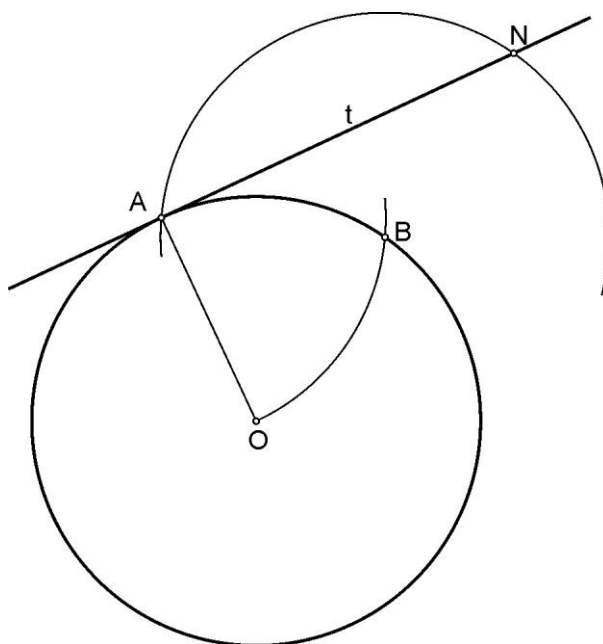


Fig.6: Solução proposta por Mello e Cunha – segunda construção

A primeira solução sugerida mostra-se bastante vaga. Que processo deverá ser empregado na construção da perpendicular a AO? O canônico, utilizando apenas régua e compasso, ou aquele que se utiliza da conjugação de esquadros?

A segunda solução proposta é essencialmente a mesma proposta por Lemoine e Cunha Rosa, diferenciando-se destes por determinar B, em função do raio OA e a partir de A, ao invés de arbitrar uma posição para B e iniciar a solução a partir deste. O processo escolhido por Mello Cunha facilita a memorização das etapas de construção – na medida em que todas as circunferências traçadas possuem o mesmo raio – mas passa completamente ao largo da fundamentação geométrica dos procedimentos executados, preocupação

demonstrada por Lemoine. A opção do autor por omitir o raciocínio geométrico em que se baseia a segunda solução pode parecer irônica ao ter-se em conta que Mello Cunha era doutor em Matemática, mas revela aspectos de uma metodologia de ensino que relega à investigação e à demonstração um caráter secundário, priorizando a reprodução de um conhecimento estabelecido em detrimento da construção deste pela via do raciocínio lógico.

Obra nº3 – *Desenho para o Curso Ginásial(3ª Série)*, de José Sennem Bandeira, publicada no Rio de Janeiro, 1953, p. 70

101. Tangência a uma circunferência por um ponto dado na curva.

Enunciado: Seja traçar uma tangente a uma circunferência O por um ponto P dado sobre ela.

Dados: a circunferência O e o ponto de tangência P.

Operações:

1ª – traçar a circunferência O e marcar, sobre ela, o ponto P;

2ª - trace-se sobre um segmento de reta auxiliar ligando o centro O ao ponto P;

3ª - marque-se sobre o segmento auxiliar, $PO = PC$;

4ª - baixe-se uma perpendicular AB ao meio de OC

Solução: o segmento AB é a tangente procurada.

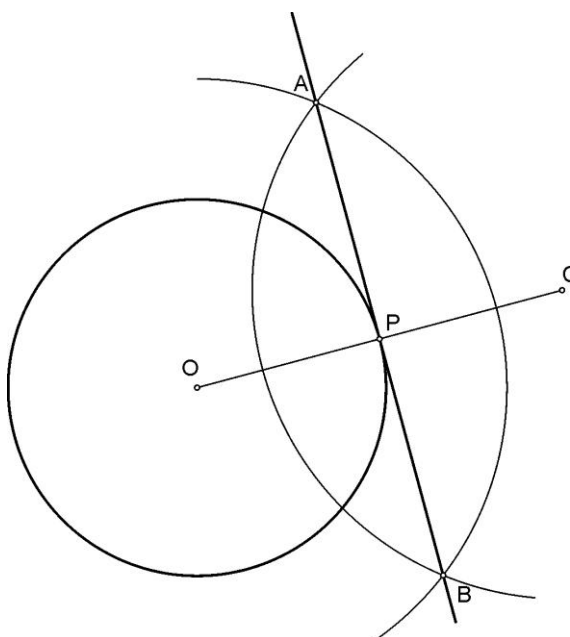


Fig. 7: Solução proposta por Sennem Bandeira

Da mesma forma que Mello Cunha, Sennem Bandeira não demonstra preocupação em analisar à luz da Geometria a solução proposta, buscando antes uma seqüência de construções de fácil memorização do que a organização de uma sucessão lógica e racionalmente estruturada de procedimentos. Na descrição do processo de execução dos traçados, o autor torna automáticas algumas construções, suprimindo, senão suas etapas intermediárias, os comentários sobre estas. No entanto, deve-se ressaltar que, na abertura do tópico relativo ao estudo das tangências, procurou-se, ainda que de forma simplória, enunciar o princípio geral da tangência entre retas e circunferências nos seguintes termos: “A tangente é perpendicular ao raio que passa pelo ponto de tangência” (BANDEIRA, 1953, p.69)

Obra nº5 – Desenho Geométrico, de Benjamin de A. Carvalho, Reimpressão da 3ª Edição(1967) publicada no Rio de Janeiro, 1978, p.183.

Traçar uma tangente a uma circunferência dada, por um ponto também dado na curva

Seja a circunferência O(...) com o ponto T onde deve passar a tangente. Descreve-se uma circunferência qualquer com centro em T. Determina-se agora o diâmetro da circunferência O e que passa pelo ponto T. Determinando-se agora o diâmetro vertical 12 da circunferência auxiliar teremos a tangente pedida(...)

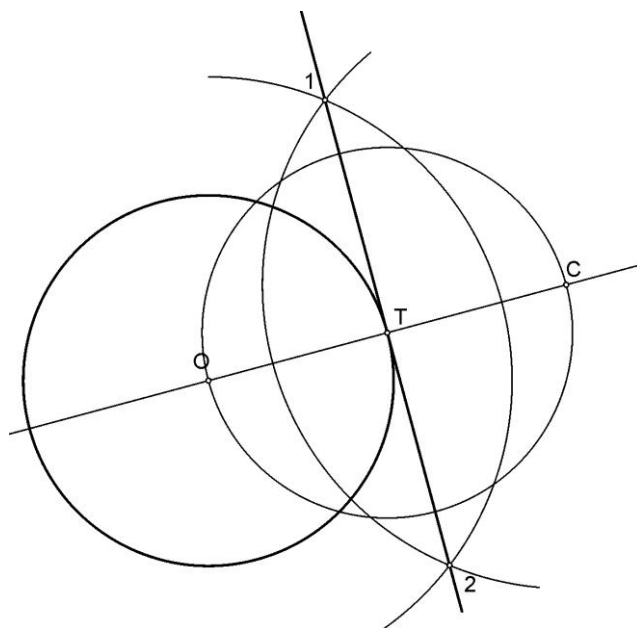


Fig.8: Solução proposta por Benjamin de Carvalho

Carvalho, como outros autores, não se preocupa em economizar etapas na construção, ou tampouco procura apresentar alguma conexão entre os traçados executados e a fundamentação geométrica que os sustenta na solução do problema.

A análise dessas obras não deve ser entendida, no entanto, como uma crítica impertinente a autores cuja contribuição para o ensino de Desenho é bastante reconhecida; seu propósito, reiterando o que foi exposto no capítulo 1, consiste em apresentar o produto das limitações impostas por programas e orientações metodológicas, que oscilaram ao sabor das conveniências ditadas pelos contextos social, político e econômico.

Ao longo do século XX, com a divisão em modalidades do Desenho cristalizada entre as vertentes mais ligadas à livre criação e representação da forma e aquelas fundamentadas na Geometria, a disciplina permaneceu sendo lecionada, no ensino de caráter profissionalizante, tanto no nível técnico quanto no superior, por profissionais liberais – artistas, arquitetos e engenheiros – enquanto que, no nível básico, passariam a atuar, a partir dos anos 50, os docentes formados em cursos normais ou nas licenciaturas de cursos superiores criadas nas Faculdades de Filosofia.

2.5 AS REPERCUSSÕES DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO NO BRASIL

O Movimento da Matemática Moderna (MMM) teve origem na Europa e nos Estados Unidos na década de 1950, vindo a aportar no Brasil, no início dos anos 60 por intermédio, principalmente, do professor Osvaldo Sangiorgi(1921 -).

As ações do MMM adquiriram motivações e contornos bastante distintos nos países europeus, nos EUA e nos países da América Latina mas, a despeito das diferenças, sob vários aspectos, nos contextos nacionais/ regionais, as dificuldades na aprendizagem e o mau desempenho dos alunos do ensino básico em Matemática constituíam um traço comum a todos os países que abraçaram o propósito de reformar o ensino da disciplina segundo os princípios da “matemática moderna”.

A qualidade, os métodos e os programas de matemática já vinham sendo objeto de críticas e tentativas de modificações, em vários países ocidentais, desde o início do século

XX. Contudo, o impulso para a reforma do ensino matemático nas escolas americanas – que rapidamente repercutiu nos países latino-americanos – está diretamente ligado à retomada e manutenção de uma suposta hegemonia tecnológica dos Estados Unidos frente à União Soviética, abalada pelo lançamento ao espaço do primeiro satélite artificial – o Sputnik –, realizado pelos russos em 1957.

Ao longo da Guerra Fria, a auto-confiança americana como uma superpotência científica era um assunto crucial. O ponto de inflexão na postura americana frente à ciência durante a Guerra Fria foi o lançamento do Sputnik em 1957. Como resultado, um aporte massivo de recursos federais foi aplicado no esforço científico e os gastos com educação científica e pesquisa aumentaram dramaticamente. Embora alguns tenham lamentado os estreitos laços que acabaram se desenvolvendo entre a política e a pesquisa científica, esse relacionamento – acelerado pelos eventos do final dos anos 1950 – facilitou o rápido desenvolvimento da ciência americana em seu estado moderno e ajudou a mudar a postura nacional frente à ciência. Além disso, a ideia de que triplicar os investimentos federais em ciência era razoável, simplesmente porque a ciência abstrata conduziria a melhorias na condição material, foi revolucionária. (MORITZ, 1999, p. 1, tradução nossa)³⁴

O pânico e a histeria gerados pelo êxito científico soviético levou o governo norte-americano a adotar medidas urgentes para melhorar, o quanto antes, o ensino de Matemática oferecido desde as primeiras séries até as *High Schools*, posto que o desenvolvimento da tecnologia de ponta, necessária para assegurar o protagonismo tecnocientífico do país no cenário internacional, estaria diretamente associado ao domínio de conhecimentos matemáticos consistentes.

Sabia-se que a qualidade do ensino nas escolas era muito baixa e, por isso, os professores não desfrutavam de uma reputação que pudesse credenciá-los como reformadores. Assim, confiou-se a responsabilidade pela condução das mudanças no currículo, nos programas e nas metodologias a um grupo de pesquisadores matemáticos liderado por Max Beberman (1925 - 1971), que, à época, dedicava-se a produzir livros

³⁴ *“Throughout the Cold War, American self-confidence as a scientific superpower was a crucial issue. The turning point in American attitudes towards science during the Cold War was the launch of Sputnik in 1957. As a result, massive federal support poured into the science effort, and spending on science education and research increased dramatically. Although some have lamented the increased ties between politics and research science which developed, this relationship—accelerated by events of the late fifties—facilitated the rapid development of American science into its modern state and helped change the national attitude towards science. Furthermore, the idea that tripling federal spending on science was reasonable simply because abstract science is likely to lead to material improvements was a revolutionary one.”*

destinados a habilitar estudantes universitários para o desenvolvimento de pesquisas em Topologia e outros ramos abstratos da Matemática pura.

Em 1952, a Comissão de Matemática Escolar da Universidade de Illinois, presidida pelo professor Max Beberman, começou a preparar um novo, ou moderno, currículo de matemática(...). Durante os anos de 1955 a 1959 e por muitos anos depois, os membros da Comissão viajaram pelo país e fizeram uma campanha em favor do tipo de currículo que propuseram em seu *Programa*.

No outono de 1957, os russos lançaram seu primeiro Sputnik. Esse acontecimento convenceu o governo norte-americano e o país de que deveriam estar atrás dos russos em matemática e ciência, e teve o efeito de afrouxar os cordéis das bolsas das agências governamentais e funções. Talvez seja coincidência, mas nessa ocasião muitos outros grupos decidiram entrar no negócio de criar um novo currículo.(KLINE, 1976, p. 33)

O fato de Beberman e muitos de seus colegas da Comissão de Matemática Escolar da Universidade de Illinois parecerem ignorar a Matemática aplicada – ou, pior, sentir por ela uma profunda repulsa – parece não ter sido um impeditivo, aos olhos do governo norte-americano, para encarregá-los da tarefa.

A grande massa de americanos apoiou a mudança da educação matemática. A menção de datas era suficiente: a Matemática Moderna foi descoberta depois de 1900; a maior parte da Matemática tradicional datava do século XVII. Ninguém sonhava em voltar do automóvel à carroça a cavalo. A analogia, claro, era completamente irrealista. (SAWYEAR, 2001, p.1, tradução nossa)³⁵

Na Europa, o grupo Bourbaki³⁶ vinha publicando desde meados da década de 1930 uma série de trabalhos que propunham a organização de todos os campos da Matemática em torno de um grupo de estruturas principais. O que aparentava manter-se reservado a um debate hermético, travado nas altas esferas da pesquisa matemática – e que tanto nos países europeus quanto nos EUA visava a preparação de uma elite intelectual – ganhou notoriedade para um público mais amplo quando, em 1955, Jean Piaget apontou uma correspondência entre as estruturas intelectuais e as “estruturas-mãe” concebidas por Bourbaki, considerando-se, ainda, que “a representação do pensamento da criança

³⁵ “The great mass of Americans supported the change of mathematical education. Mention of the dates was sufficient for them: Modern Math was discovered after 1900, much of traditional mathematics dated from the 17th century. No one would dream of going back from the automobile to the horse and buggy. The analogy of course was completely unrealistic.”

³⁶ Grupo de matemáticos, majoritariamente franceses, que publicaram uma série de volumes nos quais propõe uma nova abordagem para a Matemática, assinando-os sob o pseudônimo de Nicolas Bourbaki.

coincidiria com a linguagem formal adotada na Matemática superior” (BÚRIGO, 2006, p. 4, tradução nossa)

A intervenção de Piaget despertou a atenção de outros pesquisadores em educação para o eventual potencial didático dessa abordagem “moderna” da Matemática, e vários grupos de estudo foram organizados para discutir novos programas e novas metodologias para o ensino da disciplina a crianças e adolescentes. A ideia de uma aprendizagem mais lúdica e intuitiva do conteúdo de Matemática, no qual o conhecimento seria construído com os alunos e não simplesmente transmitido a estes, contagiou muitos matemáticos e educadores ao redor do mundo e, a partir dos anos 1960, as propostas do MMM começariam a ser implementadas em vários países.

No Brasil, as deficiências no ensino de Matemática já vinham sendo objeto de debate desde as primeiras décadas do século XX, em decorrência do Movimento Internacional de Reforma do Ensino de Matemática, surgido na esteira das discussões ocorridas no IV Congresso Internacional de Matemática, realizado em 1908 na cidade de Roma (SOUZA, 2010, p. 6). Entretanto, as gestões decorrentes desse movimento, no sentido de promover alterações metodológicas e programáticas para o ensino de matemática nas escolas brasileiras, foram, contudo, tímidas e tiveram alcance muito limitado.

A criação do Grupo de Estudos em Ensino de Matemática (GEEM), em 1961, na cidade de São Paulo pode ser considerada um marco para a introdução da Matemática Moderna no país e originou-se a partir de curso de capacitação docente organizado nos moldes de um seminário oferecido pela Universidade do Kansas, ao qual o professor Osvaldo Sangiorgi havia assistido. Dentre os temas abordados no curso estavam a Teoria de Conjuntos, Álgebra Linear, Lógica Matemática e “Práticas da Matemática Moderna” (BÚRIGO, 2006, p. 3)

A estrutura do próprio curso sugeria, em sua primeira iniciativa local, a reprodução de dois elementos que haviam guiado o movimento da matemática moderna nos países centrais: o sentido de adaptar a matemática escolar à universitária, com a adoção de novos tópicos e considerando o rigor da linguagem; a unificação da

matemática por meio dos conjuntos e das estruturas algébricas. (BÚRIGO, op.cit, p. 3, tradução nossa)³⁷

O GEEM patrocinou palestras de vários matemáticos e educadores envolvidos com a Matemática Moderna, tendo contado, no 5º Congresso de Ensino de Matemática, realizado em 1966, na cidade de São José dos Campos(SP) com a participação de diversos palestrantes estrangeiros, como George Papy, da Universidade de Bruxelas (Bélgica), Marshall Stone, da Universidade de Chicago (EUA) e Lucienne Félix (França), membro e fundadora da *Comission Internationale pour l'Étude et Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*.

Houve certamente um compartilhamento de interesses em relação à reforma do ensino de matemática nos níveis primário e secundário. Da parte dos educadores, buscava-se romper com um modelo educacional considerado elitista e cujas práticas eram dadas como ultrapassadas e ineficazes. O Estado brasileiro, por seu turno, vislumbrava a possibilidade de melhorar a formação básica da população e, conseqüentemente, sua qualificação para o exercício profissional. O país iniciara a partir dos anos 1930 um intenso processo de modernização, que sofreria uma forte aceleração a partir de fins da década de 1950. Os indicadores sociais do país – entre os quais o nível de escolaridade – apresentavam-se, contudo, bastante insatisfatórios, comprometendo, em grande medida, os esforços para o desenvolvimento científico e tecnológico do Brasil. As políticas governamentais mostravam-se insuficientes em relação à universalização do ensino público, gerando, principalmente a partir dos anos 70, um grave descompasso entre a oferta de vagas e a qualidade do ensino oferecido.

Como em outros momentos da História brasileira, o intuito de promover medidas modernizadoras que pudessem minorar a dependência externa em relação a insumos de toda ordem, necessários para o estabelecimento de um parque industrial nacional e ao desenvolvimento de pesquisas científicas de ponta, novamente esbarrara nas deficiências apresentadas pelo sistema educacional – em especial aquelas que diziam respeito aos níveis básicos, problema que, diga-se de passagem, o país ainda enfrenta, a despeito dos avanços

³⁷ “The structure of the course itself already suggested in this first local initiative, the reproduction of two elements that guided the modern mathematics movement in central countries: the sense of adapting school mathematics to university mathematics, with the adoption of new topics and consideration of language accuracy; the unification of mathematics through sets and algebraic structures.”

em termos de legislação e expansão do sistema ocorridos nos anos pós-redemocratização (1985 –).

Assim, no contexto brasileiro entre as décadas de 60 e 70, uma metodologia que se apresentava como capaz de incrementar a qualidade do ensino escolar de matemática – condição imprescindível para assimilação e desenvolvimento do conhecimento científico, além das novas tecnologias dele derivadas – viria, naturalmente, a adquirir enorme importância. Um campo arado e fértil esperava ansioso pela Matemática Moderna e os frutos que ela se propunha a produzir; a liderança de Osvaldo Sangiorgi, que à época da criação do GEEM, em 1961, já era um reconhecido autor de livros didáticos, angariou o apoio de órgãos governamentais e facilitou a divulgação dos princípios do MMM, tanto por meio da imprensa quanto da indústria de livros e manuais escolares.

Os resultados produzidos pela introdução das práticas da matemática moderna não foram, contudo, os projetados. Dessa forma, a partir de meados da década de 1970, as propostas do MMM começaram a sofrer severas críticas – capitaneadas pelo livro *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math*³⁸, publicado nos Estados Unidos, em 1973, pelo matemático Morris Kline – não apenas naquele país, mas, também, no Brasil e em países europeus que haviam modificado seus programas de ensino primário e secundário apostando em uma expressiva melhoria na aprendizagem da Matemática,

As críticas do autor americano focalizavam dois aspectos que, em sua opinião, foram determinantes para que a implementação da “nova matemática” nas escolas americanas não apenas falhasse em sanar os problemas existentes no ensino da disciplina mas contribuísse para agravá-los: o primeiro referia-se ao fato de a diferença entre o ensino “moderno” da matemática e o tradicional residir essencialmente nos recursos teóricos e metodológicos empregados. A abordagem “moderna” introduziu complicações desnecessárias em nome do rigor lógico e de uma visão unificada da matemática que os alunos dos níveis pré-universitários não tinham – e continuam não tendo – maturidade intelectual ou interesse para compreender. Substituiu, ainda, a memorização e o adestramento utilizados, principalmente em álgebra, no ensino tradicional, pela

³⁸ Traduzido para a língua portuguesa com o título de *O Fracasso da Matemática Moderna* e publicado no Brasil em 1976.

memorização de propriedades operativas e dos símbolos da linguagem empregada na lógica e na teoria de conjuntos.

O segundo aspecto residia em que a matemática moderna não promovera nenhuma aproximação com as demais ciências – um dos motivos alegados para sua implementação – e sequer propôs um conteúdo que pudesse vir a ter algum emprego prático para a quase totalidade dos alunos.

A nova matemática, como um todo, é uma apresentação do ponto de vista do matemático superficial, que sabe apreciar apenas os pequenos detalhes de dedução e pequenas distinções pequenas e estéreis(...). Esta matemática apresenta uma versão abstrata e rigorosa que oculta a rica e fecunda essência e enfatiza generalidades não inspiradoras, isoladas de todos os demais corpos de conhecimento. Ela acentua versões sofisticadas e finais de idéias simples ao mesmo tempo que trata superficialmente das mais profundas – e assim, forçosamente, assume um caráter dogmático. O formalismo desse currículo pode levar apenas a uma erosão da vitalidade da matemática e ao autoritarismo no ensino, o ensino de cor de novas rotinas muito mais inúteis que as rotinas tradicionais. Em síntese, ela apresenta uma forma a expensas de substância e substância sem pedagogia. (KLINE, 1973, p.128)

Embora o livro de Kline analisasse exclusivamente o contexto norte-americano, suas ponderações e argumentos foram acolhidos, ao redor de todo o mundo, por educadores e pesquisadores que identificaram efeitos semelhantes no ensino de matemática em seus países.

Muitos dos matemáticos e professores brasileiros que passaram a criticar as modificações implementadas no ensino pela matemática moderna e, particularmente, das consequências originadas por essas mudanças, foram contundentes em suas colocações:

A coesão existente na comunidade matemática brasileira permitiu que os centro mais importantes tivessem uma grande influência sobre os novos centros que se foram formando. Assim, nos principais centros matemáticos brasileiros foi se desenvolvendo uma matemática sadia(...). Desta forma evitou-se que ao nível universitário ocorresse um desastre semelhante ao que a chamada “Matemática Moderna” trouxe ao ensino secundário (e mesmo ao ensino elementar) não só no Brasil mas em boa parte do mundo. Este desastre se explica, em boa parte, pelo entusiasmo dos professores secundários por certas partes fáceis, mas aparentemente avançadas, da matemática. Tal entusiasmo é em si um sentimento muito elogiável num docente e, por isto mesmo, desarmava os profissionais da Matemática. Infelizmente reportava-se a partes da Matemática cujo conteúdo é irrelevante e levou a que tópicos clássicos, de real significado e importância, fossem às vezes completamente abandonados. (HÖNIG, Chaim S.; GOMIDE, Elza F., 1979, pp 38-39)

Mesmo Osvaldo Sangiorgi, principal articulador da introdução da Matemática Moderna no Brasil, teceu críticas aos resultados obtidos após a implementação atabalhoada dos princípios desta em sala de aula. Numa declaração concedida ao jornal O Estado de São Paulo em 1975, o professor apontou inúmeros efeitos negativos desse processo, entre eles o de que os alunos não saberiam mais realizar os cálculos de áreas e volumes das formas geométricas, apresentando, em contrapartida, um rico, mas aparentemente inócuo, vocabulário de expressões matemáticas. (PINTO, 2006, p. 4064)

O legado da Matemática Moderna ainda é objeto de muitas discussões, e os motivos apontados para seu alegado fracasso remetem, principalmente a uma inadequação no modo como tentou-se promover a aproximação entre a Matemática do ensino superior e os conteúdos trabalhados no ensino básico, transpondo para este uma abordagem por demais abstrata, traduzida por uma linguagem simbólica que, de acordo com Kline, aparentava ser utilizada pela Matemática Moderna para camuflar sua pobreza de ideias, ou, ainda, “tornar inescrutável o que é óbvio e afugentar, portanto, a compreensão”. (KLINE, 1976 apud PINTO, 2006, p. 4063)

Nesse processo, um dos ramos da Matemática cujo ensino nos níveis básicos sofreu maiores perdas foi a Geometria. Se muitos professores já manifestavam dificuldades em trabalhar com o conteúdo dessa área pela abordagem tradicional, as alterações programáticas e metodológicas propostas pela matemática moderna os levaram a deixar o ensino de Geometria em segundo plano ou, mesmo, a eliminá-lo do planejamento.

Uma conseqüência nefasta do movimento conhecido como da Matemática Moderna foi induzir a ausência do estudo da geometria em todos os graus de ensino, o que acarretou um grande vácuo na formação das novas gerações sobretudo na dos professores de Matemática.

Ao querer desde cedo introduzir o rigor lógico acabou renegando a intuição. (LOPES, 1999, capa)

A esse respeito, as críticas de KLINE (1973) também são bastante ácidas. No capítulo 5 de seu “O fracasso da Matemática Moderna”, ao analisar o rigor, o autor norte-americano fornece alguns exemplos de como a abordagem proposta pelo MMM dificultou o ensino de geometria nas escolas:

Os líderes da matemática moderna não se satisfazem com uma abordagem dedutiva da matemática. Desejam apresentar um desenvolvimento dedutivo

rigoroso.(...) A geometria euclidiana (...) é dedutiva. Contudo, não rigorosa. A distinção jaz no fato de que Euclides e seus sucessores, até tempos recentes, empregaram implicitamente axiomas e teoremas que são tão obviamente verdadeiros que ou eles não perceberam que os estavam empregando (do mesmo modo que geralmente não percebemos que estamos respirando ar) ou julgavam que não havia necessidade de afirmá-los ou mencioná-los nas provas.(...) Os modernistas acreditam que os estudantes ficam perturbados com o uso de hipóteses e teoremas não mencionados e que, por não terem provas estritamente completas, os estudantes vêem-se embaraçados em sua compreensão. É enganoso também, dizem os modernistas, apresentar provas passando por completas quando na verdade não o são.

O remédio para esses “defeitos” da geometria euclidiana tradicional é fornecer axiomas adicionais e depois provar cada asserção, mesmo que seja óbvia, pelo raciocínio dedutivo. (KLINE, 1976, p.72 – 73)

No estabelecimento do *corpus* teórico da Matemática, bem como na elaboração da organização estrutural desta, a base axiomática e o rigor são, sem dúvida, imprescindíveis, mas para apresentar o conteúdo de Geometria a alunos do ensino básico, alguma especulação de caráter intuitivo é, no mínimo, desejável para fomentar a curiosidade da classe.

Dispensando qualquer recurso empírico ou intuitivo, a implementação da proposta do MMM para o ensino de Geometria associou-se à abordagem de conteúdos que pudessem ser integrados a estruturas algébricas, tais como as transformações geométricas – isometrias e semelhanças, por exemplo – e os espaços vetoriais. Muitas vezes despreparados para tratar sequer dos conteúdos clássicos de Geometria Euclidiana, o trabalho com os novos tópicos mostrou-se virtualmente impraticável à maioria dos professores de matemática em atividade nas escolas brasileiras.

Problemas ainda maiores surgiram com a proposição de programas nos quais a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com que muitos deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque. Em vez da geometria – ou ao lado dessa geometria algébrica que, como diz Not, não privilegia o desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo, enfatiza-se a álgebra.

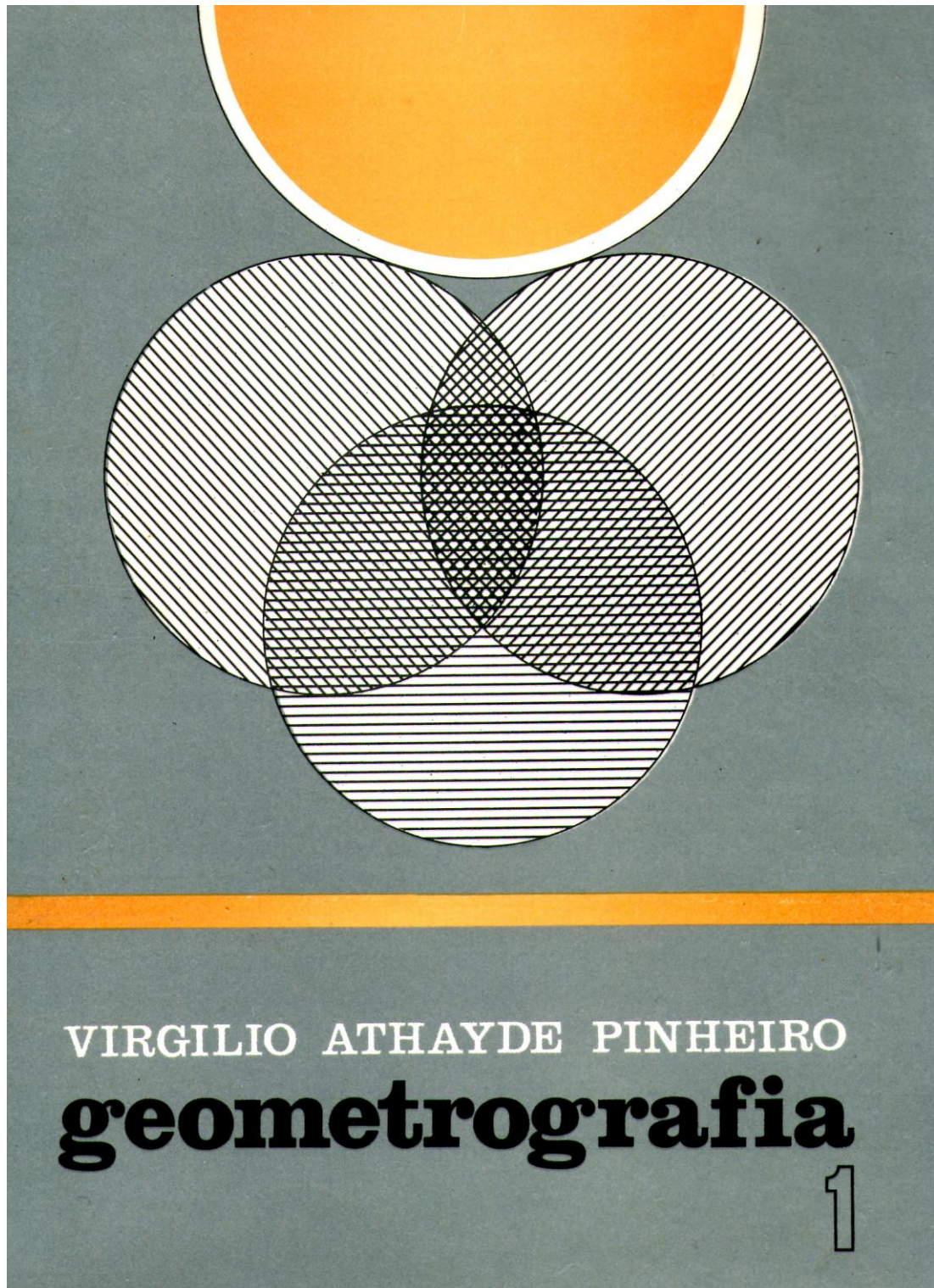
A “Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus”, a 5692/71, facilita, por sua vez, esse procedimento, ao permitir que cada professor monte seu programa “de acordo com a clientela”.(...) O ensinoda geometria passa ser feito – quando não é eliminado – apenas no 2º grau, com o agravante de que os alunos apresentam uma dificuldade ainda maior em lidar com as figuras geométricas e suas representações porque o Desenho Geométrico é substituído, nos dois graus de ensino, pela Educação Artísticas. (PAVANELLO, 1993, p. 13)

Alijados do processo, os professores de Desenho Geométrico, por sua vez, debatiam-se em meio a dificuldades de toda ordem, provocadas tanto pelas contradições históricas que sempre afligiram o ensino da disciplina em termos programáticos e metodológicos, quanto pelas mudanças promovidas nos marcos legais da educação nacional pelas Leis 4024/61 e 5692/71.

Nesse contexto, e em meio às especulações de qual seria o destino dos cursos de formação de professores de Desenho, o professor Virgílio Athayde Pinheiro, da Escola de Belas Artes da UFRJ, vislumbrou a possibilidade de estabelecer uma abordagem que conciliasse o rigor lógico e a base axiomática incorporados pela proposta da Matemática Moderna à investigação intuitiva que permeou o estudo da geometria desde suas origens. Seu trabalho, primeiro no Brasil a dedicar uma abordagem científica ao estudo de Desenho Geométrico, foi apresentado na obra *Geometrografia*, dividida em dois volumes, cuja importância e os principais aspectos serão analisados no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 3

GEOMETROGRAFIA NO BRASIL E A OBRA DE VIRGILIO ATHAYDE PINHEIRO



3.1 DE AGRIMENSOR A GEÔMETRA³⁹

Nascido em 20 de março de 1922, no Rio de Janeiro, filho de Arthur Fernandes Pinheiro Junior e Ambrosina de Athayde Pinheiro, Virgílio José Athayde Fernandes Pinheiro manteve, ao longo de toda a sua formação acadêmica, um contato bastante estreito com a Geometria e com o Desenho. Foi aluno do Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ) – instituição em que viria atuar como docente a partir de 1944 e com a qual manteria vínculos por quase toda sua vida – onde cursou todas as séries de sua formação escolar.



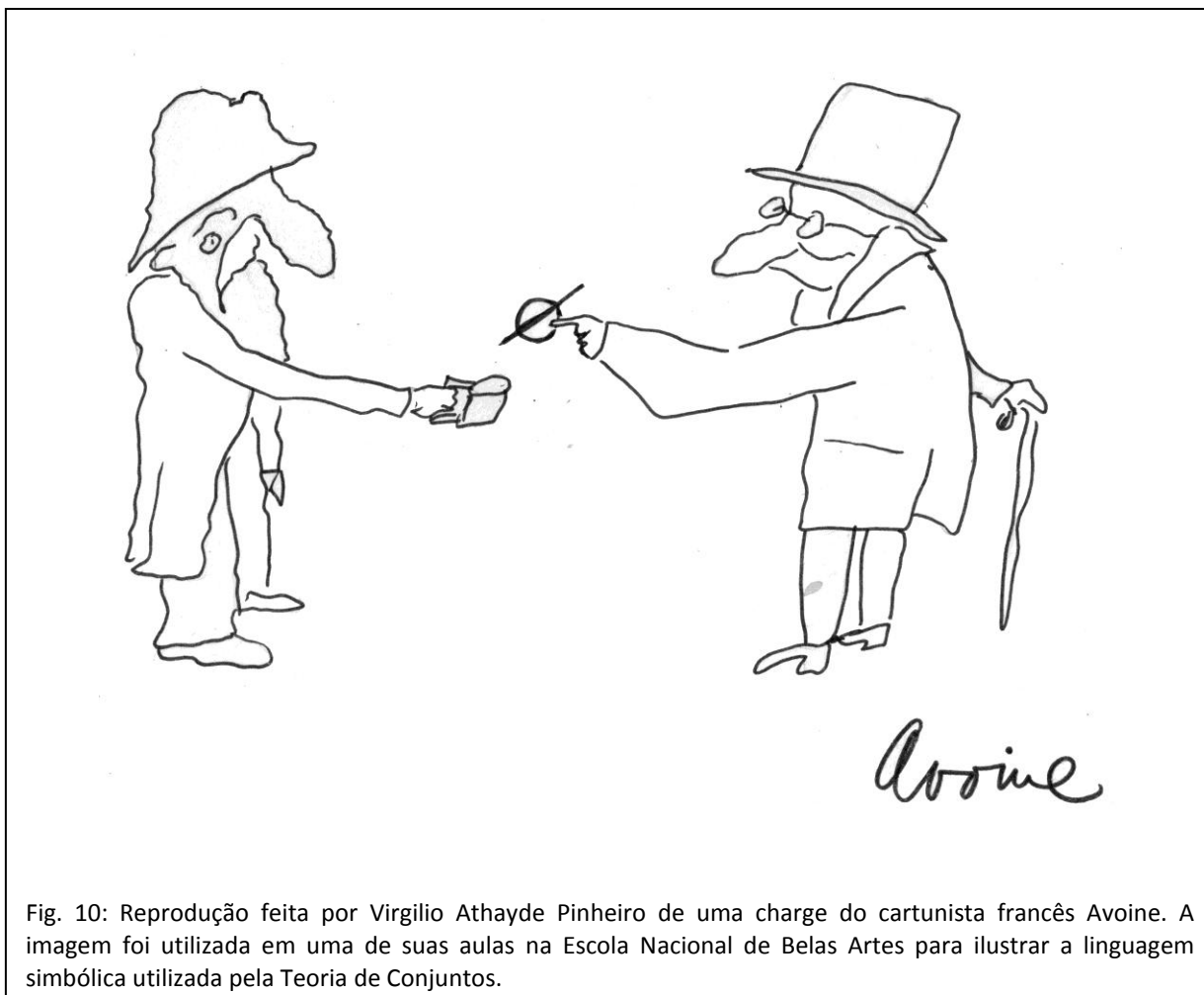
Fig.9: Virgílio Athayde Pinheiro, por volta dos 8 anos, trajando o uniforme do CMRJ. Fonte: Acervo familiar

Inaugurado em 1889, com o nome de Imperial Colégio Militar, e inspirado no *Pritanée Militaire* de La Flèche – instituição onde Lemoine completou sua educação básica – o CMRJ teve, até as primeiras décadas do século XX, seu ensino caracterizado por uma forte influência positivista, orientação que pode ter exercido um papel significativo na formação matemática de Pinheiro. (Cf. PIVA, 2003, p 18, 59)

Pinheiro perdeu a mãe ainda muito jovem, e seu pai, em decorrência do falecimento da esposa, sofreu um colapso nervoso que o manteve mais de um ano hospitalizado. Nesse período, o jovem cadete foi amparado pela solidariedade de seu irmão Homero – cinco anos mais velho –, com quem construiu uma relação de profunda amizade e cumplicidade. Durante a ausência do pai, os dois meninos encarregaram-se de todos os afazeres domésticos necessários à sua subsistência e à manutenção de uma rotina minimamente normal. A rígida disciplina ao qual ambos estavam submetidos em suas

³⁹ A despeito da aparente redundância existente acima pelo emprego de dois termos que, sob o aspecto etimológico, são sinônimos, a verdade é que a geometria há muito não restringe às questões relativas à medição de terras – domínio cujas técnicas encontram-se, atualmente, confiadas à agrimensura – tendo evoluído para uma ciência cujos objetos de estudo encontram-se totalmente libertos de vínculos com a realidade física. Evidentemente, a agrimensura está fundamentada na geometria, empregando os recursos teóricos fornecidos por esta para desenvolver técnicas de medição cada vez mais acuradas.

respectivas escolas – Virgílio no CMRJ e Homero no Colégio Pedro II – contribuíram inequivocamente para a formação, em ambos, de um caráter austero e metódico, não os privando, entretanto, de um senso de humor refinado e irônico.



Em 1938, Pinheiro recebeu o diploma de agrimensor, graduação concedida aos concluintes do curso secundário no Colégio Militar, tendo retornado a este, em 1940 na condição de preparador da disciplina de Física, e, a partir de 1944, no cargo de professor Adjunto. Nesse período, foi assistente do professor Ary Quintela, sendo responsável pela revisão de seus livros didáticos de Matemática. Concluiu, em 1952 o curso de Professorado de Desenho na Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (atual Faculdade de Educação da UFRJ) e, logo após, em 1954, passaria a catedrático de Desenho do CMRJ.

Em 1943 casara-se com Lenita, que foi sua companheira por toda a vida e com quem teve três filhos – Lucia Maria, Eneida e Arthur. Aos 24 anos, portanto, já via-se responsável pelo sustento de uma família, o que o levaria a lecionar em vários

estabelecimentos concomitantemente, de modo que, somados, os modestos rendimentos percebidos por um professor pudessem constituir uma renda suficiente para assegurar um conforto básico a sua esposa e filhos. Na década de 50, além de atuar no Colégio Militar também trabalhou como professor em cursos preparatórios para os exames vestibulares e, a partir de 1958, passou a integrar o corpo docente da Escola Nacional de Belas Artes (atual Escola de Belas Artes da UFRJ) onde veio a ministrar aulas em várias disciplinas, entre as quais Complementos de Matemática, Desenho Técnico, Geometria Descritiva I e II, Teoria do Desenho Geométrico I e II.

No início da década seguinte, publicou as primeiras edições de seu “Noções de Geometria Descritiva”, obra em três volumes que aborda a ciência criada por Gaspard Monge retomando seu caráter original – lógico, sintético e prático – em contraposição ao tratamento meramente expositivo/executivo que vinha sendo dispensado ao ensino da disciplina. O primeiro volume, lançado em 1961 trata da descrição e funcionamento do sistema mongeano, da representação dos entes fundamentais – ponto, reta e plano – no espaço e na épura, além de explorar as relações de pertinência, inclusão, posição e interseção entre os entes fundamentais e entre estes e os elementos do sistema. O volume seguinte, cuja primeira edição data de 1962, é dedicado ao estudo dos métodos descritivos e à resolução de problemas métricos, isto é, aqueles que envolvem a verdadeira grandeza de ângulos ou distâncias. O terceiro volume viria a tratar do estudo dos poliedros, sólidos de revolução e das seções nestes produzidas por diversos tipos de plano.

Após a publicação do “Noções..”, em uma inequívoca demonstração de ética profissional, Pinheiro solicitou ao comando do CMRJ seu afastamento das atividades de ensino de Geometria Descritiva, no sentido de evitar qualquer situação que pudesse ser entendida como favorecimento pessoal, caso seus livros viessem a ser adotados pela instituição. Permaneceu, assim, encarregado das aulas de Desenho Geométrico, disciplina sobre a qual viria a conceber uma nova obra a partir do início dos anos 70 – Geometrografia (volumes I e II) –, que será objeto de uma análise mais aprofundada nesta dissertação.

Durante Regime Militar (1964-1985) Pinheiro figurou na triste lista de cidadãos presos sob a suspeita de “atividades subversivas”. As cassações e as prisões políticas atingiram duramente o meio intelectual brasileiro, sendo particularmente danosas à

comunidade acadêmica; vários docentes, cientistas e pesquisadores foram afastados de seus cargos ou mantidos sob observação do governo, mesmo sem possuírem histórico algum de envolvimento direto em organizações políticas e/ou partidárias.

Ateu e simpatizante do socialismo, jamais misturou suas crenças pessoais com sua atividade docente, não tendo, em momento algum, adotado um discurso ideológico ou doutrinário que buscasse influenciar politicamente seus alunos. Apesar disso, pouco tempo após o Golpe de 1964, foi detido na Escola de Belas Artes por agentes do DOPS – que já haviam estado em sua residência fazendo ameaças à sua esposa – e levado para interrogatório nas dependências do órgão, sediadas no tristemente célebre edifício da Rua da Relação, nº40, no centro do Rio de Janeiro.



Fig.11: Professor Virgílio Athayde Pinheiro em meados dos anos 60[?]. Fonte: Acervo familiar.

Homem de compleição física mediana, Pinheiro foi devolvido à família quinze dias depois, pesando 40 quilos, sem que a acusação de integrar uma “célula comunista” no Colégio Militar – acredita-se que a denúncia tenha partido de membros desta instituição – tivesse encontrado qualquer vestígio de realidade.

Ainda na década de 1960, foi sócio e professor do Curso Vetor, onde lecionou Geometria Descritiva a alunos concluintes do Colegial⁴⁰ que se preparavam para enfrentar os exames vestibulares. Em 1965, entretanto, exonerou-se dos cargos que ocupava naquele estabelecimento por discordar profundamente da conduta e de procedimentos adotados tanto por parte da Direção do curso quanto de alguns de seus colegas docentes.

A partir do início dos anos 70, Pinheiro viria a ocupar diversos cargos administrativos no âmbito da Escola de Belas Artes(EBA-UFRJ), tendo sido Chefe do Departamento de

⁴⁰ Ciclo equivalente ao Ensino Médio atual.

Técnicas de Representação(1971), Coordenador dos cursos de Licenciatura em Desenho e Plástica(1977) e Licenciatura em Educação Artística(1978); exerceu o cargo de Diretor *pro tempore* da Escola entre 1980 e 1981, período em que atuou também como membro do Conselho de Coordenação do Centro de Letras e Artes. Além dos cargos exercidos na EBA, nos anos de 1970 e 1971, Pinheiro foi Encarregado do curso de Desenho Geométrico no Serviço de Aperfeiçoamento do Ensino Médio(SADEM), promovido pela Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro. No Colégio Militar, exerceu, entre 1972 e 1975, o cargo de Professor-Chefe de Matemática e Desenho, enquanto na Faculdade de Desenho e Plástica do Instituto Bennet de Ensino, lecionou as disciplinas Desenho Geométrico Básico, Teoria do Desenho Geométrico I e II, Evolução das Técnicas de Representação Gráfica e Sistemas Geométricos de Representação. Ainda na área do ensino privado, atuaria também como Professor Titular de Geometria Descritiva da Escola de Engenharia Veiga de Almeida.

Na década de 1980, Virgílio Athayde Pinheiro fez parte dos quadros da administração superior da UFRJ, ocupando diversos cargos, entre os quais os de Sub-Reitor de Pessoal e Serviços Gerais (1981-1983), Sub-Reitor Substituto de Patrimônio e Finanças(1982) e Sub-Reitor Substituto de Graduação e Corpo Docente(1983). Em 1984 começou a lecionar na Escola Nacional de Ciências Estatísticas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (ENCE-IBGE), onde trabalhou até 1992, tendo também aí exercido várias funções administrativas, entre as quais a de Diretor da instituição.

Em 1983, foi lançado o segundo volume de Geometrografia. O prefácio do livro traduz várias das transformações ocorridas no ensino do Desenho Geométrico, em nível básico (à época, 1º e 2º graus), após a implementação das mudanças previstas na Lei 5692/71. No que diz respeito ao ensino de Artes, Desenho e Música, a Lei de Diretrizes e Bases aprovada sob o governo Médici propunha uma abordagem integrada dessas linguagens artísticas promovida por professores que deveriam dispor de uma formação polivalente capaz de abraçar todas as formas de expressão reunidas sob a designação de Educação Artística. Ao longo dos anos 70, os currículos das licenciaturas em Desenho e Plástica e Licenciatura em Música sofreram alterações para adaptarem-se às exigências da nova legislação. Na prática, o advento do curso de Licenciatura em Educação Artística resultou em uma formação generalista e superficial, dado que a polivalência supostamente

exigida pela proposta didática da nova disciplina mostrava-se incompatível com a especialização em uma determinada modalidade(linguagem) de expressão artística.

Descrito por seus ex-alunos e colegas como um homem polido, culto e possuidor de uma extraordinária clareza didática, Pinheiro aposentou-se em princípios dos anos 1990, afastando-se também do meio acadêmico. Falecido em 2006, mantém-se, no entanto, como uma referência para sucessivas gerações de professores de Desenho, tanto do ponto de vista intelectual como profissional.

Chamava seus alunos de ‘cadete’, sendo assim também conhecido: Cadete Virgílio(...). Dotado de inigualável virtuosismo no uso do quadro de giz, traçava círculos á mão livre de tal maneira que, após conferidos com o compasso, mostravam-se perfeitos. Possuía apreciável habilidade didática para conduzir e ampliar o raciocínio lógico dedutivo dos estudantes e agia com segurança e tranqüilidade, jamais alterando seu tom de voz. Permanece viva na memória de seus ex-alunos a imagem da então por ele chamada “margarida” – o ponto chave da questão. Tal ponto revelador do ‘mistério’ acerca de cada exercício proposto nas aulas de Desenho Geométrico e Complementos de Matemática, quando vislumbrado na interseção de seus lugares geométricos, ganhava a conotação do refrão de uma cantiga de roda – “Apareceu a Margarida”. A metáfora utilizada pelo Prof. Virgílio fazia-se representar na figura de análise - esboço antecipado da solução do problema – quando se envolvia o ponto, então identificado como chave, com o contorno simples daquela flor. (RODRIGUES, 2006, p.179)

3.2 REVISITANDO A GEOMETROGRAFIA

O sucesso de suas “Noções de Geometria Descritiva” – os três volumes da obra permanecem, ainda em princípios do século XXI, como uma das principais referências bibliográficas sobre o tema – não inibiu Pinheiro a explorar outros horizontes na área da expressão gráfica. Atento à completa falência do modelo de ensino de Desenho Geométrico, que vinha sendo sinalizada por vários autores desde o início da década de 1960, e à nova abordagem proposta para o ensino de Geometria pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM), Pinheiro retomou o estudo da Geometrografia a partir das bases propostas por Lemoine no início do século, mas ampliando e atualizando as características da disciplina.

Pinheiro acompanhava de perto os novos rumos e interesses aos quais a Matemática vinha se dedicando desde fins do século XIX e percebeu que, no contexto criado a partir desse processo, o ensino tradicional da Geometria – e, por extensão, dos sistemas de representação gráfica nela fundamentados – parecia não gozar mais de uma importância significativa, principalmente porque, alegava-se, a abordagem tradicional da Matemática

não era capaz de prover os alunos dos subsídios necessários para engajarem-se na e assimilação e desenvolvimento de novas tecnologias.

Ao contemplar os trabalhos que vinham sendo conduzidos nas esferas mais altas da pesquisa matemática não é difícil compreender o porquê de tal desinteresse, dado que a representação gráfica não era imprescindível ao modelo – axiomatizado e fundamentado numa lógica rigorosa – proposto para melhor integrar as geometrias aos demais ramos da Matemática. No entanto, isso não necessariamente deveria se aplicar ao ensino dessa ciência, em especial nos níveis mais elementares, onde os conteúdos necessitam de adaptações e didáticas próprias para o trabalho com crianças e adolescentes – o que inclui a utilização de modelos para sistematizar alguns conteúdos. Ora, as representações gráficas das formas geométricas nada mais são do que modelos que procuram – a despeito das limitações impostas pela realidade física – reproduzi-las com a maior precisão possível. Por que abrir mão desse recurso, na educação escolar, em nome de um excessivo rigor e da questionável eficácia (para o aprendizado em nível básico) do estudo da Geometria a partir de uma abordagem estritamente axiomática? A esse respeito, no prefácio do primeiro volume de seu “Geometrografia”, Pinheiro comenta que:

(...) é estranho que muitos matemáticos (não tanto os que pesquisam, mas os que ensinam) abstenham-se de incursionar mais demoradamente nos domínios da geometrografia.(...) No Brasil, em Portugal e nos países de língua espanhola, ante ao retraimento dos matemáticos propriamente ditos, a geometrografia ficou entregue ao cuidado dos vizinhos – os desenhistas e afins, - a cujo zelo, ainda que nem sempre bem sucedido, deve-se pelo menos sua sobrevivência. (PINHEIRO, 1974, p.VII)

O manifesto desinteresse a respeito dos sistemas geométricos de representação reflete, em grande medida, a postura adotada por grande parte dos professores de Matemática nas escolas brasileiras em relação ao ensino da própria Geometria. No capítulo anterior, mostrou-se, que mesmo antes da incorporação das propostas do MMM, os docentes já enfrentavam dificuldades para lecionarem a geometria segundo o método tradicional. Não raro, sob a alegação de que os tempos disponíveis para as aulas de matemática eram insuficientes para cumprir o programa, os conteúdos de geometria sequer eram abordados, pois, quase sempre, constituíam as últimas unidades. Contribuiu, sem dúvida, para agravar esse quadro, a bombástica declaração de Jean Dieudonné – “À *bas Euclide*” – , que, segundo o próprio, teria sido interpretada de forma equivocada, mas, na

prática, serviu como um salvo-conduto para que a Geometria Euclidiana deixasse de ser lecionada nas escolas.

O trabalho de Pinheiro não era voltado para o ensino escolar de Desenho Geométrico, mas obviamente, não podia furtar-se de utilizar uma estrutura que contemplasse dois objetivos:

- Instrumentalizar os professores e pesquisadores atuantes na área de representação gráfica com uma fundamentação teórica consistente e comum à empregada pela Matemática no estudo de Geometria.
- Propor um tratamento às construções geométricas fundamentais que pudesse ser integrado à Teoria de Conjuntos e oferecer, para o estudo das transformações do plano, uma abordagem alternativa à de base estritamente analítica.
- Familiarizar os professores de Desenho Geométrico com a linguagem e a simbologia matemática incorporada ao ensino escolar pelo MMM.

3.3. A REFORMULAÇÃO DA GEOMETROGRAFIA

3.3.1 A extensão do conceito de geometrografia

Como foi visto anteriormente, o principal objetivo proposto por Lemoine para a Geometrografia seria a identificação da solução mais eficaz para cada problema clássico de construção da geometria plana, propondo para isso a utilização dos coeficientes de simplicidade e exatidão.

Ao retomar o estudo da disciplina, Pinheiro conservou esses coeficientes, mas ampliou o conceito da Geometrografia de modo a abraçar todos os aspectos relacionados à representação gráfica de entes geométricos no plano euclidiano. Desse modo, a Geometrografia passou a constituir praticamente um sinônimo do Desenho Geométrico Linear. Mas por que utilizar o termo “linear” para especificar uma sub-modalidade do Desenho Geométrico? A característica principal desta modalidade não é justamente representar os entes geométricos no plano utilizando apenas linhas retas e curvas?

Para responder a essas perguntas é necessário observar que Pinheiro buscou estabelecer uma relação direta e logicamente estruturada entre o ente geométrico, de natureza ideal, e sua representação gráfica, de natureza material. A representação gráfica do objeto matemático comunica sensorialmente as características do ente ideal, devendo portanto, aproximar-se ao máximo da descrição conceitual deste. Assim, o traçado de um círculo executado com o uso do compasso comunicará melhor a morfologia da curva do que um desenho da mesma realizado à mão livre, constituindo, como propõe o autor, sua imagem geometrográfica. De certo modo o ensino de Desenho Geométrico incorporou elementos de vários sistemas geométricos de representação, como a perspectiva e o desenho projetivo, no sentido de tornar mais clara a visualização das formas espaciais. O processo de projeção do sólido sobre o plano cria uma imagem dotada de ilusão de profundidade que *representa* mas não *reproduz* a morfologia do corpo. Utilizando uma comparação simplificada, a imagem geometrográfica de um quadrado está para esse polígono assim como um modelo tridimensional de um cubo está para esse poliedro.

A questão da imagem geometrográfica como modelo dos entes geométricos do plano, constitui um aspecto essencial do trabalho de Pinheiro e o tratamento a ele reservado pelo autor está fundamentado em um extremo rigor matemático, o que justifica o teor do capítulo 1 do primeiro volume de seu *Geometrografia*.

Antes de proceder à exploração do teor dos dois volumes da obra de Pinheiro, é imprescindível ressaltar que o foco da análise que se pretende conduzir é o **método** proposto pelo autor e os elementos que o estruturam, não cabendo, portanto, examinar de forma pormenorizada cada um dos conteúdos apresentados nos livros; naturalmente alguns destes conteúdos poderão ser invocados individualmente, na medida em que se façam necessários para construir exemplos da aplicação do método.

3.3.2 Aspectos gerais e referências utilizadas no *Geometrografia 1*

O prefácio do livro 1 é bastante esclarecedor a respeito do universo em que o leitor está prestes a ser introduzido. Em um texto preciso, construído em linguagem rica, própria das obras de referência, Pinheiro analisa os desencontros entre a Matemática e a Geometrografia, em um momento em que tanto o ensino de Geometria quanto o de

Desenho Geométrico passavam, no Brasil, por grandes atribulações. O tecnicismo que caracterizou o processo de reformas educacionais promovidas pelo Regime Militar (1964 – 1985), levou à incorporação de novas metodologias de ensino de Ciências e Matemática para o ensino básico, buscando, por um lado melhorar a qualificação da mão-de-obra nacional, habilitando-a para operar aparelhagens e maquinarias cada vez mais sofisticadas, e, por outro, conter a demanda por vagas no ensino superior, aumentando o número de cursos técnicos. As universidades, embora tenham passado ao largo de alguns modismos metodológicos, foram fustigadas com outros tipos de padecimento: além de terem sua organização estrutural reformulada, viram-se privadas de muitos de seus melhores pesquisadores e docentes, afastados de suas atividades – e, eventualmente, de suas famílias – sob a acusação de professarem ideologias não alinhadas à do governo central.

Embora a pesquisa matemática na área de Geometria tenha experimentado grandes avanços ao longo de todo o século XIX e XX, no Brasil da década de 1960, o ensino dessa disciplina nos níveis primário e secundário permanecia ainda muito atrelado à tradição positivista, podendo-se dizer o mesmo em relação ao Desenho, cujos programas oscilaram ao sabor das conveniências do contexto econômico mas foram sempre mantidos sob a hegemonia do Desenho Geométrico.

No final do capítulo anterior, mostrou-se que o ensino de Matemática no Brasil recebeu, a partir do início dos anos 1960, uma forte influência do Movimento da Matemática Moderna. Acreditava-se que a proposta pedagógica e metodológica que introduzia no ensino básico noções trabalhadas na Matemática superior, como “estrutura”, “grupo” e “transformações do plano”, poderia tornar a aprendizagem do conteúdo de Matemática mais interessante e mais consistente, melhorando não apenas o aproveitamento dos alunos mas sua compreensão sobre as interrelações existentes entre os diversos campos da disciplina. O ensino da “Matemática moderna” adotou a linguagem simbólica utilizada pela Teoria de Conjuntos e pela lógica matemática, utilizando os livros didáticos como seu principal vetor de disseminação. Assim, em princípios dos anos 1970, o emprego de símbolos como “ $\cap$ ”, “ $\forall$ ”, “ $\exists$ ”, “ $\in$ ”, “ $\subset$ ” e “ $\emptyset$ ” havia se tornado parte do cotidiano escolar dos grandes centros urbanos, sendo natural supor, portanto, que a elaboração das novas obras relacionadas aos conteúdos de Matemática deveria incorporar o

uso da linguagem simbólica. Foi nesse contexto que Pinheiro publicou, em 1974, o primeiro volume de *Geometrografia*.

O principal objetivo do volume 1 é estabelecer para o ensino de Desenho Geométrico uma base teórica consistente e integrada à sua fundamentação matemática, ou, em outras palavras, que apresentasse a *Geometrografia* como um recurso didático eficaz para comunicar visualmente relações entre objetos matemáticos. Por outro lado, o método proposto por Pinheiro em seu *Geometrografia* possibilitaria, igualmente, auxiliar a inferência dos dados necessários à resolução de problemas geométricos de natureza construtiva, a partir do estabelecimento de relações entre a imagem esboçada do problema supostamente resolvido e as estruturas geométricas capazes de oferecer os recursos/características necessários para proceder, efetivamente, à solução.

Assim, Pinheiro buscava ampliar os objetivos propostos por Lemoine para a *Geometrografia*, imprimindo a estas funções que transcendiam a busca pela eficácia absoluta do traçado e a comparação dos graus de simplicidade e exatidão das construções. Para isso, recorreu a uma vasta revisão de literatura para construir seu texto, com base na incorporação e articulação de trabalhos de outros autores, como o dinamarquês Julius Petresen (1839–1910), o alemão Félix Klein (1849–1925), o suíço Max Jeger (1923 – 1991) e a professora francesa Lucienne Félix (1901-1994). É igualmente perceptível o reflexo dos conceitos e propostas de ensino trazidos ao Brasil pelo MMM – no qual Lucienne Félix teve ativa participação. No entanto, ao contrário do MMM, cuja atuação e influência se deram principalmente nos níveis básicos de ensino, a obra de Pinheiro está destinada ao público do nível superior, e, embora envolva aspectos metodológicos para o ensino da *Geometrografia*, não se pretende, em absoluto, um livro didático para uso de crianças e adolescentes, mas um texto de referência teórica para a formação de professores que lecionarão Geometria e Desenho Geométrico.

Desse modo, o capítulo introdutório de *Geometrografia 1* apresenta os elementos que compõem o plano – universo em que ocorrerão todas as relações, operações e procedimentos da *Geometrografia* – utilizando a linguagem matemática e os símbolos próprios da lógica e da Teoria de Conjuntos. Ainda nesta parte, são analisados de forma extremamente minuciosa os axiomas que estruturam a Geometria plana, construindo, a

partir destes, a noção de figura, que sintetizará, de certo modo, as relações de pertinência e inclusão entre o conjunto de base da geometria plana (plano) e seus subconjuntos – os demais entes geométricos nele contidos.

3.3.3 O conceito de figura

Considerando um plano α , Pinheiro inicia a construção do conceito de figura descrevendo-a, *latu sensu*, como um subconjunto g não vazio de α , que, podendo ser reconhecido por sua organização interna, caracteriza-se como uma figura geométrica. Sob essas condições, o conceito de figura geométrica aplicar-se-ia tanto aos polígonos quanto às linhas curvas e retas.

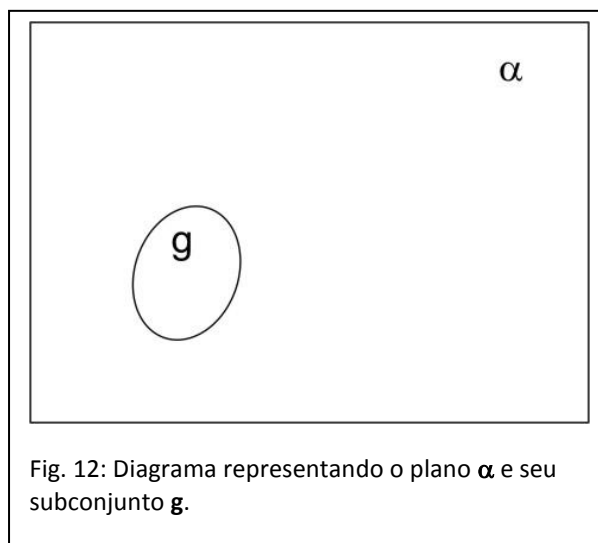


Fig. 12: Diagrama representando o plano α e seu subconjunto g .

O compartilhamento de aspectos morfológicos próprios das figuras permite defini-las e organizá-las, por afinidade, em outros subconjuntos de α ; a definição da figura corresponderia, portanto, ao “conjunto de atributos que possibilitam identificar se duas figuras pertencem ou não a um mesmo subconjunto”. (PINHEIRO, 1974, p. 3)

Pinheiro adverte, no entanto, que a definição de uma figura pressupõe que outras figuras, tomadas como entes primitivos, já existam e que

(...) sejam admitidas sem definição.

Na construção formal da geometria, isto é, quando dela se exclui toda a intuição, a existência destes entes é assegurada por axiomas, que são como definições implícitas. (PINHEIRO, *Op.Cit.*, p. 4)

Essa observação apresenta-se em consonância com a axiomática proposta por Hilbert, que toma como entes que prescindem de definição o ponto, a reta e o plano. Mesmo outras formalizações das estruturas geométricas, consideram a existência de algum(ns) ente(s) primitivo(s), a partir do(s) qual(is) são construídas as relações entre os

demais objetos geométricos. A existência de uma figura (isto é, de um subconjunto de figuras), seria estabelecida, por sua vez, “com apoio na noção de interseção entre conjuntos”.

A título de exemplo para a essa linha de raciocínio, Pinheiro propõe a existência, em um conjunto **H**, composto por paralelogramos **h**, de dois subconjuntos **J** e **L**, cujos elementos seriam, respectivamente, os retângulos **j** e os losangos **l**.

Os retângulos **j** se distinguem dos demais paralelogramos **h** por possuírem os quatro ângulos internos congruentes, com medidas iguais a 90° .

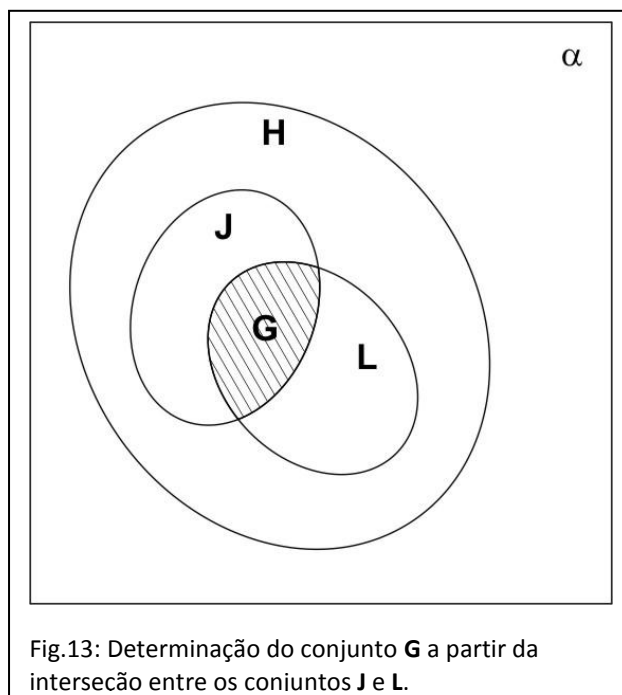
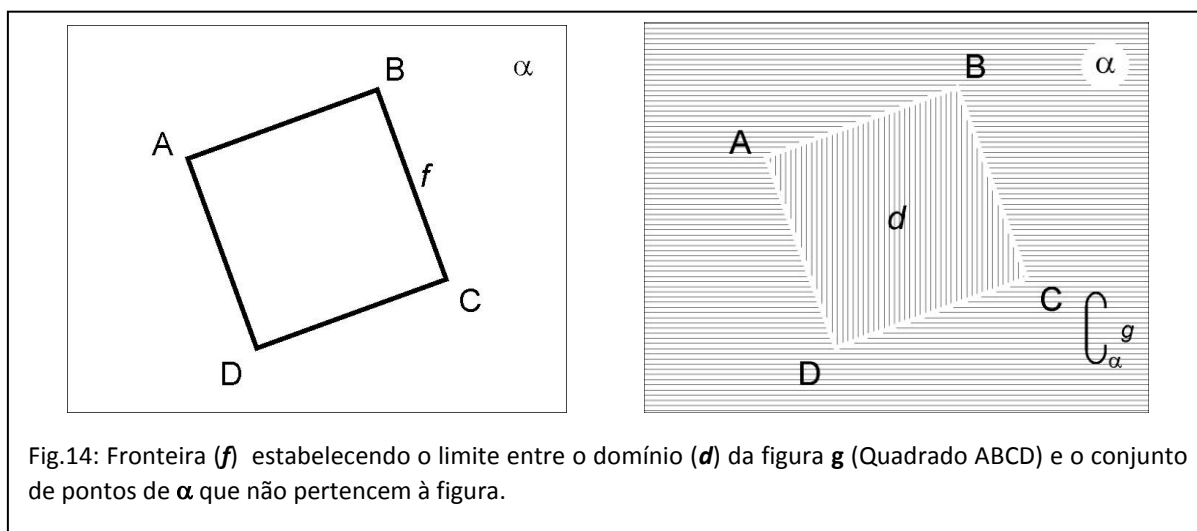


Fig.13: Determinação do conjunto **G** a partir da interseção entre os conjuntos **J** e **L**.

Já os losangos caracterizam-se pelo fato de terem os quatro lados isométricos. A existência de um novo subconjunto **G** de paralelogramos **g** que reúna as características morfológicas de retângulos e trapézios – isto é, possua, ao mesmo tempo, lados e ângulos internos congruentes – estaria condicionada à possibilidade de a interseção entre **J** e **L** constituir um conjunto não vazio. Dado que, neste caso ($J \cap L \neq \emptyset$), existirá um subconjunto de figuras cujos elementos são losangos-retângulos, isto é, quadrados.

De acordo com Pinheiro, uma figura é constituída, ainda, pela reunião de sua fronteira e de seu domínio, que seriam caracterizados associando, à primeira, a imagem geometrográfica da linha e, ao segundo, a área por ela delimitada. Em alguns casos, como o da reta, por exemplo, onde não existe domínio, a figura ficaria restrita à sua própria fronteira. A opção da linha como representação gráfica da fronteira de um aglomerado pontual justifica-se pelo fato de que a existência de um subconjunto **g** de α pressupõe uma

separação entre os pontos pertencentes a g e os demais pontos do plano. A fronteira f , responsável por estabelecer essa distinção, seria composta por pontos que não pertencem nem a g nem ao complementar de g em relação a α – isto é, todos os pontos de α não pertencentes a g . Por mais que a representação gráfica da linha possua, necessariamente, uma espessura mínima suficiente para possibilitar sua visualização, sua imagem geometrográfica comunica perfeitamente a existência de um limite que estabelece a distinção entre o conjunto g e o restante do plano.



Para legitimar a figura como imagem geometrográfica – ou modelo – dos entes geométricos, Pinheiro recorre à Análise, utilizando a função bijetora para associar objetos matemáticos às suas representações gráficas.

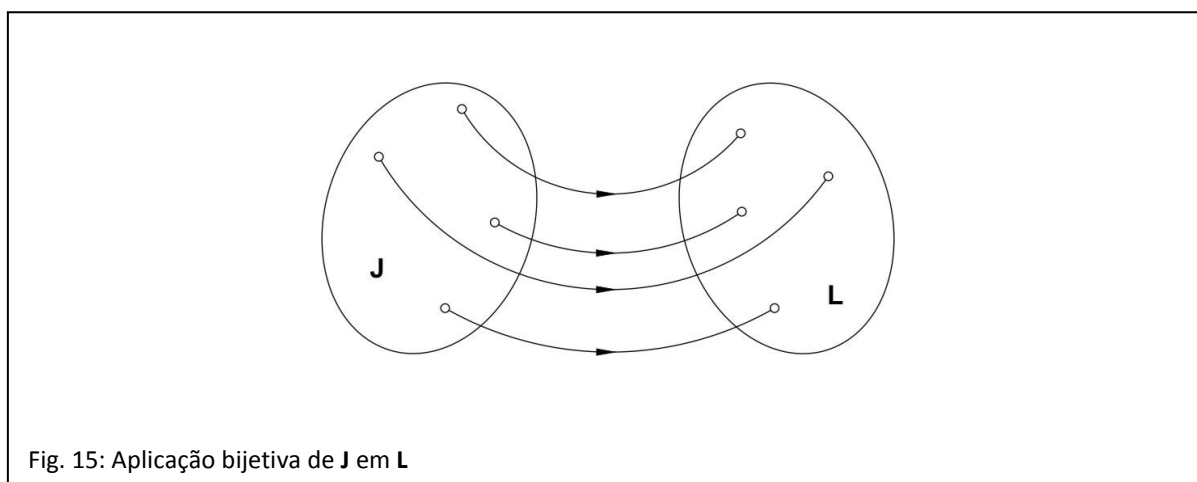
A aplicação bijetiva entre dois conjuntos ocorre quando cada um dos elementos do conjunto de chegada constitui a imagem de um único ponto do conjunto de saída. Assim, considerando-se os conjuntos J e L , a função será uma bijeção se para cada x , $x \in J$ existir um único y , $y \in L$, o que equivale a dizer que $y = f(x)$.

Ainda a respeito dessa aplicação, Pinheiro faz uma importante observação: se J e L forem conjuntos iguais, ou seja, se J contiver L e, ao mesmo tempo, estiver contido neste conjunto, a associação estabelecida entre os elementos de ambos conjuntos será uma bijeção de J em si mesmo, caracterizando a aplicação f como uma permutação em J . É a bijeção que

(...) permite passar da geometria à geometrografia: a cada figura-*entidade* criada pela geometria associa-se bi-univocamente uma figura-*imagem*, expressa em termos de desenho.

(...) A geometria constrói racionalmente (...) e a geometrografia comunica visualmente esta construção(...), e, por comodidade de linguagem, aludimos às imagens como se fossem os próprios entes e conceitos que elas representam. (PINHEIRO, 1974, p.9)

Se o conjunto em questão for o plano α , a permutação receberá o nome de transformação do plano α ou transformação pontual em α .



O estudo das transformações do plano constitui a base da abordagem moderna da Geometria, proposta por Felix Klein em fins do século XIX e incorporada, desde as primeiras tentativas de reformulação do ensino escolar de Matemática, ainda no início do século XX, aos conteúdos que deveriam fazer parte dos novos programas. Mais tarde, no âmbito das gestões do MMM, as transformações pontuais seriam apresentadas como base para uma abordagem alternativa ao ensino tradicional de Geometria, o que mostrou-se desastroso face ao despreparo dos professores para apresentarem esse conteúdo e à conseqüente inadequação do tratamento a ele dedicado – nos raros casos em que este foi efetivamente trabalhado com os alunos.

No primeiro volume de *Geometrografia*, Pinheiro utiliza as transformações isométricas – isto é, aquelas que conservam as distâncias – para instituir o conceito de congruência entre figuras geométricas e para desenvolver as ferramentas geometrográficas para o transporte de segmentos de reta e para o transporte de ângulos, que permitirão executar várias operações importantes no Desenho Geométrico. No segundo volume, as

transformações serão empregadas para ampliar a coleção de lugares geométricos (LLGG) trabalhados no livro 1. Segundo o autor,

(...) uma mesma transformação pode comportar vários usos distintos, entre os quais o que leva à geração de um novo LG, interessando especificamente à questão em exame. É um recurso dinâmico, no sentido de que flexiona a figura considerada, ensejando o aparecimento de relações que os LLGG convencionais não lograriam revelar. (PINHEIRO, 1974, p.51)

No capítulo 4 desta dissertação, serão apresentados exemplos de como alguns aspectos da abordagem dada por Pinheiro às transformações do plano, enquanto matrizes de novos lugares geométricos, encontraram nos *software* de geometria dinâmica um estado da arte em termos expressivos e operacionais.

O encadeamento de idéias desenvolvido por Pinheiro apresenta as transformações como elo central para relacionar a Geometria – e por extensão a Geometrografia – a outros campos da Matemática. Integrar toda a Matemática em torno de uma “espinha dorsal” que possibilitasse estabelecer comunicação entre seus diversos ramos, cada vez mais especializados, foi um propósito que desafiou matemáticos brilhantes como Hilbert e Klein.

A contribuição de Klein, exposta na coleção *Elementarmathematik von Höheren Standpunkt Aus* (Matemática Elementar de um ponto de vista Avançado), e traduzindo, no volume sobre Geometria, a proposta de ensino apresentada pelo matemático alemão no célebre *Programa de Erlangen*, constituiu uma importante referência para o modelo de ensino escolar de geometria proposto pelo MMM, dado que possibilitava estudar os conteúdos deste ramo da Matemática de forma integrada aos demais e não isoladamente, como na abordagem tradicional. Algumas tentativas nesse sentido já haviam sido ensejadas no Brasil – com amplitude e alcance restritos – por Euclides Roxo, professor do Colégio Pedro II, na primeira metade do século XX, mas adquiriram uma expressão mais ampla a partir das décadas de 1960 e 1970, quando a indústria do livro didático ajudou a formatar os recursos metodológicos utilizados em sala pelos professores segundo os princípios da Matemática Moderna.

Em nenhum momento, contudo, Klein sugeriu a supressão da Geometria Euclidiana no ensino escolar; ao contrário, propôs que este deveria ser um dos mais importantes conteúdos a serem trabalhados nesse nível, apenas modernizando sua abordagem em face

das importantes contribuições recebidas ao longo do século XIX. Observou, ainda, a importância do uso da representação gráfica para construção da visualização espacial e como instrumento de apoio para o ensino de Geometria.

Pinheiro decidiu, no entanto, antes de empregar as transformações de plano para tratar das ferramentas gráficas necessárias ao transporte de distâncias e ângulos – além das operações decorrentes destas – discutir a natureza dos problemas geométricos e os procedimentos a serem adotados para a sua solução, para introduzir, ainda no início do segundo capítulo, a noção de lugar geométrico. Para fundamentar sua apresentação sobre esses tópicos, o autor utilizou vários conceitos propostos pelo matemático dinamarquês Julius Petersen. De fato, se é possível identificar nas ideias de Klein, Jeger e Félix a orientação que define as diretrizes e a linguagem da releitura que Pinheiro empreende à idéia original da geometrografia, as estruturas básicas de seu trabalho assentam-se, indubitavelmente, sobre a obra de Petersen.

3.3.4 A contribuição de Petersen e a construção do método de Pinheiro

Julius Peter Christian Petersen (1839 – 1910) manifestou seu interesse pela matemática ainda no ensino médio e ingressou no Colégio de Tecnologia de Copenhague em 1856. Apaixonado desde jovem pela resolução de problemas geométricos, publicou seu primeiro trabalho em 1858 – um texto elementar sobre logaritmos. Aprovado em 1862 para a Universidade de Copenhague, onde iniciou seus estudos matemáticos, permaneceu na instituição após concluir sua graduação, obtendo ali os graus de Mestre (1866) e Doutor (1871). Petersen escreveu vários textos voltados para o ensino escolar e pré-universitário, alguns dos quais foram traduzidos e publicados em outros países, a despeito de serem considerados muito difíceis pela média dos alunos.

Em uma dessas obras, publicada originalmente em 1866 e traduzida para o francês em 1879 com o título *Méthodes et théories pour la resolution de problèmes de constructions géométriques*, Petersen propõe que a solução de problemas na Geometria Euclidiana, a partir de construções a régua e compasso, fundamenta-se no emprego de retas e circunferências do plano como lugares geométricos.

Ainda no prefácio da obra, Petersen procura delimitar claramente seus objetivos, afirmando que:

Após ter resolvido um grande número de questões, algumas originais, outras extraídas das numerosas coletâneas existentes, tentei analisar o encadeamento das idéias que conduzem à solução de cada uma delas e classificá-las segundo regras gerais. Se considerarem que minhas soluções diferem das de outros autores e se, em alguns casos, elas parecerem mais complicadas, é que preferi as que são metódicas àquelas que parecem devidas a um feliz acaso. O objetivo que tenho principalmente em vista é o método; na maior parte dos casos, não fiz senão indicar a chave da solução, deixando sua discussão detalhada ao leitor ou ao professor. (PETERSEN, 1879, Prefácio, p.1 – 2, tradução nossa)⁴¹

Em fins da década de 1950, antes que o MMM aportasse no Brasil, Pinheiro já utilizava a obra de Petersen como base para seu trabalho à frente da disciplina Desenho Geométrico e Complementos de Matemática, por ele lecionada aos alunos do curso de Professorado de Desenho da então Escola Nacional de Belas Artes. Integrante de uma das primeiras turmas da ENBA a ter aulas daquela disciplina com Pinheiro, em 1959, a Profª Maria Helena Wyllie Lacerda Rodrigues relata, em depoimento concedido ao autor desta dissertação, que, à época, é provável que o professor já estivesse pesquisando mais profundamente sobre a Teoria dos Conjuntos e reunindo material para a elaboração do Geometrografia:

MB: A grande questão é ele [Prof.Virgilio] chegava a comentar durante as aulas alguma coisa sobre isso? Ele chegava a fazer comentários sobre as pesquisas que estavam sendo feitas nos Estados Unidos para mudar o currículo [de Matemática]?

MHWLR: Olha, eu não me lembro, eu não me lembro dele fazer esses comentários não. (...) ele era muito didático (...) ia para o quadro e já começava a desenvolver aquele assunto.

MB: Mas ele já trabalhava com o método que ele expõe no *Geometrografia*, de exame do problema, análise?..

MHWLR: Sim, Sim...

MB: Associação a lugares geométricos?

⁴¹“Après avoir résolu un grand nombre de questions, les unes originales, les autres extraites des nombreuses collections existantes, j’ai avais essayé d’analyser l’enchaînement des idées qui conduisent à La solution de chacune d’elles et d’en faire une classification sous formes de règles générales. S’il se trouve que mes solutions different de celles des autres auteurs et si, dans certains cas, elles paraissent plus compliquées, c’est que j’ai prefere celles qui sont méthodiques a celles qui semblent dues à um hasard heureux. L’objet que j’ai principalement en vue, c’est la méthode; dans la plupart des cas, je n’ai fait qu’indiquer La clef de La solution e j’en ai laissé La discussion détaillée au lecteur ou au professeur.”

MHWLR: Sim, ele já estava estudando(...). Eu imagino que ele já estivesse escrevendo o livro.

MB: Provavelmente, ou levantando material para isso.

MHWLR: É, e eu, depois, ainda peguei assim aquela primeira apostila dele(...) que ainda não era livro propriamente, mas já tinha um formato.

(Trecho de depoimento concedido ao autor)

Para compreender o princípio de funcionamento do método proposto por Petersen – e incorporado por Pinheiro na estruturação de seu Geometrografia – é necessário identificar as definições e conceitos apresentados pelo autor estrangeiro nas páginas iniciais de seu livro.

O matemático dinamarquês estabelece a definição de problema como sendo uma proposição geométrica que demanda a construção de uma figura⁴² de modo a atender certas condições dadas. De acordo com o autor, os problemas podem ser classificados em três categorias:

- Superabundantemente determinados: quando a figura procurada está submetida a uma quantidade de condições superior à necessária para sua determinação.
- Determinado: quando possui um número finito de soluções.
- Indeterminado: Quando admite um número infinito de soluções.

Petersen observa que, entre os problemas indeterminados, há um tipo que apresenta um interesse bastante particular: o que, mediante o acréscimo de uma única condição a mais, torna-se determinado.

Embora um mesmo problema possua uma infinidade de soluções, não será satisfeito por uma figura qualquer que seja, mas todas as suas soluções se agruparão de uma certa maneira, determinada pelas condições dadas. Assim, um ponto é determinado quando satisfizer a duas condições dadas; se não se lhe impõem senão uma, ele se torna indeterminado, embora todos os pontos que atendam a essa condição dada se encontrem sobre uma linha reta ou curva, que recebe o nome de lugar geométrico dos pontos que satisfazem a essa condição. (PETERSEN, 1879, p. 2, tradução nossa)⁴³

⁴² Petersen utiliza o termo para referir-se, nesse caso, a um esboço do problema supostamente resolvido.

⁴³ “Quoiqu’on pareil problème ait une infinité de solutions, Il n’y sera pas satisfait par une figure quelconque; mais toutes ses solutions se grouperont d’une certaine manière, déterminée ar les conditions donées. Ainsi un point est déterminé quand il doit satisfaire à deux conditions donées ; si on ne lui en impose qu’une seule, il

Pinheiro incorpora a categorização dos tipos de problemas geométricos em seu livro, introduzindo, contudo, algumas alterações e reservando ao tema um tratamento mais axiomático. De acordo com o autor, os problemas poderiam ser classificados como:

- Possível, quando atende simultaneamente a duas condições:
 - 1) Que o conjunto-solução do problema não seja vazio; isto é, que exista ao menos uma solução válida para o problema.
 - 2) Que o número de soluções possíveis seja finito.

(O cumprimento desses dois requisitos encontra-se implícito na definição, por Petersen, dos problemas determinados.)

- Impossível, se o conjunto solução é vazio.
- Indeterminado, se o conjunto solução admite infinitos elementos.

Enquanto Petersen omite em sua classificação os problemas cuja solução é impossível, Pinheiro preocupa-se em enumerá-los, embora exclua de sua categorização os problemas designados pelo dinamarquês como *superabundantemente determinados*.

Pinheiro estabelece, também uma outra distinção, com base em aspectos perceptuais, entre os tipos de problemas, classificando-os como métricos ou locais. De acordo com o autor, suas características seriam as seguintes:

- Nos problemas métricos, os dados fornecidos referem-se estritamente a distâncias e ângulos, não havendo elementos com posição fixada no plano. São obtidas soluções distintas (todas as imagens distintas e não superponíveis) representadas por figuras não congruentes que atendam às condições estabelecidas no enunciado.
- Nos problemas locais há elementos cuja posição encontra-se previamente determinada. Todas as figuras desiguais que satisfazem os dados do enunciado são consideradas soluções, tomando-se, assim, como soluções distintas, todas as imagens distintas – incluindo as superponíveis.

devient indéterminé ; mais toutes les points qui remplissent cette dernière condition se trouveront sur une ligne droite ou courbe ; on lui a donné le nom d'un lieu géométrique des points que satisfont à cette condition."

Há, porém, uma etapa na resolução dos problemas que antecede e, logo, determina a sua classificação: a análise do conjunto de dados da questão.

3.3.5. Análise do problema supostamente resolvido

A noção de análise do problema assume, tanto na obra de Petersen quanto na de Pinheiro, um papel imprescindível para determinar as soluções por meio de um processo racional e logicamente ordenado. Existem algumas diferenças, contudo, entre a forma de condução da análise proposta originalmente por Petersen e a apresentada pelo professor brasileiro, embora ambas compartilhem a ideia de esmiuçar as condições propostas para o problema a partir de um desenho da suposta resolução.

O autor dinamarquês argumenta que, se por um lado, o advento da geometria analítica forneceu um método geral para solucionar os problemas geométricos, criou, por outro, a necessidade freqüente de “grandes desvios” em virtude das características inerentes ao próprio método – a obrigatoriedade de trabalhar com as distâncias em relação aos eixos cartesianos, que “em geral não têm absolutamente nada a fazer na questão” . Acrescenta, ainda, que a aplicação do método da Geometria Analítica permite alcançar as soluções “fazendo-se mecanicamente os cálculos, sem que, no entanto, se possa sempre interpretar geometricamente as equações obtidas”.

Assim, propõe encontrar a solução do problema por meio da investigação – à luz da Geometria – das ligações entre os elementos dados da figura e os que são procurados:

(...) Criou-se assim uma transição entre os procedimentos algébricos e aqueles puramente geométricos. Entre esses últimos, cumpre encontrar a solução do problema estudando pela via geométrica, quais são as ligações que existem entre os elementos dados da figura e aqueles que se procura. Para facilitar essas investigações, deve-se começar, em todos os casos, por *desenhar uma figura* que represente a solução procurada e estudá-la, então, com a ajuda dos teoremas conhecidos da geometria.

Percebe-se como esse é o caso, em um grande número dos problemas mais simples, no qual tudo conduz à determinação de um ponto desconhecido? O método que se deve aplicar decorre imediatamente desta última ação.

Considera-se, tomando-as isoladamente, as duas condições às quais o ponto procurado deve satisfazer; a cada uma delas corresponderá um lugar geométrico; e se estes são retas ou círculos, o problema está resolvido. Pois o ponto, devendo se

encontrar ao mesmo tempo sobre cada um dos dois lugares, deve se achar nos pontos onde eles se cortam. (PETERSEN, 1879, p. 3, tradução nossa)⁴⁴

Esse procedimento compreenderia três etapas – a construção da figura, a demonstração de que a construção é exata e a discussão da construção. Nesta última etapa, caberia “indicar os limites entre os quais os dados devem estar compreendidos, para que o problema admita 0, 1, 2, etc soluções”. (PETERSEN, 1879, p.2, tradução nossa)

Pinheiro propôs uma conduta semelhante, realizada, porém, de forma mais meticulosa e em duas etapas: a primeira, de investigação, e a segunda, de discussão. A etapa inicial constituiria “a análise propriamente dita”, na qual são estabelecidas as relações entre o conjunto de dados do problema e as soluções procuradas. A fase seguinte busca avaliar as conclusões obtidas pela investigação, a fim de possibilitar a determinação do número de soluções possíveis e o estabelecimento das relações que atendam às condições propostas no enunciado, de modo a assegurar a existência de pelo menos uma solução válida. O autor observa, ainda, que a identificação, a partir dos dados do problema, de alguns pontos da figura – denominados pontos-chave –, possibilita a obtenção de sua imagem e conclui argumentando que

Como cada condição tem por imagem a fronteira de um conjunto pontual (vale dizer, uma linha), a imagem da figura resultará, afinal, da interseção de pares de linhas.(...) Então, cada linha f deve exprimir uma condição necessária e suficiente (...) e se denominará um *lugar geométrico*.

(...) A caracterização de um LG faz-se pela demonstração de que o conjunto pontual constituído pela linha f é igual ao conjunto pontual I definido pela condição considerada, isto é, pela demonstração de que $I \subset f$ e que $f \subset I$. (PINHEIRO, 1974, p. 49)

Novamente Pinheiro reporta-se ao método proposto por Petersen, mas manifesta uma preocupação maior que este em reiterar a distinção entre o ente geométrico e sua

⁴⁴ “(...)On a toutefois crée ainsi une transition entre les procédés algébriques e ceux purement géométriques. Dans ces derniers, on tâche de trouver la solution du problème en étudiant par la voie géométrique quelles sont les liaisons qui existent entre les éléments données de la figure et ceux qu’on cherche. Pour faciliter ces investigations, on commence, dans tous les cas pour dessiner une figure qui représente la solution cherchée et il ne s’agit plus alors de l’étudier à l’aide des théorèmes connus de la géométrie.

S’aperçoit-on comme c’est le cas dans un grand nombre des problèmes les plus simples, que tout se ramène a la détermination d’un point inconnu ? La méthode qu’on doit appliquer découle immédiatement de ce qui précède.

On considère, en les prenant isolément, les deux conditions auxquelles le point cherché doit satisfaire; a chacune d’elles correspondra un lieu géométrique ; et si ce sont des droites ou des cercles, le problème est résolu. Car le point, devant se retrouver en même temps sur chacun des deux lieux, doit se trouver aux point où ils se coupent.”

representação gráfica, recorrendo novamente às aplicações entre conjuntos e as relações de inclusão entre estes para estabelecer os vínculos entre o objeto matemático e sua imagem geometrográfica.

A despeito das diferenças de tratamento, os dois autores concordam que a solução para um problema determinado seria obtida a partir da interseção dos lugares geométricos que contemplassem as condições estabelecidas no enunciado, organizadas convenientemente e dispostas em um diagrama (desenho) de análise⁴⁵, no qual a figura, por óbvio, não é percepcionalmente isométrica àquela procurada, mas possuirá propriedades comuns a ela.

3.3.7 Lugares Geométricos definidos como conjuntos

Ao referir-se aos lugares geométricos, Petersen não utiliza o termo *conjunto* em momento algum, referindo-se a eles (LLGG) como retas ou curvas onde estão situados os pontos que atendem a uma condição específica; Pinheiro, por sua vez, formalizará a definição de lugar geométrico, no segundo capítulo do volume 1 de *Geometrografia*, a partir de relações e conceitos trabalhados no início desse capítulo e ao longo de todo o capítulo anterior, empregando os seguintes termos:

2,2,1. Define-se:

No plano a , o lugar geométrico (LG) é todo o conjunto I de pontos P_i ($i = 1, 2, 3...$) para os quais vale bicondicionalmente uma relação $\mathfrak{R}$.

$I = \{ P_i (i = 1, 2, 3...) \mid P_i \leftrightarrow \mathfrak{R} \} \Leftrightarrow I \text{ é um LG.}^{46}$

2,2,2 A relação $\mathfrak{R}$ se exprime necessariamente em termos de *distâncias* e/ou *ângulos* e se traduz pela condição – *ser igual a*.

2,2,3 De um modo geral, se existe uma figura cuja fronteira f é tal que

$f \subset I$ e $I \subset f$,

isto é tal que

$f = I (...)$,

diz-se, por extensão, que f é um LG.

(PINHEIRO, 1974, p.69-70. Grifo nosso)

⁴⁵Recurso utilizado desde a Antiguidade, por autores como Apolônio e Pappus.

⁴⁶ I é igual ao conjunto de pontos P_i tais que P_i é válido se e somente se obedecer a $\mathfrak{R}$, o que equivale dizer que I é um LG.

Apoiado na Teoria dos Conjuntos, Pinheiro descreverá cada lugar geométrico como um agrupamento de pontos dotados de uma propriedade exclusiva, que poderá ser verificada sensorialmente a partir de sua imagem geometrográfica. De fato, como já foi dito, todo o primeiro capítulo do volume 1 de seu *Geometrografia* será dedicado a expor, sinteticamente, a partir do conceito de figura, aspectos gerais da Teoria dos Conjuntos e das relações funcionais estabelecidas entre um ente geométrico e sua representação gráfica, cabendo aos capítulos seguintes o exame detalhado da constituição e da representação de cada lugar geométrico.

Petersen, por seu turno, dedicará o capítulo inicial de seu livro à enunciação das características dos principais lugares geométricos, recorrendo a exemplos e exercícios para ilustrar as propriedades específicas de cada um. Algumas construções são descritas e algumas relações demonstradas, mas isso não constitui um procedimento sistemático, sendo conduzido apenas nos casos em que o autor julga necessário.

No *Geometrografia*, a caracterização de cada lugar geométrico se dará a partir de uma mesma sistemática: proposta uma condição para o conjunto de pontos, a primeira etapa será a instituição do LG a partir de uma figura de análise e do estabelecimento de uma cadeia de relações geométricas que indicarão as construções necessárias para a obtenção da representação gráfica do LG. A etapa seguinte consiste na construção da imagem geometrográfica do LG, onde os traçados serão executados segundo a análise procedida na instituição do lugar geométrico. A terceira e última etapa corresponde à determinação da fórmula geometrográfica do LG e dos coeficientes de simplicidade e exatidão da construção.

Para ilustrar esses procedimentos, julgou-se conveniente apresentar um exemplo retirado do livro de Pinheiro, disposto a seguir.

LG 04 – Para todo círculo (O, r) e todo comprimento $2c$ ($c < r$), o LG (l) dos pontos médios P das cordas do círculo (O, r) , de comprimento $2c$ é um círculo (f) .

1. Instituição do LG

Tomemos P e L , isto é, tal que

$$AP = c$$

Condição que define l .

No triângulo POA tem-se

$$PO = \sqrt{r^2 - c^2} = a$$

Isto é, $P \in l'$, sendo l' definido pela condição de ser constante a distância $PO = a$

Assim,

$$P \in l \Leftrightarrow P \in l'$$

Ora (...)

$$P \in l' \Leftrightarrow P \in \text{Circ.}(O, a) \subseteq f,$$

e, portanto,

$$P \in l \Leftrightarrow P \in f$$

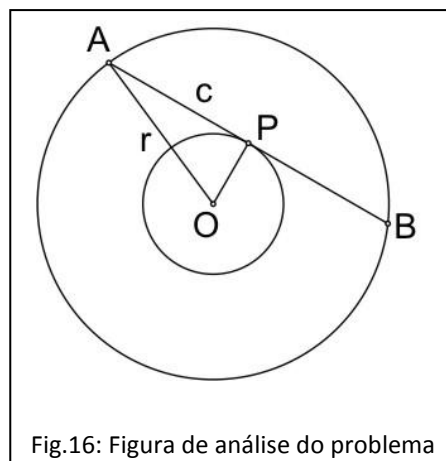


Fig.16: Figura de análise do problema

2. Imagem do LG

1. Constrói-se, no círculo (O, r) , uma corda qualquer $AB = 2c$ (...)

2. Toma-se $Oi \perp AB$, por O , obtendo-se P :

$$\{P\} = AB \cap Oi;$$

3. Descreve-se o círculo (O, OP) , que é a imagem geométrica f do LG.

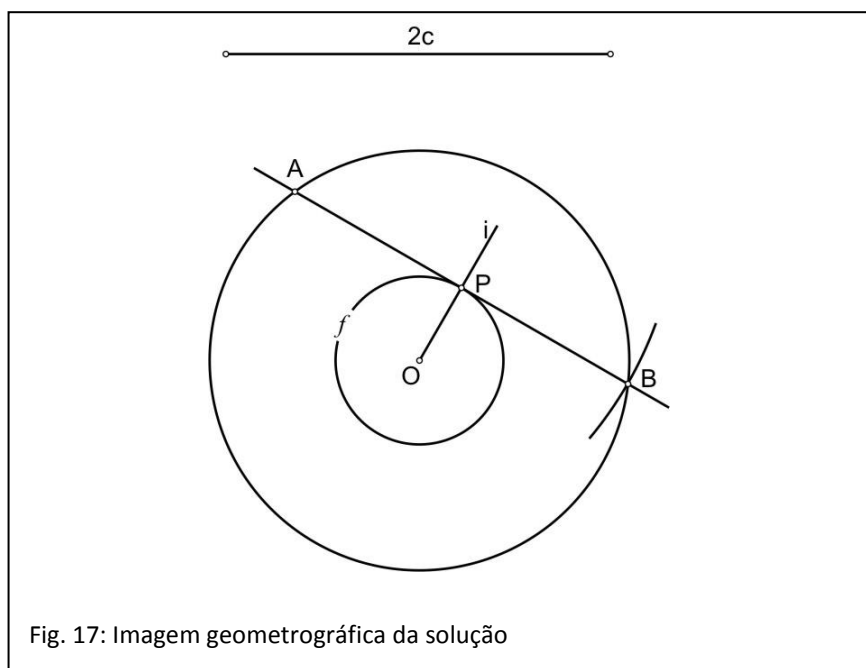


Fig. 17: Imagem geométrica da solução

3) Geometrografia do LG

	R_1	R_2	C_1	C_3	$2R'_1$	E
AB	2	1	3	1		
OP		1				1
F			2	1		

Fórmula:

$$\text{Op. } [2R_1 + 2R_2 + 5C_1 + 2C_3 + 2R'_1 + E]$$

Coeficientes:

$$\mathcal{E} = 8 \quad \mathcal{S} = 12$$

(PINHEIRO, 1974, p. 75-76)

Empregando esses recursos, Pinheiro propôs um método geral para a solução de problemas geométricos e a construção de suas respectivas imagens geometrográficas. Deve-se reiterar, no entanto, o princípio explicitado na exposição inicial de Pinheiro de que a resolução de um problema construtivo se dá pela via geométrica – isto é, pelo emprego dos axiomas da Geometria e de suas consequências – cabendo à Geometrografia comunicar visualmente a solução encontrada e mensurar seus coeficientes de simplicidade e exatidão.

A título de conclusão dessa seção, julgou-se oportuno reproduzir um exemplo de utilização do método proposto por Pinheiro para construir a imagem geometrográfica da solução de um problema geométrico:

Construir um triângulo ABC de que se conhecem um lado $BC = a$, a soma $AC + AB = s$ dos dois outros lados e a altura $BH = h$ relativa a um destes.

1) Análise

É um problema métrico [porque pede o representante perceptual de cada um dos subconjuntos de triângulos congruentes ABC que verificam as condições impostas]. Supondo-o resolvido, introduza-se na figura piloto o dado s , transportando-se AB para AJ:

$$AC + AB = AC + AJ = CJ = s$$

Considere-se, então, o triângulo BCJ, do qual se conhecem dois lados, $BC = a$, $CJ = s$ e a altura $BH = h$, relativa a este último.

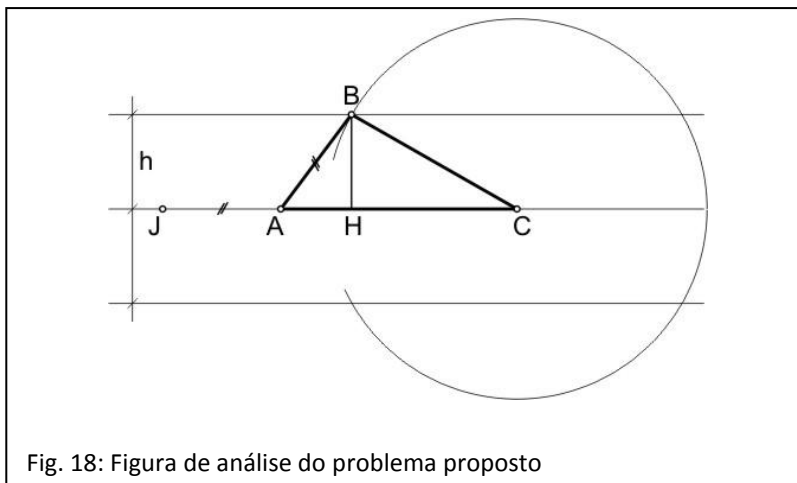


Fig. 18: Figura de análise do problema proposto

Para obter-se este triângulo, tome-se B por ponto-chave. Um primeiro LG de B é o círculo (C, a) e um segundo LG de B é a união das paralelas u e u' à reta CJ, tomadas à distância h.

Sendo P o conjunto de pontos B, tem-se

$$\left[\begin{array}{l} B \in P, P \subset \text{Círculo } (C, a) \\ B \in P, P \subset (u \cup u') \end{array} \right] \Rightarrow P = \text{Círculo } (C, a) \cap (u \cup u')$$

Construído o triângulo BCJ, a localização de A é imediata: um de seus LLGG é a reta CJ e o outro é a mediatriz de BJ (pois $AJ = AB$).

Se Q é o conjunto dos pontos A, tem-se

$$\left[\begin{array}{l} A \in Q, Q \subset CJ \\ A \in Q, P \subset \text{Mediatriz de BJ} \end{array} \right] \Rightarrow Q = CJ \cap \text{Mdz.BJ}$$

Discussão: O triângulo BCJ existirá se $a > h$,

caso em que o conjunto P terá quatro elementos, ou se $a = h$

caso em que P terá só dois elementos.

Se $a < h$, o conjunto P será vazio, e não existirá o triângulo BCJ, nem por consequência, o triângulo ABC (problema impossível)

Para $a \geq h$, o triângulo ABC existirá se $b + c > a$ (1,11, 2):

$b + c > a > h \Rightarrow 2$ soluções;

$b + c > a = h \Rightarrow 1$ solução.

2) Construção

[$m_a = 30$ mm $m_s = 60$ mm $m_h = 20$ mm]

1 - Toma-se $CJ = s$;

2 – Traça-se $u \parallel CJ$, à distância h ;

3 – Descreve-se o círculo (C, a) , obtendo-se:

$\{B, B'\} = \text{círculo}(C, a) \cap u$;

4 – Traçam-se as mediatrizes z e z' de BJ e $B'J$, respectivamente:

$\{A\} = CJ \cap z$

$\{A'\} = CJ \cap z'$;

5 – Traçam-se AB , BC e $A'B'$, $B'C$: os triângulos ABC e $A'B'C$ resolvem o problema.
(PINHEIRO, 1974, p. 128-130)

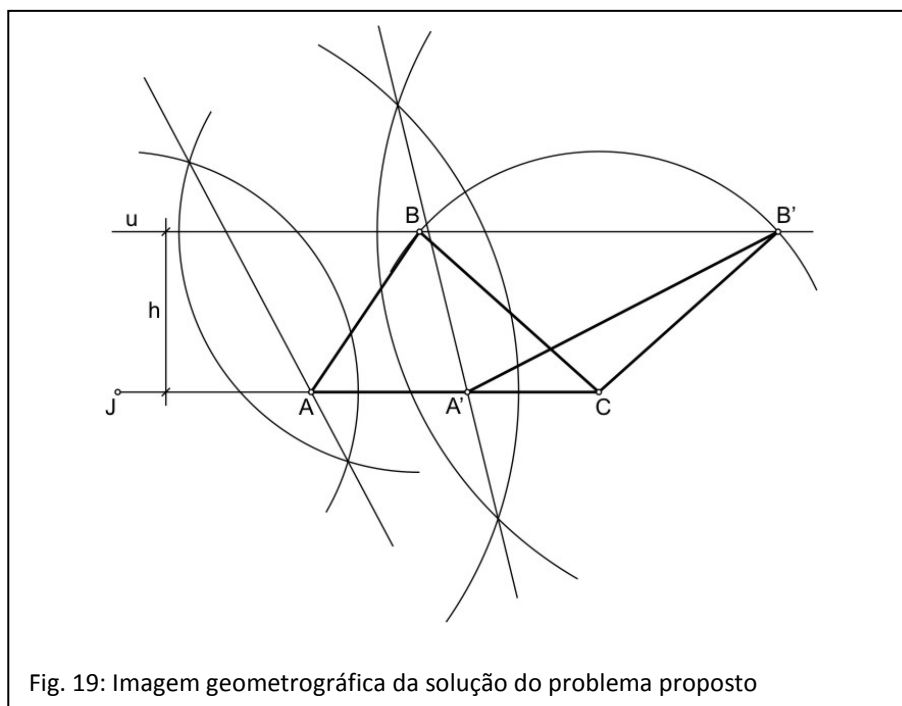


Fig. 19: Imagem geometrográfica da solução do problema proposto

Dado que o problema é métrico, e que os todos os traçados são construídos a partir de uma posição arbitrada para CJ, são descartadas as posições de B que seriam encontradas na paralela u' , pois as soluções delas oriundas seriam congruentes com as obtidas.

Embora Pinheiro não tenha estabelecido, neste caso, os coeficientes de simplicidade e exatidão para a solução proposta, estes poderiam ser aferidos se, cumulativamente, se buscasse compará-la - segundo a proposta original de Lemoine – a uma outra solução.

O terceiro e último capítulo do livro é dedicado ao estudo das distâncias proporcionais, tratando, entre outros tópicos da Divisão Harmônica, do Teorema de Tales e da geometrografia das expressões algébricas.

3.3.7 Aspectos gerais de *Geometrografia 2*

O segundo volume de *Geometrografia* poderia perfeitamente constituir o capítulo final do volume 1, e é bastante provável que essa fosse a ideia original de Pinheiro. Os anos decorridos entre a publicação das duas partes de sua obra acabaram mostrando-se, contudo, bastante reveladores acerca dos caminhos que viriam a ser trilhados pelo ensino do Desenho Geométrico e da própria Geometria.

No final do capítulo anterior desta dissertação, foram analisados os impactos produzidos, no ensino escolar, pela adoção sistemática – porém incompleta – dos ditames do MMM e suas repercussões sobre a aprendizagem da Geometria e, conseqüentemente, dos sistemas geométricos de representação. Em 1986, – ano da publicação de *Geometrografia 2* – já se faziam sentir na prática docente dos licenciados sob o signo da “matemática moderna” os resultados nefastos da implementação parcial e equivocada dos princípios desta. Em relação a isso, Pinheiro observou que:

É patente a perplexidade em que ainda se debate, entre nós, o ensino da geometria. Menosprezada pela universidade, – que se rendeu ao fascínio da álgebra e da análise, – e, em conseqüência, ignorada pelos professores que ela forma, a geometria, na escola de 1º e 2º graus, ou tem apenas um registro cartorário, inócuo, nos programas de matemática, ou então é encenada mais ou menos como a montaram os Gregos, há dois milênios. Foi isto, justamente, que lançou o ensino da geometria num processo circular de desprestígio e abandono: o de não se ter reformulado, – ao contrário da álgebra e da análise, – no sentido de reconhecer prevalência às *estruturas* sobre os *entes*, o que corresponderia, no caso, a estudar a geometria, cada geometria, como caracterizada por um espaço, tomado como conjunto de base, e um grupo de transformações deste espaço.

Ao nível da escola secundária, este enfoque da geometria impõe amplo apelo à experiência, e o manejo da figura, – com que se atingem, aliás, objetivos bem mais nobres que o simples tratamento da informação, – é com toda a certeza, a melhor maneira de estimular ao exercício das atividades de conteúdo matemático.(....)

Até por tradição, a temática que se desenvolve neste livro e no que o precedeu está confiada, na escola secundária, ao professor de desenho.(...)

Então, ao menos por enquanto, há que dirigir-se este ensaio aos professores secundários de desenho. Ao fazê-lo, cabe advertir (invertendo o velho aforisma da didática) que o professor não deve ensinar tudo o que sabe, mas deve saber tudo o que ensina. (PINHEIRO, 1986, prefácio)

Paralelamente, dentre as reformas promovidas pela Lei 5692/71, a instituição da Educação Artística como disciplina substituta do Desenho na grade curricular obrigatória contribuiu para desestruturar as gestões que vinham sendo feitas desde meados dos anos 60 para qualificar a formação dos professores de Desenho e Artes Plásticas. É verdade que o protagonismo reservado, desde fins do século XIX, às modalidades de desenho fundamentadas na geometria – Desenho Geométrico, principalmente –, em todos os programas oficiais para a instrução básica, empobreceu o ensino artístico escolar ao restringir demasiadamente o exercício criativo, o trabalho com técnicas artísticas (como pintura, gravura e modelagem) e o estudo de aspectos relacionados à estética e à História da Arte. A proposta de abordagem integrada das diversas linguagens artísticas, apresentada na nova LDB, assentava-se, no entanto, sobre bases teóricas extremamente frágeis, tanto do ponto de vista filosófico quanto do metodológico, terminando não só por agravar as questões já existentes, mas por criar novos problemas.

O conjunto desses fatores, associado à retirada da Geometria Descrita dos exames vestibulares, provocou uma redução no número de estabelecimentos de ensino básico que conservavam o Desenho como disciplina independente – isto é, separada da Educação Artística – em sua grade curricular. Muitas escolas, no entanto, mantiveram nas aulas de Educação Artística o modelo tradicional de ensino de Desenho, fundamentado, essencialmente, nos conteúdos de Desenho Geométrico.

Pinheiro, no entanto, não capitulou em seu propósito de instrumentalizar os professores de Desenho com uma base teórica consistente e uma visão mais completa da geometria, pois acreditava que caberia a estes profissionais não só contribuir para a

manutenção do estudo desse ramo da matemática nas escolas brasileiras, mas agir no sentido de modificar sua abordagem, facilitando a integração de seus conteúdos a outras áreas da disciplina.

Assim como seria um preconceito de modernismo fátuo, pretender negar valor às imagens propriamente figurativas da matemática clássica, seria uma posição tradicionalmente inconseqüente não querer admitir a incorporação das figuras simbólicas ao equipamento operacional da matemática de hoje.

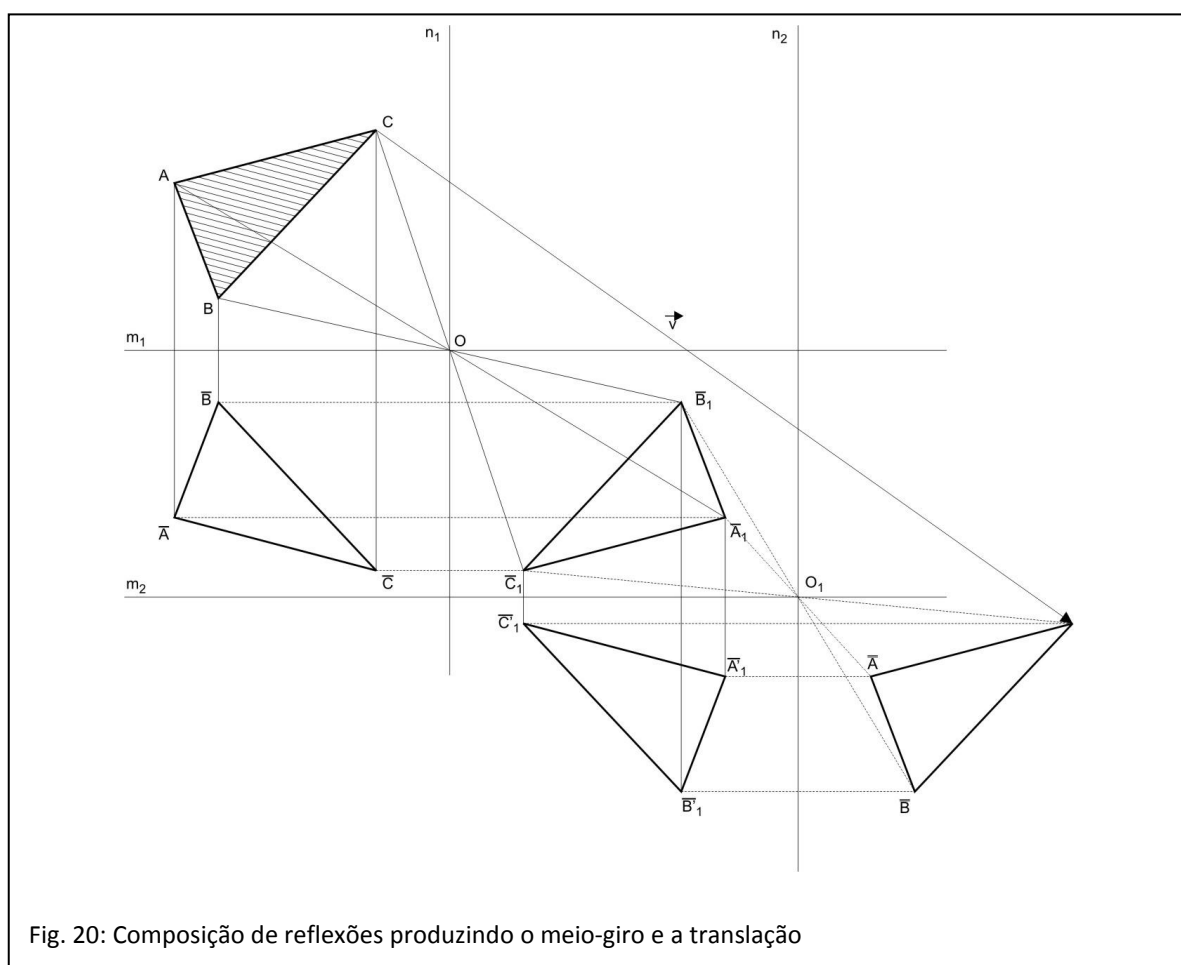
Esta reserva dos mais conservadores deve-se talvez ao fato de que tais figuras não resultam de desenhos geométricos no sentido euclidiano da expressão – o que é verdade, sim, mas irrelevante, porque os conceitos que elas comunicam, transcendem, em rigor e generalidade, tudo o que nos poderiam fornecer a régua e o compasso.(...)

(...) a nova orientação que se está pretendendo imprimir, em particular à escola de 2º grau, exigirá um esforço muito grande da atividade universitária neste setor e não é demais registrar que um bom número de professores secundários de desenho já está operando na aula de matemática, quer dizer, absorvendo parte da carga horária específica desta disciplina. O desconhecimento disso tem levado algumas pessoas a propalar o declínio do desenho na escola de 2º grau, quando, em verdade, o que se verifica é até um novo dimensionamento da questão, novo e auspicioso, embora não possa prosperar senão na exata medida em que os professores de matemática e desenho possam falar um idioma comum.(PINHEIRO, 1973[?], p. 17-22)

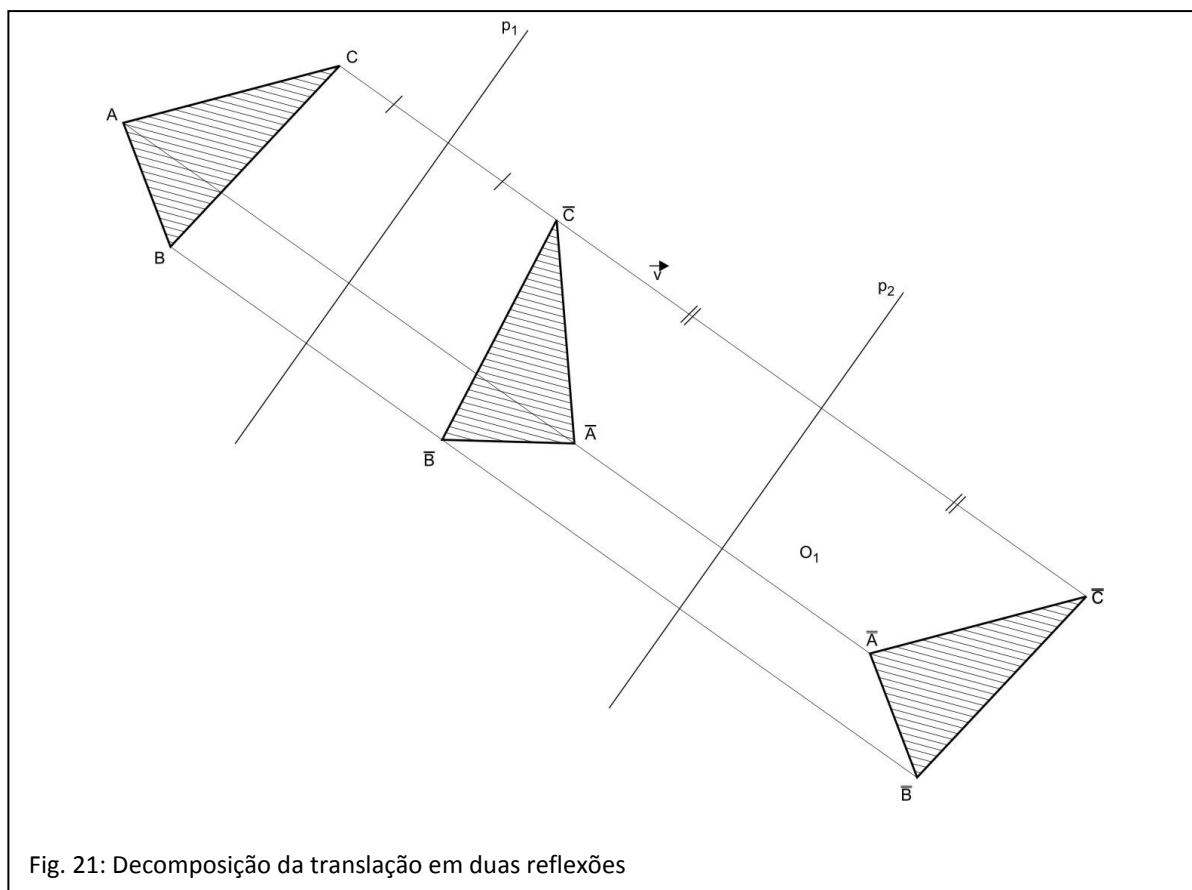
Desse modo, procurou desenvolver no *Geometrografia 2* o estudo das transformações do plano (ou transformações pontuais), base da abordagem que a Matemática Moderna propôs, mas não conseguiu implementar, para o conteúdo de Geometria. Diferentemente de Felix Klein, que conduziu seu trabalho com a Geometria a partir de um tratamento analítico, Pinheiro adotou uma abordagem essencialmente gráfica, analisando as transformações e utilizando-as para solucionar, com régua e compasso, problemas que não poderiam ser resolvidos com o recurso às interseções entre lugares geométricos convencionais, método empregado no volume 1. A despeito disso, Pinheiro observou os conceitos de geometrias distintas proposto por Klein a partir da definição de cada geometria com base nos grupos de transformações por ela comportados. A Geometria Euclidiana, por exemplo, trata dos grupos de transformações pontuais que preservam distâncias, paralelismo e alinhamentos, sejam elas isométricas (simetrias, rotações, translações), semelhantes (homotetias) ou uma composição de ambos os tipos (roto-

homotetia, por exemplo) enquanto a Geometria Afim é caracterizada pelos grupos de transformações que preservam apenas paralelismo e alinhamentos.

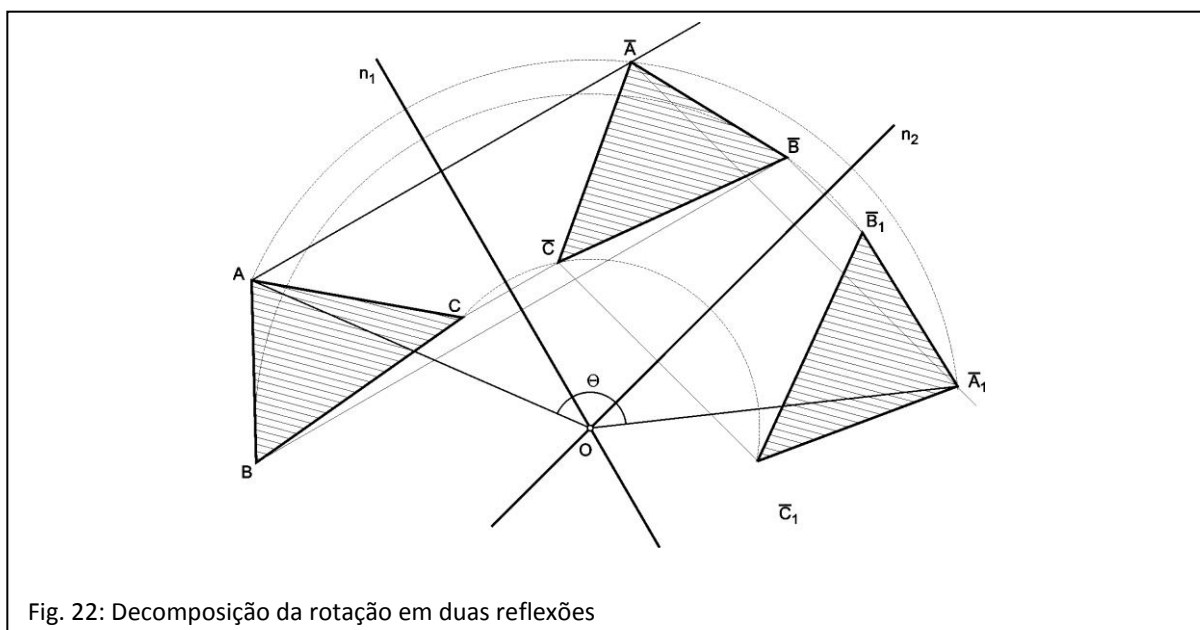
Em cada grupo de transformações existe uma que é irredutível, isto é, não pode ser obtida a partir do produto de outras transformações, mas, ao contrário, serve como base para produzir todas as outras transformações do grupo. Pinheiro cita como exemplo a reflexão (simetria axial), que constitui a transformação irredutível do grupo das isometrias:



Desse modo, é possível decompor um meio giro (simetria central) em duas reflexões consecutivas, realizadas em torno de um par de eixos perpendiculares. A primeira reflexão, executada em relação à reta m_1 produz a transformada $\overline{ABC}$, que, submetida a uma segunda reflexão, gera a transformada $\overline{A_1B_1C_1}$, produto de meio giro efetuado por O . A translação do triângulo ABC pelo vetor v , que gera a transformada $\overline{\overline{ABC}}$ – decomposta, na fig. 20 em quatro reflexões efetuadas sequencialmente em torno das retas m_1 , n_1 , m_2 e n_2 , – pode ser obtida a partir da composição de apenas duas reflexões:



A rotação pode, igualmente, ser decomposta em uma sequência de duas reflexões, embora, nesse caso, o ângulo formado entre os dois eixos de simetria não seja necessariamente reto, conforme se pode verificar no exemplo a seguir:



O triângulo ABC foi submetido a uma rotação de Θ graus em torno de O. Para decompor essa transformação em duas reflexões, é necessário, inicialmente estabelecer, em um dos arcos que registram graficamente a amplitude da rotação ($\overline{AA_1}$, por exemplo), um ponto $\overline{A}$ situado entre um ponto primitivo e seu transformado (A e $\overline{A_1}$, respectivamente). O ponto $\overline{A}$ será considerado como produto da reflexão de A em torno da reta n_1 – a mediatriz do segmento $\overline{AA}$ – que constituirá, portanto, o eixo da primeira reflexão. O eixo da segunda reflexão corresponde à reta n_2 , mediatriz do segmento $\overline{AA_1}$.

Ao longo dos capítulos de números 2 a 6 do livro, Pinheiro analisou seis transformações do plano, suas propriedades, leis de composição e usos geométricos. Empregando estrutura semelhante à utilizada no primeiro volume, o autor trabalha os usos típicos de cada transformação a partir da resolução de problemas propostos. A exposição de algumas das etapas do método estabelecido no *Geometrografia 1* passaram a ser omitidas à medida que aumentava a complexidade dos procedimentos executados, como se pode constatar no exemplo a seguir:

De bordo de uma embarcação, visam-se dois pontos em terra, P e Q e lê-se o ângulo θ_1 das visadas. Depois de percorrer uma distância d , conhecida, num rumo δ , dado, repete-se a operação e lê-se o novo ângulo θ_2 das visadas. Pede-se assinalar na carta de bordo a rota do navio entre os instantes considerados.

Suposto o problema resolvido, seja A_1A_2 o caminho percorrido pelo barco, entre os instantes considerados.

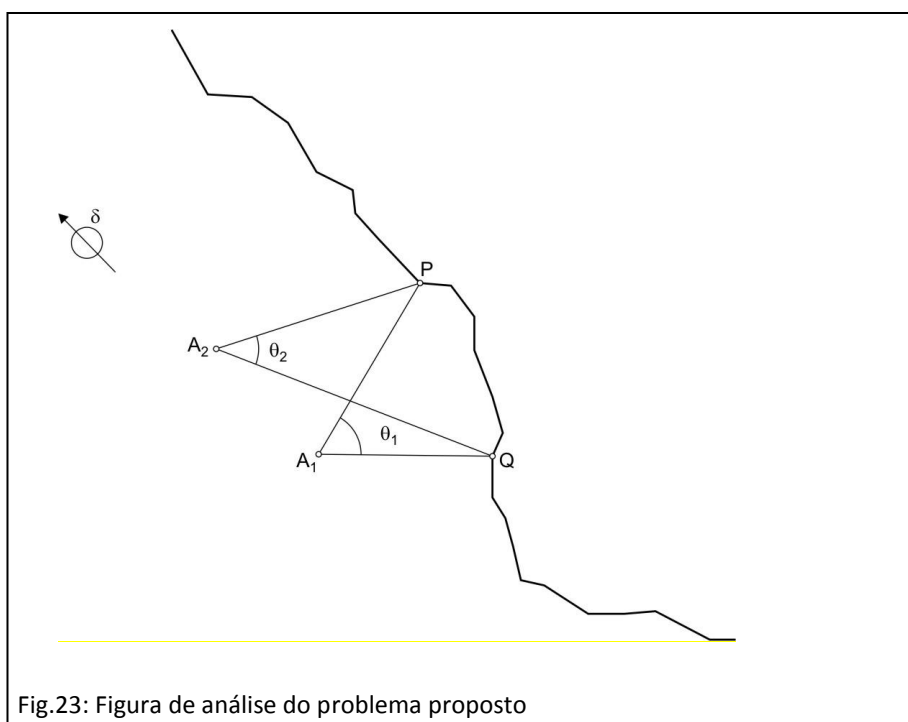


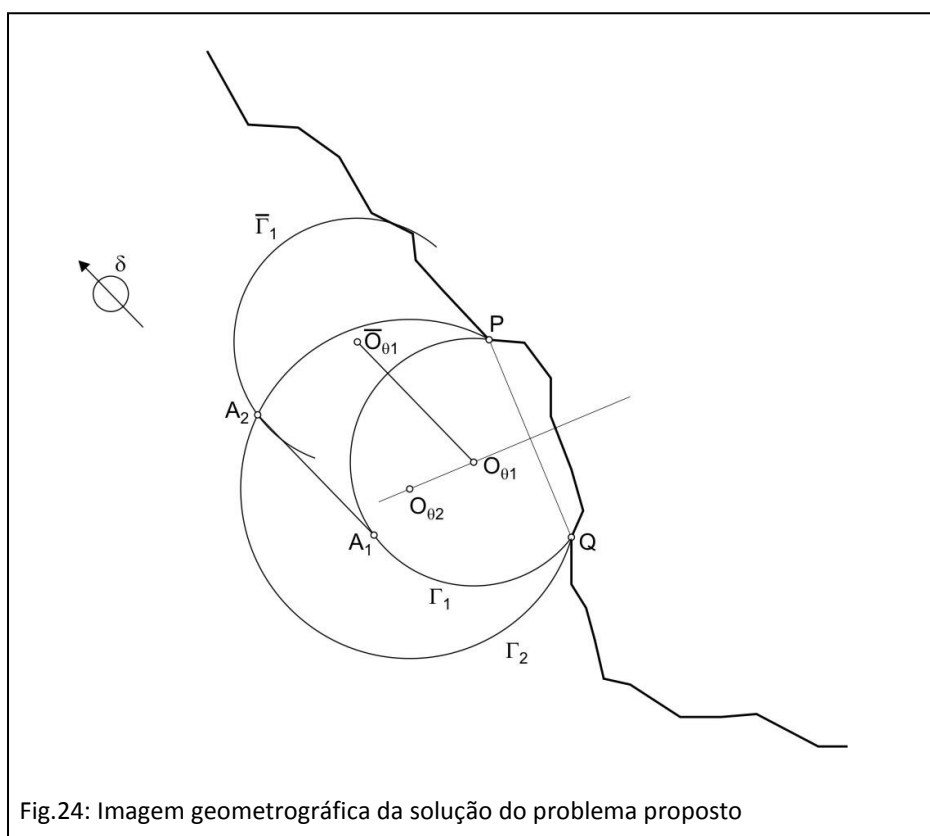
Fig.23: Figura de análise do problema proposto

Se de A_1 avistou-se PQ sob o ângulo O_1 , então A_1 pertence ao arco capaz Γ_1 de θ_1 , construído sobre PQ; se, de A_2 , PQ foi visto sob ângulo θ_2 , então A_2 pertence ao arco capaz Γ_2 de θ_2 , construído sobre PQ.

Assim A_1A_2 é uma flecha de vetor $\vec{v}$ (comprimento d e direção δ) apoiada em duas linhas conhecidas, Γ_1 e Γ_2 .

Tomando A_2 como ponto-chave, teremos para conjunto P dos pontos A_2 :

$$\left[\begin{array}{l} P \subset \Gamma_2 \\ P \subset \overline{\Gamma_1} = T_v(\Gamma_1)^{47} \end{array} \right] \Rightarrow P = \text{Círculo } (C,a) \cap (u \cup u')$$



A solução proposta para o problema é obtida, como em todos os outros exemplos analisados no livro, a partir da interseção de dois lugares geométricos. A diferença é que nos casos analisados no *Geometrografia 2*, as circunferências ou retas empregadas como LLGG são obtidas por meio de transformações do plano, que associam dois conjuntos de pontos

⁴⁷ Lê-se: P está contido em $\overline{\Gamma_1}$, associado de Γ_1 pela translação deste pelo vetor v . →

por meio de uma correspondência biunívoca. Assim, no exemplo analisado, a translação da circunferência Γ_1 pelo vetor $\vec{v}$ associou-a a uma circunferência congruente $\overline{\Gamma_1}$, o que permitiu usá-la como um dos lugares geométricos de A_2 .

Ainda no capítulo sobre as translações, Pinheiro volta a invocar Petersen para apresentar dois interessantes recursos desenvolvidos pelo autor dinamarquês a partir do emprego dessa isometria: o Triângulo e o Paralelogramo de Petersen.

Outro aspecto muito importante a ser mencionado no *Geometrografia 2* são as Notas Complementares dispostas após os capítulos 5 e 7, que apresentam noções gerais e aspectos principais das transformações que constituem, respectivamente, o grupo das isometrias – analisadas nos capítulos 2 a 5 – e o grupo das semelhanças, trabalhadas nos capítulos 6 e 7. Por meio dessas notas, Pinheiro procura didaticamente estabelecer, também, as características que conferem a cada conjunto de transformações uma estrutura de grupo, examinando, ainda, os subconjuntos que se organizam a partir do produto de n transformações de mesmo tipo e da composição de transformações de tipos diferentes.

CAPÍTULO 4

REPERCUSSÕES DA OBRA DE VIRGILIO ATHAYDE PINHEIRO E A SITUAÇÃO ATUAL DA GEOMETRIA NO BRASIL

4.1 O IMPACTO SOBRE O ENSINO E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DESENHO

Quando a Lei 5692/71 entrou em vigor, Pinheiro lecionava a disciplina Desenho Geométrico e Complementos de Matemática para os alunos do Curso de Licenciatura em Desenho e Plástica da Escola de Belas Artes da Universidade Federal do Rio de Janeiro (EBA/UFRJ). No trabalho com essas turmas, empregou os conceitos e a metodologia expostos nos dois volumes de Geometrografia, familiarizando os futuros professores com uma estrutura teórica até então inédita não apenas naquele curso, mas na própria literatura existente sobre o Desenho e seu ensino, que, como se pôde analisar no capítulo 2, pouco ou nada se alterara desde fins do século XIX.

Pinheiro acreditava que os marcos legais instituídos pela nova LDB poderiam, de algum modo, levar a um reposicionamento do Curso de Professorado de Desenho em meio à estrutura acadêmica da Universidade, contribuindo, eventualmente, para a criação de uma Licenciatura em Desenho vinculada ao curso de Matemática, cristalizando, dessa forma, a hegemonia dos Sistemas Geométricos de Representação que tradicionalmente caracterizou o ensino escolar de Desenho. A esse respeito, ao redigir um discurso a ser proferido na Escola de Belas Artes (provavelmente o da Aula Magna do ano letivo de 1973), o professor afirmou:

Como sabem os que aqui estudam e logo saberão seus novos colegas, todo um Departamento desta Escola – nove disciplinas, uma dezena e meia de professores, mais de quinhentos alunos em 1972 – todo um departamento opera nesta área de interseção da matemática e do desenho. Já pelos números pode-se perceber que esta rica temática é aqui versada em extensão e profundidade compatíveis com as qualificações universitárias que se têm em vista.(...)

Seria então imperdoável(...) que aquele que se decidiu por um desenho organicamente ligado à matemática, viesse a deixar os bancos acadêmicos sem condições de diálogo com os matemáticos de sua geração.

A propósito, fala-se agora na inclusão dos que fazem, usam ou informam matemática pela imagem, em Unidade universitária, digamos, mais afim com estas atividades.(...) Talvez não haja muito mais a opor, se a mudança responde a boas razões de ordem administrativa (como a economia de custos, por exemplo) e se considerarmos que a essência mesma do que fazemos, positivamente, não é Arte. É

claro que outros podem pensar de modo diverso, mas o importante não é tanto o que se decida sobre isto, mas o que caberá fazer – aqui ou alhures – para que esta área de estudo, redefinida talvez em seus objetivos, possa continuar tão significativa, no contexto da Universidade, quanto a recebemos de nossos Mestres nesta Casa. (PINHEIRO, 1973[?], p.24)

No âmbito da UFRJ, o curso de Licenciatura em Desenho e Plástica (originado do Professorado de Desenho) foi incorporado pelo de Licenciatura em Educação Artística, passando a constituir uma de suas habilitações e sendo transferido para a esfera administrativa da Faculdade de Educação, embora a Escola de Belas Artes permanecesse responsável por abrigar o novo curso em suas dependências e lecionar aproximadamente 75% das disciplinas do programa deste. A transferência da EBA para a Cidade Universitária em 1974 contribuiu para agravar essa situação, dado que a unidade foi despojada de uma sede própria, sendo alocada em dois andares do edifício da Faculdade de Arquitetura.

Em princípios da década de 1990, iniciou-se, por parte da Escola de Belas Artes um movimento para reivindicar a incorporação administrativa do curso de Licenciatura em Educação Artística à sua esfera administrativa, legitimando, pelo direito, uma situação que já existia na prática. Reintegradas à EBA em fins dos anos 90, as habilitações Artes Plásticas e Desenho permaneceram com muitas dificuldades de ordem estrutural e logística; a disputa pela ocupação do exíguo espaço físico da unidade, aliada a uma subvalorização – senão desprezo – nutrido em relação ao curso de Licenciatura por uma parcela do corpo docente da Escola, contribuíram para que o espaço acadêmico destinado à Educação Artística não fosse compatível com a importância a ela atribuída pela retórica oficial.

Os conteúdos abordados por Pinheiro nos dois volumes de *Geometrografia* passaram a constituir a base do programa das disciplinas *Teoria do Desenho Geométrico I e II*, permanecendo assim até os dias atuais, o que possibilita aos novos docentes reafirmar a *Geometrografia* como fundamentação e principal referência teórica para o ensino de Desenho Geométrico.

4.2 REFORMULAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS

Embora o público que teve acesso à obra de Pinheiro tenha sido, de início, relativamente pequeno, e a despeito da delicada situação vivida pelo Desenho nos programas escolares, os volumes de *Geometrografia* alcançaram uma considerável

repercussão entre os profissionais envolvidos no ensino de Desenho Geométrico. Atuando como agentes multiplicadores, os ex-alunos de Pinheiro procuraram difundir seu trabalho, tornado referência obrigatória para a formação dos novos professores de Desenho, que por sua vez permanecem utilizando e retransmitindo, ao menos parcialmente, o conteúdo dos livros do respeitado mestre.

Os conceitos e a metodologia propostos nos dois volumes de *Geometrografia* também encontram-se presentes nos livros didáticos de Desenho Geométrico produzidos desde os anos 80, que, indubitavelmente, contribuíram para consolidar o método de Pinheiro como padrão para o ensino da disciplina, embora, na maior parte das vezes, omitindo os devidos créditos ao autor. Entre as obras recentes dedicadas à *Geometrografia*⁴⁸, merece destaque a coleção “Elementos de Geometria & Desenho Geométrico”, em três volumes, de José Carlos Putnoki “Jota”, que mesmo adotando uma linguagem muito mais simplificada, incorpora boa parte da essência dos livros de Pinheiro. Há uma clara preocupação por parte do autor de fundamentar geometricamente todas as construções, problematizar as limitações de alguns processos construtivos e apresentar informações e notas históricas a respeito dos conteúdos e dos geômetras mencionados no texto do livro. Os coeficientes de simplicidade e exatidão das construções, concebidos por Lemoine como aspecto central da *geometrografia* original e preservados na obra homônima de Pinheiro não estão presentes, contudo, nem na obra de Jota nem nas congêneres.

Isso se deve, provavelmente, ao fato de serem livros voltados para o ensino básico, requerendo adequações à faixa etária e à carga horária reduzida de que dispõem os professores de Desenho Geométrico nas escolas de ensino básico que ainda oferecem a disciplina. Sobre estas instituições – tanto as públicas quanto as privadas – que persistem investindo na manutenção do Desenho Geométrico em sua grade horária, pode-se dizer, ao menos a respeito daquelas situadas no Rio de Janeiro, que encontram-se entre as mais bem conceituadas do país, destacando-se pela qualidade do ensino oferecido.

⁴⁸ Apesar das obras citadas sequer mencionarem o termo “*geometrografia*”, admite-se que qualquer livro de Desenho Geométrico trata fundamentalmente desse assunto – a representação gráfica de entes geométricos –, independente da metodologia empregada.

Outra autora que incorporou princípios da obra de Pinheiro na elaboração de livros didáticos foi a professora Nilda Helena S. Corrêa Pinto, uma de suas ex-alunas. Sua coleção “Desenho Geométrico”, composta por quatro volumes e publicada a partir de 1991, voltava-se para as quatro séries finais do ensino fundamental e incorporava dois aspectos importantes propostos nos dois tomos do *Geometrografia*:

- utilização de uma figura de análise para estabelecer relações, a partir dos dados do problema, entre as propriedades dos entes geométricos e suas representações gráficas, fundamentando teoricamente as construções que deverão ser executadas
- emprego da noção de interseção entre conjuntos (lugares geométricos) para designar os pontos chave para a solução do problema.

Embora esses aspectos tenham assumido uma forma muito simplificada no trabalho de Corrêa Pinto – mesmo se comparado aos livros de Jota – este cumpre adequadamente a tarefa a que se propõe, auxiliando os alunos a desenvolverem o raciocínio lógico e as capacidades de observação, análise e execução precisa das construções gráficas.

Apesar de suas qualidades, a coleção da autora deixou de ser publicada em fins da década de 90, cedendo espaço a uma outra obra com características semelhantes: “Desenho Geométrico – Ideias e Imagens”, da professora Sonia Jorge, publicado a partir de 1998.

Sobre os quatro livros da coleção de Jorge, pode-se dizer que, a despeito de algumas falhas, mostram-se bastante adequados, em termos de conteúdos e abordagem, à faixa etária a que se destinam, sendo dotados de uma produção visual atraente e procurando, sempre que possível, aproximar os conteúdos estudados a suas aplicações práticas e à sua presença na vida cotidiana (objetos industrializados, produtos, etc), na natureza e na ciências. Uma das grandes virtudes da obra de Jorge reside na preocupação da autora em oferecer aos professores uma orientação metodológica sobre como os conteúdos devem ser trabalhados, estabelecendo pré-requisitos e uma ordenação didática coerente com os objetivos propostos. Com isso, busca suprir a ausência de diretrizes oficiais atualizadas a respeito dos objetivos, finalidades e metodologias a serem empregadas no ensino de Desenho Geométrico.

4.3 O ESTADO DA ARTE DA GEOMETROGRAFIA: OS *SOFTWARE* DE GEOMETRIA DINÂMICA E A REAPROXIMAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E O DESENHO GEOMÉTRICO

A partir da década de 1990, com a crescente popularização dos computadores pessoais, as atenções dos profissionais brasileiros vinculados à expressão gráfica começaram a se voltar para os software do tipo CAD⁴⁹, capazes de proporcionar uma precisão sem precedentes tanto na modelagem de formas geométricas básicas quanto na de corpos de geometria variável.

Além disso, em função da arquitetura dos aplicativos, a imagem dos entes geométricos – agora projetada nos monitores de vídeo – passa a estar indissociada da descrição analítica destes; isto é, na medida que o computador modela uma forma geométrica a partir de suas coordenadas cartesianas ou da(s) equação(ões) que a descreve(m), qualquer modificação executada nessa forma pelo usuário, utilizando as ferramentas disponibilizadas pela interface gráfica como se manipulasse um desenho tradicional, implica na redefinição de suas coordenadas e equação(ões) pelo processador. Ao contrário do que muitos imaginam, no entanto, os aplicativos do tipo CAD não constituem exclusivamente uma prancheta eletrônica, onde os recursos computacionais simplesmente substituiriam os instrumentos tradicionais, mas ferramentas que permitem conceber e manipular, em tempo real, as formas geométricas como se estas possuíssem uma natureza material, possibilitando inclusive a produção de protótipos diretamente a partir do modelo virtual.

Na esteira dos programas CAD, voltados principalmente para uso profissional na Arquitetura, na Engenharia e no Desenho Industrial, surgiram aplicativos concebidos para emprego educacional e que vêm sendo cada vez mais utilizados no ensino de Matemática e de Desenho Geométrico. Os software de Geometria Dinâmica⁵⁰, oferecem a possibilidade de proceder as construções geométricas de modo muito similar ao realizado com os instrumentos tradicionais, embora o comportamento dos aspectos morfológicos e as

⁴⁹ Sigla em inglês para Desenho Assistido por Computador – *Computer Aided Design*. Alguns autores optam pela utilização do acrônimo CAO (*Conception Assistée para Ordinateur*), variação do termo na língua francesa.

⁵⁰ O termo Dynamic Geometry (Geometria Dinâmica) foi cunhado em princípios dos anos 1990 por Nick Jakiw e Steve Rasmussen (fundador e presidente da Key Curriculum Press Inc.) para descrever a principal característica do aplicativo *The Geometer's SketchPad*, por eles concebido: a interatividade, em tempo real, entre o usuário e as formas construídas com auxílio do *software*.

relações entre os entes reportem-se, exclusivamente, às propriedades e vínculos estabelecidos pela axiomática geométrica. Assim, uma construção que não seja executada segundo o rigor matemático necessário, não reagirá aos comandos do operador conforme o desejado, nem estabelecerá relações consistentes com outras construções. É nesse contexto, que a obra de Pinheiro mostra todo o seu vigor.

4.3.1 Convergências entre o modelo geometrográfico proposto por Virgílio Athayde Pinheiro e alguns princípios da Geometria Dinâmica

O rigor construtivo e o encadeamento lógico proposto no *Geometrografia* possibilitam conduzir o ensino de Desenho Geométrico de modo indissociável do domínio das estruturas geométricas. Se isso, por um lado, coloca em xeque o funcionamento de vários processos gráficos que encerram erros teóricos virtualmente imperceptíveis na ordem de grandeza na qual operam as construções realizadas em sala de aula, por outro substitui a memorização irrefletida de infundáveis seqüências de traçado por um raciocínio geométrico consistente e bem fundamentado teoricamente.

Assim como na representação gráfica executada sobre o papel, onde a boa comunicação das relações entre os entes geométricos está vinculada à percepção sensorial, esbarrando portanto, nas limitações de qualidade impostas por uma série de variáveis – habilidade do executor e uso de instrumental adequado, por exemplo – os gráficos gerados com o auxílio do computador, a despeito de possuírem uma precisão muito maior, também encontram-se limitados pela natureza material, tanto da resolução do monitor de vídeo, quanto da capacidade de processamento de dados da máquina

Se entre os profissionais liberais o desenho auxiliado por computador foi recebido com entusiasmo, entre os professores de Desenho Geométrico gerou apreensão; a formação de novos docentes para a disciplina sempre apresentou deficiências, agravadas após a implementação da Educação Artística pela Lei 5692/71, e a perspectiva de ser impelido a dominar a nova tecnologia ou ser engolido por ela – isto é, ser substituído por alguém que a dominasse – desagradou a muitos.

A partir da virada dos anos 1980 para os anos 90, aplicativos computacionais como o *Cabri Géomètre*, *Cinderella* e *The Geometer's SketchPad* começaram a ser adotados em

vários países como ferramenta para o ensino de Geometria, implicando não só em uma grande facilitação na construção e apreensão de conceitos – mesmo que realizadas por meio de uma abordagem convencional – mas no desenvolvimento de novas técnicas didáticas apoiadas no emprego dos recursos diferenciados oferecidos por esse tipo de *software*.

Embora o advento da Geometria Dinâmica no Brasil, em meados da mesma década, tenha encontrado Pinheiro ainda em vida, a idade avançada e a saúde debilitada do professor desestimularam-no a incursionar pelos domínios dessas novas ferramentas, cabendo a uma de suas ex-alunas, a professora Maria Helena Wyllie Lacerda Rodrigues, tomar a iniciativa de explorar o potencial didático dos aplicativos de Geometria Dinâmica, transpondo para o ambiente computacional os aspectos teóricos e metodológicos da abordagem da Geometrografia proposta por seu mestre.

MHWLR:(...) o que eu acho interessante nesse trabalho do Prof.Virgílio é que ele fez isso, nós não tínhamos programas gráficos nem nada;(...) o que é que ele não faria com essa Geometria Dinâmica? O que é que ele não faria... Mas o que eu acho muito importante considerar, chamar atenção, é o seguinte: é que mesmo que ali, aquelas construções (...) das quais ele está falando no livro, para resolver aqueles problemas geométricos, (...) todo o raciocínio que está ali(...) é matemático e aplicado quando você trabalha com a Geometria Dinâmica.

MB: A senhora considera que a Geometria Dinâmica é o estado da arte da Geometrografia?

MHWLR: (...) eu vejo ali, na Geometria Dinâmica, tudo que eu aprendi com o Prof.Virgílio. Eu vejo ali tudo; só que eu tenho as ferramentas para fazer aquilo. São as ferramentas que estão ali. Porque esses programas de Geometria Dinâmica são programas didáticos, eles não são programas profissionais, eles são programas didáticos.

MB: E a “receita de bolo” não resolve problema nenhum neles...

MHWLR: A Geometrografia (...) é a elegância da solução e a economia de traçado. E também aquele raciocínio que (...) você resolve uma porção de problemas. Não é aquela coisa de cada problema com o seu algoritmo. É o raciocínio em si que vai levar você a resolver uma porção de problemas.

(Trecho de depoimento concedido ao autor)

Ainda de acordo com Rodrigues, a partir de um curso de Pós-graduação⁵¹ que havia sido ministrado na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) – no qual a Prof^a Lea Santos de Bustamante, da Escola de Belas Artes da UFRJ, trabalhara como coordenadora e docente entre 1986 e 1989 – desenvolveu-se a ideia de instituir um programa semelhante

⁵¹ Curso de Pós-graduação (lato-sensu) em Geometria Aplicada à Representação Gráfica.

na EBA/UFRJ, cabendo à Profª Rosa Menasché Schechter tomar as providências formais necessárias para a criação do curso, dado que a Profª Léa Bustamante já se encontrava aposentada; ainda assim, esta lecionou, em 1995, na primeira turma do Curso de Especialização em Técnicas de Representação Gráfica da Escola de Belas Artes da UFRJ.

4.4 O CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM TÉCNICAS DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA EBA/UFRJ

No Brasil, a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) foi uma das pioneiras na utilização da Geometria Dinâmica em atividades de ensino e pesquisa, tendo inclusive desenvolvido, no Instituto de Matemática (IM/UFRJ), seu próprio aplicativo computacional – o *Tabulae*.

Também a Escola de Belas Artes (EBA/UFRJ), herdeira direta da obra de Virgílio Athayde Pinheiro, passou a utilizar, a partir de meados da década 1990, os *software* Cabri Géomètre II e The Geometer's SketchPad tanto no curso de formação de professores de Desenho (Licenciatura em Educação Artística com habilitação em Desenho) quanto na pós-graduação *lato-sensu* – Curso de Especialização em Técnicas de Representação Gráfica, primeiro do gênero no país.

Tendo como principal público alvo docentes que atuam na área de expressão gráfica na região metropolitana do Rio de Janeiro, o curso de especialização tem como alguns de seus objetivos familiarizar esses profissionais com o uso de novas tecnologias e ferramentas didáticas, desenvolver metodologias de ensino inovadoras a partir da utilização dos recursos dos aplicativos de Geometria Dinâmica e aprofundar de conhecimentos teóricos relativos tanto ao ensino quanto à evolução das técnicas de representação gráficas. Dada a constituição de seu corpo discente, o curso também vem servindo a seus professores como campo de experimentação para o projeto “Ação transformadora na área gráfica: atualizando e emancipando educadores no campo das técnicas de representação”⁵², que visa:

⁵² Projeto de pesquisa em desenvolvimento e cadastrado no SIGMA sob o número 11678, sob responsabilidade da professora Maria Helena Wyllie Lacerda Rodrigues. Integram a equipe de pesquisadores os docentes Claudio César Pinto Soares, Patrizia Di Trapano e Daniel Wyllie Lacerda Rodrigues, todos professores do Curso de Especialização em Técnicas de Representação Gráfica da EBA/UFRJ.

(...) promover a conquista da autonomia por parte de educadores gráficos, familiarizando-os com diferentes ambientes computacionais para desenho e levando-os a criar materiais didáticos que dinamizem o estudo dos métodos de representação da forma em suas múltiplas aplicabilidades. Em dimensão mais ampla, prioriza, por meio do estímulo à leitura, à reflexão, ao debate e à pesquisa, o desenvolvimento da atitude transdisciplinar - postura que se traduz pela 'inquietação do saber' ou, como bem definiu Jaqueline Keller em entrevista concedida a *Random* (2000, p.193), pela "sede de conhecer, a sede de descobrir, o frescor do olhar, o deslumbramento".

Assim, embora pertencente ao nível rotulado de especialização, o citado curso vem sendo ministrado através de uma abordagem que vai além das disciplinas, mostrando ser possível trabalhar com conteúdos específicos de uma área e, ao mesmo tempo, reverter a excessiva tendência fragmentadora do conhecimento, combatida pelos defensores da transdisciplinaridade (NICOLESCU, 1991; MORIN, 2003). (RODRIGUES et al., 2006)

O curso está dividido em dois núcleos – formação específica e formação pedagógica – cujas disciplinas perfazem uma carga total de 480 horas de aula. As disciplinas que compõem o núcleo de formação específica destinam-se a explorar a fundamentação geométrica necessária para explorar conceitos, axiomas e postulados da geometria por meio de atividades desenvolvidas com a utilização de *software* de Geometria Dinâmica e Desenho Assistido por Computador, além de aplicativos de edição e manipulação de imagens. É no âmbito desse núcleo que o legado de Pinheiro se faz mais presente, tanto na Geometria bidimensional – universo em que opera a Geometrografia – quanto na Geometria Espacial, trabalhada em sua coleção *Noções de Geometria Descritiva*.

Atualmente estão sendo preparadas algumas alterações na estrutura do curso, incluindo a introdução de duas novas disciplinas: "Aprendizagem por meio de Jogos e Desafios" e "Geometrografia Dinâmica". Esta última, como se pode inferir pelo nome, empregará os princípios do método de Pinheiro para, entre outros objetivos, desenvolver nos alunos do curso:

(...) seu raciocínio dedutivo pra resolver problemas de construção de figuras planas, por meio da análise dos lugares geométricos de pontos-chave e da aplicação de transformações pontuais, operando com os recursos de ambientes dinâmicos.

(...) sua capacidade de utilizar dinamicamente transformações pontuais básicas em diferentes representações projetivas e na criação de estruturas fractais. (RODRIGUES, s/d, p. 1)

Pode-se concluir, desse modo, que a Geometrografia, longe de encontrar-se anacrônica ou obsoleta, vê-se plenamente integrada às ferramentas computacionais oferecidas pela Geometria Dinâmica, por ser, antes de tudo, um sistema racional para a

resolução de problemas, cuja eficácia depende muito menos do instrumental utilizado para executar a representação gráfica do que da capacidade de articular informações e organizá-las logicamente.

CONCLUSÃO

Nas obras da literatura naturalista brasileira, o homem é produto do meio em que vive, pautando suas ações pelas circunstâncias que este lhe impõe. Embora essa visão determinista, característica de fins do século XIX, tenha sido há muito superada, pode-se dizer que o homem age – ou reage – de acordo com as influências recebidas pelo contexto em que vive.

Assim, a produção intelectual dos indivíduos e das sociedades deve ser analisada à luz dos valores e das referências existentes em suas respectivas épocas e culturas. Portanto, para empreender a investigação proposta nessa dissertação sobre a obra do professor Virgílio Athayde Pinheiro foi necessário esmiuçar os principais fatores e as circunstâncias históricas que contribuíram para construir o contexto no qual ele desenvolveu seu trabalho.

Desse modo, julgou-se necessário recuar às origens da constituição de uma cultura artística e científica no Brasil para analisar os papéis desempenhados pela linguagem do desenho ao longo dos séculos XIX e XX e identificar os elementos que conduziram à sua inclusão como disciplina obrigatória do ensino escolar.

O desenho foi, e continua sendo, uma linguagem que perpassa os domínios da Arte, da Ciência e da Técnica; mais do que isso, coloca-os em contato e permite comunicar sinteticamente idéias, formas e conceitos que a linguagem verbal – ou mesmo a matemática – tem dificuldades para expor.

Ao longo do século XIX a humanidade testemunhou um extraordinário desenvolvimento científico, acompanhado e retroalimentado por um crescente aperfeiçoamento das técnicas e dos processos produtivos. Nesse contexto, o desenho teve importante papel, tanto no que diz respeito às atividades científicas – registrando

características de novas espécies descobertas pela História Natural, confeccionando cartas geográficas, náuticas e celestes precisas e descrevendo detalhes da anatomia humana, por exemplo – quanto na elaboração de projetos de maquinaria e instrumentos cada vez mais complexos, permitindo alçar a atividade industrial a um patamar inimaginável em meados do século XVIII.

O ensino escolar de Desenho no Brasil foi introduzido no final do século XIX com uma finalidade predominantemente utilitária – daí a hegemonia das modalidades geométricas frente às demais – o que repercutiu na elaboração dos programas da disciplina e de suas diretrizes metodológicas, atendo-se exclusivamente ao saber *como* executar as construções e não *por que* fazê-lo. De fato, o viés utilitarista caracterizou o ensino formal de Desenho, em todos os níveis, desde sua introdução no país, em princípios do século XVIII; inicialmente, na formação técnica dos oficiais de artilharia estacionados na então colônia portuguesa, passando, no século seguinte, a incluir as mais diversas finalidades, como o apoio às atividades científicas, o aperfeiçoamento das artes industriais e a constituição de uma cultura artística nacional baseada nos cânones acadêmicos importados da tradição europeia.

Ao longo do século XX, com a intensificação do processo de industrialização do país, entendeu-se, principalmente a partir do primeiro governo Vargas (1930-1945), que caberia à instrução básica formar o cidadão para o trabalho, assegurando ao ensino escolar de Desenho o início de sua “fase áurea” – assim designada mais em função da presença da disciplina na grade curricular obrigatória do que pela qualidade dos programas e do ensino oferecidos. No nível superior, não ocorreram muitas mudanças significativas, salvo a crescente especialização das modalidades de Desenho em função dos objetivos de cada tipo de formação profissional, polarizando-as em torno do “Desenho Artístico” e do “Desenho Geométrico”.

Em 1971, mudanças na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (5692/71) extinguiram oficialmente a presença do Desenho do currículo escolar obrigatório, introduzindo, em substituição, a disciplina Educação Artística, cuja proposta era abordar de forma integrada os conteúdos de todas as linguagens artísticas. O texto legal e a falta de parâmetros consistentes para a implementação da nova disciplina abriram brechas para que o Desenho – restrito agora ao conteúdo de base geométrica – passasse a constituir uma disciplina

independente. O que ocorreu na prática, entretanto, é que muitos estabelecimentos de ensino optaram por lecionar o conteúdo de Desenho Geométrico a título de Educação Artística, dado que não exigia o uso de salas ambientes – tornando nula a necessidade de qualquer investimento para modificar o espaço físico da escola – além de contribuir, de alguma maneira, para compensar as deficiências no ensino de Geometria provocadas pela incorporação, a partir de meados dos anos 1960, das práticas e metodologias da Matemática Moderna. Esse quadro, contudo, não correspondeu à regra – muito menos o da convivência entre Desenho e Educação Artística de forma independente nas grades – o que, progressivamente, contribuiu para agravar, ainda que de forma indireta, a situação do ensino de Geometria.

O Movimento da Matemática Moderna no Brasil promoveu a adoção de princípios que, em tese, contribuiriam para melhorar a aprendizagem dos conteúdos de Matemática - considerada problemática mesmo em países com uma consolidada tradição em pesquisa científica inovadora e desenvolvimento de tecnologia de ponta – por meio do estudo de suas estruturas e da Teoria de Conjuntos, que possibilitaria uma integração entre os diversos ramos da disciplina, aí incluída a Geometria.

Em países como França e Estados Unidos, a modificação da metodologia de ensino da Matemática nos níveis pré-universitários era vista como uma questão estratégica, vital para a manutenção de uma pretensa hegemonia tecnocientífica do bloco ocidental – mais precisamente dos EUA – frente aos países do bloco socialista, liderado pela União Soviética. O objetivo principal dos preconizadores da incorporação da abordagem “moderna” da matemática nas escolas era formar uma elite intelectual capacitada para atuar em pesquisa científica avançada e no desenvolvimento de novas tecnologias, não importando muito se os métodos empregados permitiriam, de fato, uma aprendizagem lúdica e consistente por parte da maioria dos alunos – um dos principais argumentos utilizados na defesa da introdução das práticas da Matemática Moderna no sistema educacional brasileiro.

A transposição de conteúdos de matemática avançada para as classes escolares e a exigência do emprego de um rigor lógico desproporcional à maturidade intelectual dos alunos mostrou-se desastrosa tanto no Brasil quanto nos EUA e as vantagens preconizadas em relação ao método tradicional não apenas revelaram-se ilusórias, mas contribuíram na

maior parte dos casos, para criar novos problemas de aprendizagem ao privilegiarem o domínio de aspectos demasiadamente abstratos da Matemática em detrimento dos conteúdos com maior aproximação com o uso cotidiano ou com aplicações práticas.

Nesse contexto, um dos ramos cujo ensino sofreu maior prejuízo foi justamente a Geometria, que deveria passar a receber um tratamento algebrizado por meio do estudo dos espaços vetoriais e das transformações do plano. Se a abordagem clássica já desagradava aos professores, que, não raro, tinham dificuldades em trabalhar com o conteúdo da Geometria Euclidiana, a nova proposta teve como resultado prático a virtual exclusão dos tópicos de Geometria dos programas escolares. A legislação educacional brasileira à época (Lei 5692/71) contribuiu particularmente nesse aspecto, ao permitir que os professores selecionassem, de acordo com o público-alvo, os tópicos do programa a serem trabalhados no ano letivo; isso possibilitava postergar sistematicamente a introdução dos alunos aos domínios da Geometria, de modo que os conteúdos desta passassem sempre a constituir a parte que (não) seria ensinada no ano seguinte.

A despeito de todos os problemas relativos à falta de reflexão teórica sobre as construções geométricas trabalhadas nas aulas de Desenho, estas ajudavam a suprir, ao menos parcialmente, as deficiências apresentadas no ensino de Geometria em decorrência da implementação das práticas da Matemática Moderna. Percebendo essa lacuna, o professor Virgílio Athayde Pinheiro retomou, em sua obra *Geometrografia*, o estudo da disciplina homônima criada por Lemoine, propondo, a partir dela, uma nova abordagem para o ensino de Desenho Geométrico, na qual este atuaria dialeticamente com a Geometria, comunicando visualmente os aspectos morfológicos dos entes que a constituem e tornando possível a representação gráfica das relações existentes entre eles.

Endereçado a todos os estudiosos da Geometria, mas, em particular, aos professores de Desenho, o trabalho de Pinheiro buscava ainda estabelecer referenciais teóricos consistentes para o ensino dessa disciplina, atualizando sua linguagem e recolocando-a em sintonia com a Matemática. A profundidade da abordagem proposta por Pinheiro, associada à complexa gramática da Matemática Moderna – mesmo utilizada didática e consenciosamente pelo autor nos dois volumes de *Geometrografia* – afugentou, no entanto, muitos docentes que optaram por permanecer utilizando o método tradicional.

Apesar disso, o trabalho de Pinheiro prevaleceu graças, em grande parte, à sua persistência em inculcar nos seus alunos um olhar mais analítico não apenas sobre o conteúdo que ensinavam, mas sobre a forma como o ensinavam. Os discípulos que incorporaram a Geometrografia como fundamento teórico do Desenho Geométrico contribuíram – e ainda contribuem – para difundir entre as novas gerações de professores o legado intelectual construído por seu mestre. Os livros didáticos de Desenho Geométrico publicados a partir da década de 1980 também constituíram um eficiente vetor de divulgação dos princípios gerais do método proposto por Pinheiro, embora, infelizmente, omitindo os devidos créditos ao professor e não fazendo sequer menção ao termo Geometrografia – o que contribuiu para que este tenha permanecido estranho à maior parte dos profissionais ligados ao estudo e ao ensino da Geometria e do próprio Desenho Geométrico.

Assim, embora a Geometrografia proposta por Virgílio Athayde Pinheiro não tenha, por diversas injunções históricas, alcançado a repercussão esperada pelo autor, não se pode, de modo algum dizer que seu destino tenha sido semelhante ao da obra original de Lemoine. Mesmo atingindo um público restrito e sendo apresentada, de modo simplificado, no âmbito do ensino de Desenho Geométrico, a Geometrografia de Pinheiro lançou as bases para uma nova abordagem dessa disciplina no Brasil, tornando possível sua reaproximação com a Matemática e permitindo, mais recentemente, uma maior convergência com esta no ensino de Geometria por meio de aplicativos computacionais específicos.

Nesse campo, os trabalhos desenvolvidos, há mais de quinze anos, no âmbito do Curso de Especialização em Técnicas de Representação Gráfica promovido pela EBA/UFRJ vêm se destacando pelo caráter original das pesquisas conduzidas sobre o uso de *software* de Geometria Dinâmica e do tipo CAD na elaboração de atividades didáticas interativas e no desenvolvimento de metodologias de ensino inovadoras, que contribuem, em grande medida, tanto para preservar quanto para ampliar o precioso legado intelectual do professor Virgílio Athayde Pinheiro.

REFERÊNCIAS

FONTES PRIMÁRIAS:

MANUSCRITOS:

Museu Dom João VI. **Livro de registro das correspondências recebidas e expedidas pela Academia Imperial de Belas Artes**. Encadernados, Pasta 6126, p. 80 – 82. Disponível em: <http://docvirt.com/docreader.net/docreader.aspx?bib=MuseuDJaoVI&pasta=Encadernados&pesq=> . Acesso em 03 set. 2011.

_____. **Cópia do decreto nº2424 de 25/05/1859**. Avulsos, Pasta 401-460, p. 285.

Disponível em:

<http://docvirt.com/docreader.net/docreader.aspx?bib=MuseuDJaoVI&pasta=Encadernados&pesq=> . Acesso em 03 set. 2011.

PINHEIRO, Virgílio Athayde. **[Discurso para Aula Magna]**. Rio de Janeiro: arquivo da família. [1973?] data provável, 25p.

DOCUMENTAÇÃO:

RODRIGUES, Maria Helena Wyllie Lacerda. **Programa da disciplina Geometrografia Dinâmica**, do Curso de Especialização em Técnicas de Representação Gráfica da Escola de Belas Artes da UFRJ. S/d

ILUSTRAÇÕES:

CALDAS, José Antônio. **Planta Fasada da Fortaleza de Sam Joam, huma das principais, que defende o Rio da Capitania do Espirito Santo na sua garganta - 1765**. Cópia executada pelo acadêmico Manuel Gomes Viana, 1765, Técnicas mistas sobre papel. Disponível em: http://objdigital.bn.br/acervo_digital/div_cartografia/cart544140.jpg

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

AMARAL, Cláudio Silveira. Um projeto de industrialização para o Brasil a partir do ensino de Desenho(o Liceu de Artes e Ofícios do Rio de Janeiro), Rui Barbosa e John Ruskin. **Pós.Revista da Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo da FAUUSP**. São Paulo, Nº19, p. 128–143, 2006. Disponível em: <http://www.revistasusp.sibi.usp.br/pdf/posfau/n19/09.pdf>. Acesso em: 19 set. 2011.

AZEVEDO, Fernando. **A Cultura Brasileira: Introdução ao estudo da cultura no Brasil**. 4. ed., Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 1963.

BANDEIRA, José Sennem. **Desenho para o Curso Ginásial**. 4v. Rio de Janeiro: Aurora, 1953.

BARBOSA, Rui. **O desenho e a arte industrial**. Rio de Janeiro: Fundação Casa de Rui Barbosa, 1882. Disponível em:
http://www.casaruibarbosa.gov.br/dados/DOC/artigos/rui_barbosa/FCRB_RuiBarbosa_ODezenho_e_a_ArteIndustrial.pdf. Acesso em 17 set. 2011.

BOYER, Carl. **A História da Matemática**, tradução de Elza Gomide. 3. ed., São Paulo: Edgar Blücher, 2010.

BRASIL. **Decreto nº 981 de 8 de novembro de 1890**. Disponível em:
http://www.histedbr.fae.unicamp.br/navegando/fontes_escritas/4_1a_Republica/decreto%20981-1890%20reforma%20benjamin%20constant.htm. Acesso em 21 set. 2011.

BUENO, Marcelo da Silva. **[Depoimento sobre o Professor Virgilio Athayde Pinheiro]**. Rio de Janeiro, 2012. Entrevista concedida ao autor por Maria Helena Wyllie Lacerda Rodrigues em 15 de agosto de 2012.

BÚRIGO, Elisabete Zardo. Modern Mathematics in Brazil: the promise of efficient and democratic teaching. **The International Journal for the History of Mathematics Education**, v.4, p. 29-41, 2009. Disponível em: <http://tsg.icme11.org/document/get/779>. Acesso em 26 dez. 2011.

CASTRO, Francisco Mendes de Oliveira. A Matemática no Brasil. In: Fernando Azevedo (org.). **As Ciências no Brasil**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1994.

CARDOSO, Walter. **A adesão do Brasil setecentista à Ciência Moderna**. Tese apresentada ao Departamento de História da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, da Universidade de São Paulo, para obtenção do Grau de Doutor em História. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1991.

CARVALHO, Benjamin de A. **Desenho Geométrico**. 3. ed.(Reimpressão), Rio de Janeiro: Editora Ao Livro Técnico, 1978.

CARVALHO, José Murilo de. **A escola de Minas de Ouro Preto: o peso da glória**. São Paulo: Nacional / Rio de Janeiro: FINEP, 1978.

COSTA, Lucio. O Ensino de Desenho. Programa para a reformulação do ensino de desenho no ensino secundário, por solicitação do ministro Capanema. In: **Revista do IPHAN**, s.n. Rio de Janeiro, 1940. Disponível em:
<http://portal.iphan.gov.br/portal/baixaFcdAnexo.do?id=445>. Acesso em: 16 nov. 2010.

CUNHA, Gregório N. de Mello e. **Curso de Desenho Geométrico e Elementar**. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1907.

DÓRIA, Renato Palumbo. Entre a arte e a ciência: o ensino de desenho no Brasil do século XIX. In: _MARTINS, R.A.; MARTINS, L.A.C.P.; SILVA, C.C.; FERREIRA, J.M.H.(eds.). **Filosofia e História da Ciência no Cone Sul: 3º Encontro**. Campinas: AFHIC, 2004, p. 378 – 385.

Disponível em: <http://www.ghc.usp.br/server/AFHIC3/Trabalhos/51-Renato-Palumbo-Doria.pdf>. Acesso em: 16 nov. 2010.

DUARTE, Aparecida Rodrigues Silva; SILVA, Maria Célia Leme da. Abaixo Euclides e acima quem? Uma análise do ensino de geometria nas teses e dissertações sobre o Movimento da matemática Moderna no Brasil. In: **Práxis Educativa**, v. 1, nº 1. Ponta Grossa, 2006, p. 87-93. Disponível em: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/894/89410109.pdf>. Acesso em: 26 fev. 2012.

ELLUL, Jacques. **A Técnica e o desafio do século**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1968.

HILBERT, David. **Les Principes Fondamentaux de la Géométrie**. Tradução para o francês de L.Laugel. Paris: Gauthier-Villars, 1900. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k996866>. Acesso em: 17 out. 2010.

HÖNIG, Chaim S. e GOMIDE, Elza F. Ciências Matemáticas. In: Ferri, Mário Guimarães e Motoyama, Shozo (org.). **História das Ciências no Brasil**, v.1. São Paulo: Universidade de São Paulo / EPU, 1979.

JORGE. Sonia. **Desenho Geométrico – Ideias e imagens**. 4v. São Paulo: Saraiva, 1998.

KLEIN, Felix. **Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint – Geometry**. New York, EUA: Dover Publications, 1939.

_____. A Comparative Review of Recent Researches in Geometry. In: **Bulletin of the American Mathematical Society**, [S.l.], v. 2, n. 10, 1893, p. 215-249. Disponível em: http://projecteuclid.org/DPubS/Repository/1.0/Disseminate?view=body&id=pdf_1&handle=euclid.bams/1183407629. Acesso em: 27 dez. 2011.

KLINE, Morris. **O Fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo: IBRASA, 1976.

LEMOINE, Émile. **Géométrie ou Art des Constructions Géométriques**. Paris: C.Naud Éditeur, 1902. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k68143p.r=geometrographie.langPT>. Acesso em 25 out. 2011.

LOPES, Maria Margareth. **Museus e Pesquisa Científica. O Brasil descobre a Pesquisa Científica: os museus e as ciências naturais no século XIX**. São Paulo: Hucitec, 1997.

MORRITZ, Garret. **From Sputnik to NDEA: The Changing Role of Science during the Cold War**. 1999. Disponível em: <http://codex23.com/gtexts/college/papers/j3.html>. Acesso em: 25 fev. 2011.

NASCIMENTO, Roberto Alcarria do. **O Ensino do Desenho na Educação Brasileira. Apogeu e decadência de uma disciplina escolar**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências, da Universidade Estadual Paulista (UNESP), para obtenção do Grau de Mestre em Educação. Marília: UNESP, 1994.

Disponível em:

http://www2.faac.unesp.br/posgraduacao/design/docs/Textos_Alcarria/dissertacaodemestrado_robertoalcarria.pdf. Acesso em: 28 jan. 2012.

OLIVEIRA, José Carlos. **D. João VI Adorador do Deus das Ciências: a constituição da Cultura Científica no Brasil (1808-1821)**. Rio de Janeiro: E-papers, 2005.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil : causas e consequências. In: **Revista Zetetiké**, n.1. Campinas: UNICAMP, 1993, p. 7 – 17.

PETERSEN, Julius. **Méthodes et théories pour la resolution de problèmes de constructions géométriques**. Paris: Gauthier-Villars & Fils Imprimeurs Libraires, 1901. Disponível em: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k99640w>. Acesso em: 17 out. 2010.

PINHEIRO, Virgílio Athayde. **Geometrografia**, v. I. Rio de Janeiro: Gráfica Editora Bahiense, 1974.

_____. **Geometrografia**, v. II. Rio de Janeiro: Aula Editora, 1986.

PINTO, Neuza Beroni. Práticas Escolares do Movimento da Matemática Moderna. In: **Anais do VI Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação. Percursos e Desafios da pesquisa e do Ensino de História da Educação**. Uberlândia, 2006, p. 4058 – 4068. Disponível em: <http://www.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/364NeuzaPinto.pdf>. Acesso em: 28 out. 2009.

PINTO, Nilda Helena S. Corrêa. **Desenho Geométrico**. 4v. São Paulo: Moderna, 1991.

PIVA, Teresa Cristina de Carvalho. **Ciência e Ideologia nos Primórdios do Colégio Militar do Rio de Janeiro**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, para obtenção do Grau de Mestre em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia. Rio de Janeiro: UFRJ, 2003

_____. **O Brigadeiro Alpoim: um Politécnico no Cenário Luso-Brasileiro do século XVIII**. Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, para obtenção do Grau de Doutor em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia. Rio de Janeiro: UFRJ, 2007.

PUTNOKI, José Carlos. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. 3v. São Paulo: Scipione, 1995.

RODRIGUES, Maria Helena Wyllie Lacerda. Homenagem ao Professor Virgílio José Athayde Fernandes Pinheiro(1922 - 2006). In: AMORIM, Ariovaldo Leão; GROETELAARS, Natalie Johanna. **Educação gráfica – perspectiva histórica e evolução: caderno de resumos do 5º Encontro Regional de Expressão Gráfica**. Salvador: EDUFBA, 2006.

RODRIGUES, Maria Helena Wyllie Lacerda; SOARES, Claudio Cesar Pinto; DI TRAPANO, Patrícia; BUENO, Marcelo da Silva. Curso de Especialização em Técnicas de Representação Gráfica: um ambiente de aprendizagem transformativa. In: **Educação gráfica – perspectiva histórica e evolução: Anais do 5º Encontro Regional de Expressão Gráfica – EREG/NE**. Salvador: EDUFBA, 2006, 1 CD ROM.

ROSA. António Augusto da Cunha. **Desenho Linear Geométrico**, 2.ed. Lisboa: Bibliotheca de Instrução e Educação Profissional, 1904.

SAWYER, W.W. **“Modern Math” and its critics**. 2001. Disponível em: <http://www.marco-learning.com/pages/sawyer/electricians.html>. Acesso em 26 dez. 2011.

SMITH, David Eugene. Biography. Emile-Michel-Hyacinthe Lemoine. In: **The American Mathematical Monthly**, v. III, n.2. Springfield, 1896. Disponível em: <http://poncelet.math.nthu.edu.tw/disk5/js/history/lemoine.pdf>. Acesso em 20 set. 2011.

SOUZA, Felipe Freitas de. Um estudo em tradução cultural no século XIX: Rui Barbosa e o ensino de desenho. **Revista Espaço Acadêmico**, n. 113. Maringá: UEM, 2010, p.91–101. Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/EspacoAcademico/article/viewFile/10223/6150>. Acesso em 29 abr. 2011.

SOUZA, Giselle Martins de. **Felix Klein e Euclides Roxo: debates sobre o ensino da matemática no começo do século XX**. Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, da Universidade de Campinas(UNICAMP), como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Matemática. Campinas: UNICAMP, 2010.

STAMATO, José; OLIVEIRA, João Carlos de; GUIMARÃES, João Carlos M. **Guia Metodológico para cadernos MEC: Desenho**. Rio de Janeiro: FENAME, 1976.

USISKIN, Zalman. Transformations in High School Geometry Before 1970. In: **Mathematics Teacher**, v. 67, n. 4. National Council of Teachers of Mathematics, 1974, p. 353-360.

ANEXO 1 – TEXTO DA REFORMA DA ACADEMIA IMPERIAL DE BELAS ARTES – 1854

para o concurso da viagem a Roma, cuja
 epocha se aproxima, parecendo a Vm.^{te} mais
 conveniente que seja demorado o mesmo con-
 curso, afim de que mais habilitados os
 ditos alumnos pelos conhecimentos que de-
 vem adquirir nas aulas novamente crea-
 das, possa ser-lhes mais vantajosa seme-
 lhante viagem, tenho a declarar-lhe que
 o Governo Imperial, á vista do exposto,
 absolvo transferir o referido concurso á
 nova ordem, que opportunamente lhe
 será transmittida. O que communico a
 Vm.^{te} para sua intelligencia. = Deos Guarde
 a Vm.^{te} = Luiz Pereira de Coutto Ferraz.
 = Sur. Director da Academia das Bellas
 Artes.

Officio do Sur. D.^o Lucas. = Pela Secretaria d' Estados dos
 Officiaes e Ministros do Imperio se remette ao Sur. Director
 da Acad. das Bellas Artes, para conhe-
 cimento da mesma Academia a inclusa copia
 do Decreto N.^o 805 de 23 de Setembro proximo fin-
 copia do de, que autorisa o Governo para reformar a Aca-
 demia das Bellas Artes. = Secretaria d' Estado
 dos Negocios do Imperio em 9 de Outubro
 de 1854. = Fausto Augusto d' Aguiar. =
 Copia = Decreto N.^o 805 de 23 de Setembro
 de 1854. = Autorisa o Governo para reformar
 a Academia das Bellas Artes = Vei por
 bem Sanccionar e Mandar que se especu-
 te a Resolucao seguinte da Assembleia Ge-
 ral Legislativa. = Artigo 1.^o - Fica o Governo
 autorizado para reformar a Academia das
 Bellas Artes, observando as seguintes dis-
 posicoes. = 1.^a Conservara as cadeiras actuaes
 de Architectura, Esculptura, Pintura, Gu-
 mira, Perspectiva, Desenho e Anatomia.
 = 2.^a Creara as aulas de Desenho Geome-
 trico, Desenho de Ornatos, Esculptura e

Ornatos, e Mathematicas applicadas, e Historia das Bellas-Artes. = 3.^a Suprimir os lugares de Substitutos, conservando porém os actuaes até que elles possa dar convenientemente destino. = 4.^a Nome para o Conservatorio de Musica e Academia das Bellas-Artes, continuando porém aquelle estabelecimento a manter-se com os seus proprios recursos. = 5.^a Criar o lugar de Conservador e Restaurador de quadros. = 6.^a Dar novos Estatutos à Academia para a execução da presente Lei, regulando n'elles a distribuição das matriculas, a nomeação, attribuições e vencimentos do Director, Professores, e mais empregados, e bem assim os premios e concursos para as viagens artisticas a Roma, e a criação d'estas. = 7.^a Não podera despendor com a reforma, incluindo o augmento do pessoal e seus vencimentos, mais do que a quantia de cinco contos de reis annuaes, além do que se despende actualmente. = Artigo 2.^o A reforma que o Governo fizer ficara desde logo posta em execução, dependendo porém de approvação definitiva do Poder Legislativo. = Artigo 3.^o Ficão revogadas as disposições em contrario. = Luiz Pereira do Coutto Ferraz, do Meu Conselho, Ministro e Secretario d'Estado dos Negocios do Imperio, assim o tenha entendido e faça executar. Palacio do Rio de Janeiro em vinte e tres de Setembro de mil oitocentos e cinconta e quatro, trigesimo terceiro da Independencia, e do Imperio. = Com a Rubrica de Sua Magestade o Imperador. = Luiz Teixeira do Coutto Ferraz. = José Thomaz Nabuco de Araújo. = Transitou na Chancellaria do Imperio em 2 de Outubro de 1854. = Josino do Nascimento Silva. = Registrado. = Conforme. = Fausto e Augusto d'Aguia.

Officio do *Ilmo e Exmo Sr.* - Tenho a honra de remetter
 ao *Sr. Director* a *V. Exa.*, em conformidade do Aviso da Secretaria
 em 9 de Outubro d'Estado dos Negocios do Imperio de 20 de set.
 de 1854. - gosto de 1854, tanto as contas das despesas feitas n'esta
 Academia durante o mes de Setembro do anno,
 Contas do mes financeiro de 1854 a 1855, como a relação em du-
 se Setembro. plicata das mesmas. - Deos Guarde a *V. Exa.* -
 Palacio da Academia das Bellas Artes, em 9 de
 Outubro de 1854. - *Ilmo e Exmo Sr. Ministro*
 e Secretario d'Estado dos Negocios do Imperio - Manuel de Araujo Porto-Alegre - Director.

Officio do *Sr. 1.º Secar.* - Pela Secretaria d'Estado dos Ne-
 gocios do Imperio se communica ao *Sr. Director*
 da Academia das Bellas Artes que por De-
 creto de 5 de corrente mex foram nomeados os
 de 1854. 2.º Tenentes do Corpo de Engenheiros Ernesto
 Gomes Moreira Maia, e José Joaquim d'
 Oliveira, o 1.º para o Lugar de Professor da
 Professores Maia Cadeira de Desenho Geometrico, e o 2.º para o
 e Oliveira de Professor da de Mathematicas applicadas,
 e de Conservador. cada um com o vencimento annual de um
 conto e duxentos mil reis provisoriamente,
 e que por outro Decreto da mesma data foi no-
 meado o pintor historico Carlos Luiz os As-
 cimento para o Lugar de Conservador e Restau-
 rador de quadros, vencendo provisoriamente
 seiscentos mil reis annuaes, sendo todos esses
 lugares novamente creados n'essa Academia.
 - Secretaria d'Estado dos Negocios do Imperio
 em 20 de Outubro de 1854. - Fausto Augus-
 to de Aguiar.

Aviso do *Circular.* - 1.º Secar. - Rio de Janeiro. - Mi-
 nisterio dos Negocios do Imperio, em 21 de
 21 de Outubro de 1854. - Tendo o Governo Impe-
 rial resolvido mandar proceder á limpeza de
 toda a Cidade, segundo as instrucções que por
 este Ministerio vao ser expedidas ao Chefe de

ANEXO 2 – TRECHOS DO MANUSCRITO [DISCURSO PARA AULA MAGNA] DE VIRGILIO
ATHAYDE PINHEIRO – 1973[?] DATA PROVÁVEL

As figuras do outro tipo, que se encontram hoje nos textos matemáticos (as que corporificam as estruturas) devem ser entendidas como modelos perceptuais dos esquemas abstratos.

Assim como seria um preconceito de modernismo fático, pretender negar valor às imagens propriamente figurativas da matemática clássica, seria uma posição tradicionalista inconsequente não querer admitir a incorporação das figuras simbólicas ao equipamento operacional do matemático de hoje.

Esta reserva dos mais conservadores ve-se talvez ao fato de que tais figuras não resultam de desenhos geométricos no sentido euclidiano da expressão — o que é verdade, sim, mas irrelevante, porque os conceitos que elas comunicam, transcendem, em rigor e generalidade, tudo o que nos poderiam fornecer a régua e o compasso.

Assim, são, por exemplo, os chamados diagramas de Venn (inspirados, ao que se sabe, numa figurinha que Euler inseriu em sua famosa "Carta a uma princesa da Alemanha", subitamente interessada em aprender a lógica formal...)

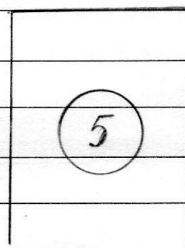
Todos os que folhearam um livro escolar de matemática, conhecem estes diagramas — e tão abstratos e gerais são as idéias neles corporificadas que há mesmo quem os chame esquemas, esquemas de Venn. Sobre o que eles significam, ouçamos Lucienne Félix numa obra vasta e valiosa nem mar-

sando soberbamente a presença da mulher na matemática contemporânea:

"Em uma concepção conjuntista e relacional — diz ela — estes esquemas fazem parte da própria exposição; tornam perceptível o objeto de estudo, abreviam a redação e, mais ainda, permitem perceber sob um aspecto mais geral as noções que comumente se supõem ligadas apenas a funções numéricas."

[Aí estão três diagramas de Venn. O primeiro refere-se à relação de inclusão. É a ideia básica da classificação e, por isso, subjacente a todas as estruturas. Por exemplo: A é o conjunto de todos os quadriláteros; B, o dos paralelogramos; C, o dos retângulos; D o dos quadrados. Outro exemplo (agora por extensões sucessivas): D é o conjunto dos números naturais — 1, 2, 3...; C, o dos inteiros relativos — -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...; B, o conjunto dos racionais, a que pertencem todos os números já referidos, mais as frações; A, o conjunto dos números reais — que incluem números mais estranhos, como $\sqrt{2}$, π etc.

Vejam a alta generalidade do conceito: se A é nossa Universidade, B é o Centro de Letras e Artes, C, a Escola de Belas Artes, D,



complementar de B em relação a A , tudo o que é A e não é B . Se ~~nossa universidade~~ ^o (A) como dizem os matemáticos, é, sem Trovado, nossa Universidade Federal do Rio de Janeiro e B é a nossa Escola de Belas-Artes, o conjunto complementar de B em relação a A é constituído pelas demais Unidades da UFRJ; se A é o corpo dos reais e B o campo de existência de uma função,

O primeiro diagrama ilustra o conceito de inclusão (que é ^{apenas} uma relação). É a ideia básica da ~~da~~ ^{da} classificação e, por isso, essencial ao estudo de todas as estruturas. Por exemplo A é o conjunto de todos os quadriláteros, B o dos paralelogramos, C o dos retângulos, D ^{o dos quadrados} ~~o dos retângulos~~, (por extensão dos nomes): E é o conjunto dos números naturais, F o dos inteiros relativos, G o dos racionais, H o corpo dos reais. Se A é uma Universidade, B é o Centro de Letras e Artes, C é a Escola de Belas Artes, D é um Departamento,

um Departamento.

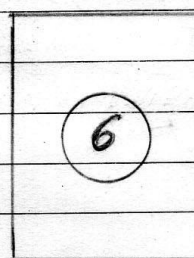
(O diagrama ao lado é o mesmo, em primeira aproximação: com ele estávamos investigando uma estrutura e não sabíamos a priori quais as inclusões que ela revelaria. O conjunto vazio (colorido, à esquerda) é, por exemplo, o dos retângulos que não são paralelogramos.)

No segundo diagrama, C é o resultado da operação de intersecção, no sentido de que todo elemento de C pertence a A e pertence a B . É um conceito extremamente fecundo: se A é o conjunto dos retângulos e B o dos losangos, C será o conjunto dos quadrados. Se A é o conjunto dos divisores de um número e B o dos divisores de outro, C será o conjunto dos divisores comuns aos dois números. Se A representa tudo quanto é vermelho e B , tudo que é amarelo, C representará o alaranjado. Se A é o que se entende por matemática e B , o que se entende por desenho, esta nossa conversa de hoje situa-se em C .

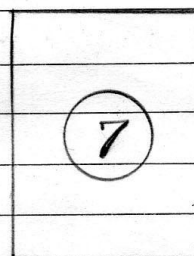
O Terceiro diagrama é o da complementação: considera-se pertencente ao conjunto C — dito complementar de B em relação a A — tudo o que é A e não é B . Se A é o conjunto dos números naturais e B o dos naturais que são pares, o conjunto C é o dos ímpares. Se estamos falando de cores primárias (e não mais de números) e B é o amarelo, o C será a cor que não contém amarelo: é

É claro que seria um desperdício limitar a usos assim modestos um equipamento, a um tempo, tão simples e eficaz, como é o diagrama de Venn. Mas, ao contrário, o matemático serve-se dele exaustivamente, demonstrando propriedades, esquadrihando estruturas, resolvendo problemas.

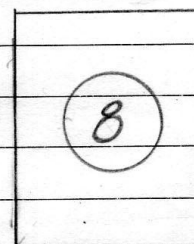
[Aqui está a demonstração, pela imagem, da chamada "associatividade" de certas operações (no caso: interseção, união e diferença simétrica), cada uma em relação a si mesma. São conceitos básicos para a posterior identificação de uma importante estrutura, chamada de grupo.]



[Esta é a demonstração de uma outra propriedade — a distributividade, necessária ~~mas~~ à caracterização do que se deve entender por estrutura de anel. Em ambas, observa-se, acessoriamente, o comportamento formal das cores: o verde é a interseção do azul e do amarelo.



[Esta outra, como as anteriores, extraída do livro de André Calame, já manipula uma situação



bem mais complexa (como se depreende até do nome: — isomorfismos por complementações), que seria descrito expor agora.]

x x x

Como sabem os que aqui estudam e logo saberão seus novos colegas, todo um Departamento desta Escola — nove disciplinas, uma dezena e meia de professores, mais de quinhentos alunos em 1972 — todo um Departamento opera nesta área de intersecção da matemática e do desenho. Já pelos números pode-se perceber que esta rica temática é aqui versada em extensão e profundidade compatíveis com as qualificações universitárias que se têm em vista.

Tentamos mostrar que, — ao contrário de uma crenga tão generalizada quanto falsa, — a matemática não é apenas um laboratório de teorias, mas também e por igual uma oficina de utilidades, que vêm sendo portas ao alcance de grupamentos humanos cada dia mais expressivos. E tentamos mostrar^{to} que, se na construção e comunicação daquelas teorias e no ensaio destas utilidades, a matemática não prescindiu do desenho, ^{então} ~~se~~ incontestavelmente válida toda ^aatividade desenvolvida nesta área comum.

O matemático, ~~o comunicador~~ o "designer", o engenheiro, se quiserem ser justos, dirão, — usando a linguagem do primeiro, — que é não-vozia

esta interseção e, até onde se pode prever, insuscetível de esvaziamento.

As, contrários até, a nova orientação que se está pretendendo imprimir, em particular, à escola de 2.^o grau, exigirá um esforço muito grande da atividade universitária neste setor e não é demais registrar que um bom número de professores secundários de desenho já está operando na aula de matemática, quer dizer, absorvendo parte da carga horária específica desta disciplina. * O desconhecimento disso tem levado algumas pessoas a propalar o declínio do desenho na escola de 2.^o grau, quando, em verdade, o que se verifica é ^{até} um novo dimensionamento da questão, novo e auspicioso, embora não possa prosperar sem na exata medida em que os professores de matemática e desenho possam falar um idioma comum.

* É o mercado de trabalho da produção em desenho que se amplia.

Sabemos que nem todos os universitários aspiram a ser professores — alguns têm juízo... — mas não podemos ignorar que a virtual reabertura da profissão a que estamos assistindo, levada paduados de muitas outras especialidades a ter o magistério como atividade pelo menos subsidiária. É uma boa razão (e não é a única, evidentemente) para que a Universidade propicie a todos, um conhecimento ~~profís~~ não apenas ao nível.